

Đề chính thức

Môn: Toán 6

Thời gian: **120** phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày 02 tháng 02 năm 2021
(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I: (5,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

$$A=1+2-3-4+5+6-7-8+9+\dots+2018-2019-2020$$

2. Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2013.2014$

Câu II: (5,0 điểm)

1. Tìm x , biết: $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 112$

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $6xy - 10x + 3y = 12$

3. Tìm các số a, b, c không âm, sao cho $a + 3c = 8$, $a + 2b = 9$ và tổng $a + b + c$ có giá trị lớn nhất.

Câu III: (3,0 điểm)

1. Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{2016}$. Chứng tỏ rằng S chia hết cho 65.

2. Cho a là một hợp số, khi phân tích ra thừa số nguyên tố chỉ chứa hai thừa số nguyên tố khác nhau là p_1 và p_2 . Biết a^3 có tất cả 40 ước, hỏi a^2 có bao nhiêu ước?

Câu IV: (6,0 điểm)

1. Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4$ cm. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2$ cm.

a. Chứng tỏ rằng điểm I nằm giữa A và K .

b. Tính IK .

2. Cho $AB = 2^{2014}$ cm. Gọi C_1 là trung điểm của AB ; Gọi C_2 là trung điểm của AC_1 ; Gọi C_3 là trung điểm của AC_2 ; ...; Gọi C_{2014} là trung điểm của AC_{2013} . Tính $C_1 C_{2014}$.

3. Cho 100 điểm trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Câu V: (1,0 điểm)

Tìm các số tự nhiên a và b thỏa mãn: $(100a + 3b + 1)(2^a + 10a + b) = 225$.

----- Hết -----

Họ Tên Thí Sinh:.....SBD.....
Thí sinh không sử dụng máy tính cầm tay và tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO <u>YÊN ĐỊNH</u> Hướng dẫn chấm	ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6 CẤP CỤM <u>Năm học 2020 - 2021</u> Môn: Toán 6 Ngày 02 tháng 02 năm 2021 <i>(Hướng dẫn chấm có 03 trang, gồm 05 câu)</i>
---	--

Câu	Nội dung	Điểm																									
I (5,0đ)	1 a. Từ 1, 2, 3,..., 2020 có 2020 số. Nhóm 4 số thành 1 nhóm ta được 2020: 4 = 505 (nhóm) $A = 1+2 - 3 - 4+5+6 - 7 - 8+9+...+2018 - 2019 - 2020$ $A = (1+2 - 3 - 4) + (5 + 6 - 7 - 8) + ... + (2017 + 2018 - 2019 - 2020) = -2020$	3.0																									
	2. ta có $3A = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + ... + 2013.2014.3$ $3A = 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + ... + 2013.2014.(2015-2012)$ $3A = 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + ... + 2013.2014.2015 - 2012.2013.2014$ $3A = 2013.2014.2015$ $\rightarrow A = 2723058910$	0,5 0,5 0,5 0,5																									
II (5,0đ)	1 Ta có: $2^{x-1} + 2^{x-1}.2 + 2^{x-1}.2^2 = 112$ $2^{x-1}(1+2+2^2) = 112$ $2^{x-1}.7 = 112$ $2^{x-1} = 112:7$ $2^{x-1} = 16$ $2^{x-1} = 2^4$ $x-1 = 4$ $x = 5$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5																									
	2. Ta có: $6xy - 10x + 3y - 5 = 7$ $\Rightarrow 2x(3y-5) + (3y-5) = 7$ $\Rightarrow (2x+1)(3y-5) = 7$ $\Rightarrow (2x+1)(3y-5) = 1.7 = 7.1 = (-1)(-7) = (-7)(-1)$	0,5 0,5																									
	Lập bảng: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$2x+1$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">-7</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$3y-5$</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-7</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">X</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Y</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{2}{3}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{4}{3}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;">Thỏa mãn</td> <td style="padding: 5px;">Thỏa mãn</td> <td style="padding: 5px;">Loại</td> <td style="padding: 5px;">Loại</td> </tr> </table>	$2x+1$	1	7	-1	-7	$3y-5$	7	1	-7	-1	X	0	3	-1	-4	Y	4	2	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Loại	Loại	0,5 0,5
	$2x+1$	1	7	-1	-7																						
	$3y-5$	7	1	-7	-1																						
X	0	3	-1	-4																							
Y	4	2	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$																							
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Loại	Loại																							
Vậy các cặp số (x; y) là: (0; 4), (3; 2).	0,5																										
3. Từ $a + 3c = 8$, $a + 2b = 9$ suy ra $2a + 2b + 3c = 17$ Hay $2(a + b + c) + c = 17$ Để $a + b + c$ lớn nhất, phải có c nhỏ nhất, mà $c \geq 0$ nên $c = 0$. Khi đó $a = 8$, $b = \frac{1}{2}$. Giá trị lớn nhất của $a + b + c = \frac{17}{2}$.	0,25 0,25 0,5																										
III (3,0đ)	1. Ta có: $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 = (5 + 5^3) + 5(5 + 5^3) = 130 + 5.130$ $\Rightarrow 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4$ chia hết cho 130.	0,5																									

	<p>Số đường thẳng trong tập hợp B là $\frac{97.96}{2} = 4656$.</p> <p>Số đường thẳng qua 1 điểm thuộc tập hợp A và 1 điểm thuộc tập hợp B là $3.97 = 291$.</p> <p>Vậy số đường thẳng đi qua 100 điểm trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng là : $1 + 4656 + 291 = 4948$ đường thẳng</p>	1đ
<p>V</p> <p>(1đ)</p>	<p>Ta có: $(100a + 3b + 1)(2^a + 10a + b) = 225$ (1) vì 225 lẻ nên $100a + 3b + 1$ và $2^a + 10a + b$ cùng lẻ (2)</p> <p>*) Với $a = 0$: (1) $\Leftrightarrow (3b + 1)(1 + b) = 225 = 3^2.5^2$</p> <p>Vì $3b + 1$ chia cho 3 dư 1 và $3b + 1 > 1 + b$ nên: $(3b + 1)(1 + b) = 25.9$</p> $\begin{cases} 3b+1=25 \\ 1+b=9 \end{cases} \Leftrightarrow b=8$ <p>*) Với a là số tự nhiên khác 0: Khi đó $100a$ chẵn, từ (2) $\Rightarrow 3b + 1$ lẻ $\Rightarrow b$ chẵn $\Rightarrow 2^a + 10a + b$ chẵn, trái với (2) nên $b \in \emptyset$</p> <p>Vậy: $a = 0 ; b = 8$</p>	1đ

Chú ý:

1. Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.
2. Nếu thí sinh giải bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.