

Bài 1: (2,5 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4x}{x - 4} \quad \text{và} \quad B = \frac{4(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} - 2} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4$$

1) Tính giá trị của biểu thức B tại $x = 9$

2) Chứng minh: $A = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. So sánh P và \sqrt{P} .

Bài 2: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn trong 18 giờ thì đầy bể. Nếu vòi 1 chảy trong 4 giờ, vòi 2 chảy trong 7 giờ thì chỉ được $\frac{1}{3}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 3: (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{|2y - 1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{|2y - 1|} = 3 \end{cases}$$

2) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - 2y = 2m \\ -2x + y = m + 1 \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $x = y$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là các tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

2) Trên cung nhỏ MN lấy điểm B khác M, N và B không là điểm chính giữa của cung MN. Tia AB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai C. Chứng minh: $AM^2 = AB.AC$

3) Gọi H là giao điểm của AO và MN. Chứng minh: $\widehat{AHB} = \widehat{ACO}$.

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho ba số thực không âm a, b, c và $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K = \sqrt{3a+1} + \sqrt{3b+1} + \sqrt{3c+1}$