Nội dung bài viết

C. Hoạt động luyện tập - Bài 9: Luyện tập về cung chứa góc và tứ giác nội tiếp đường tròn

1. Thực hiện hoạt động sau để ôn lại các kiến thức, kĩ năng đã học

a) Một bạn hỏi, một bạn trả lời, sau đó đổi vai cho nhau

(1) Thế nào là cung chứa góc α (0° < α < 180°)?

(2) Thế nào là tứ giác nội tiếp?

b) Đố bạn phát biểu chính xác các tính chất sau

(1) Tập hợp điểm luôn nhìn một đoạn AB cho trước một góc α không đổi (0° < α < 180°) là ………….. dựng trên đoạn thẳng đó.

(2) Một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° (hay 2v) thì …………… và ngược lại.

(3) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng …………

- Tứ giác có 4 đỉnh ………….. một điểm xác định.

(4) Hình thang nội tiếp được đường tròn là ……… và ngược lại.

Bài làm:

a)

(1) Cung chứa góc α (0° < α < 180°) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \alpha$ (với AB là đoạn thẳng cho trước).

(2) Tứ giác nội tiếp là tứ giác có bốn đỉnh cùng thuộc một đường tròn.

b)

(1) Tập hợp điểm luôn nhìn một đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc α không đổi (0° < α < 180°) là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn thẳng đó.

(2) Một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° (hay 2v) thì tứ giác nội tiếp và ngược lại.

(3) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

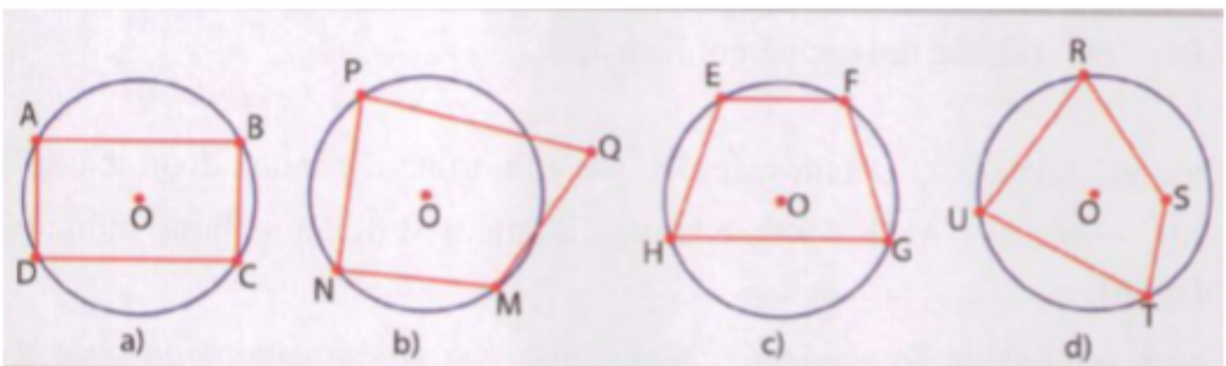
Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° (hay 2v).

Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm xác định

(4) Hình thang nội tiếp đường tròn là hình thang cân và ngược lại.

3. Luyện tập, ghi vào vở

1. Xem hình 99 và cho biết tứ giác nào không phải là *tứ giác nội tiếp?* Vì sao?

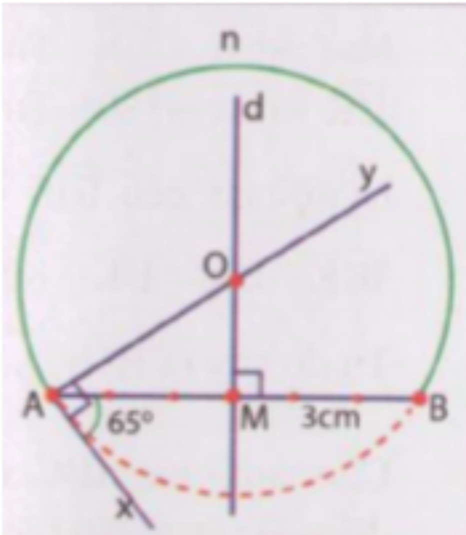


Hình 99

Hướng dẫn: PQMN (h.99b) và RSTU (d.99d) không phải là tứ giác nội tiếp, vì các đỉnh không cùng nằm trên đường tròn.

2. Cho đoạn thẳng AB = 6cm. Chỉ dùng thước đo góc, thước thẳng (có chia khoảng mi-li-mét) và compa hãy vẽ một cung chứa góc 65° dựng trên đoạn AB.

Hướng dẫn: Xem hình 100.



Hình 100

Ta lần lượt vẽ như sau:

- Dùng thước thẳng (có chia khoảng mi-li-mét) vẽ đoạn thẳng AB = 6cm.

- Dùng thước đo góc và thước thẳng vẽ $\widehat{BAx} = 65^0$.

- Dùng ê-ke vẽ tia Ay vuông góc với tia Ax.

- Dùng thước thẳng (có chia khoảng mi-li-mét) và ê-ke vẽ đường trung trực d của đoạn thẳng AB (theo đó MA = MB = 3cm).

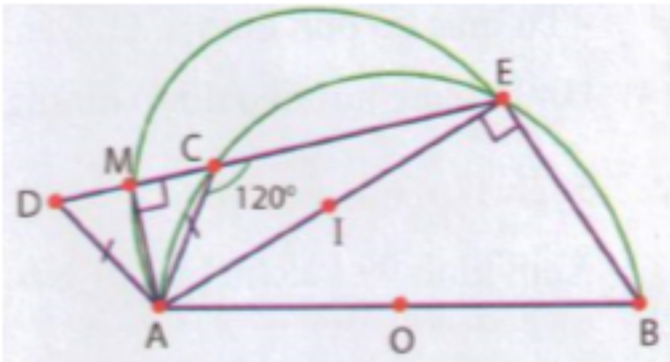
- Vẽ giao điểm O của d và Ay.

- Dùng compa vẽ đường tròn tâm O, bán kính OA.

Ta có $\overset{\frown}{AnB}$ là một cung chứa góc 65° dựng trên đoạn thẳng AB.

3. Cho nửa đường tròn đường kính AB và điểm C di động trên $\overset{\frown}{AB}$. Lấy AC làm cạnh vẽ tam giác đều ACD sao cho D và B là hai điểm khác phía so với đường thẳng AC. Gọi E là giao điểm của CD với $\overset{\frown}{AB}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng DC. Chứng minh rằng: Khi điểm C di động trên $\overset{\frown}{AB}$ thì điểm M thuộc nửa đường tròn đường kính AE.

Hướng dẫn: Xem hình 101.



Hình 101

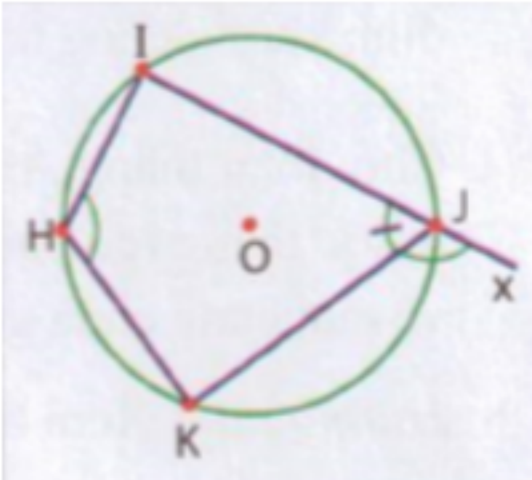
Bài làm:

Theo giả thiết ta có $\widehat{ACD} = 60^0$ nên $\widehat{ACE} = 120^0$, mà ACEB là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{ABE} = 60^0$. DoA, B cố định, $\widehat{ABE} = 60^0$ (không đổi) nên điểm E cố định.

Theo giả thiết ACD là tam giác đều và M là trung điểm của đoạn thẳng DC nên $\widehat{AMC} = 90^0$, hay $\widehat{AME} = 90^0$. Như vậy, do điểm M di động nhưng luôn nhìn đoạn thẳng AE một góc 90° không đổi nên M thuộc nửa đường tròn đường kính AE khi C di động.

4. *Chứng minh rằng: Trong một tứ giác nội tiếp. góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó. Ngược lại, tác giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó là tứ giác nội tiếp.*

Hướng dẫn: Xem hình 102.



Hình 102

Bài làm

Nếu HIJK là tứ giác nội tiếp thì $\widehat{IHK} + \widehat{IJK} = 180^0$.

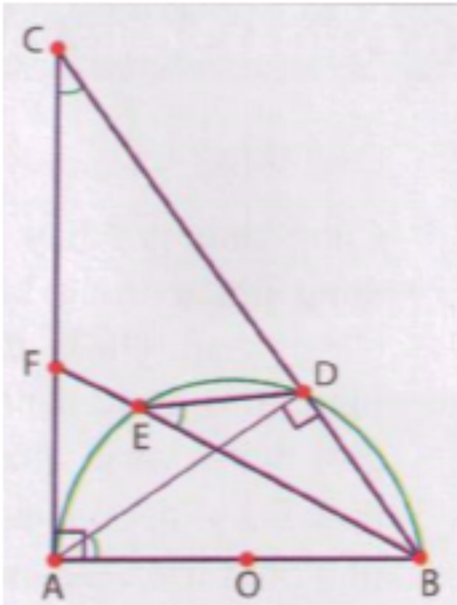
Mặt khác, $\widehat{IJK}$ và $\widehat{KJx}$ là hai góc kề bù, nên $\widehat{IJK} + \widehat{KJx} = 180^0$. Từ đó suy ra ……

Ngược lại, nếu $\widehat{IHK} = \widehat{KJx}$ thì $\widehat{IHK} + \widehat{IJK} = \widehat{IJK} + \widehat{KJx} = 180^0$

Từ đó suy ra HIJK là tứ giác nội tiếp.

5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt cạnh BC tại điểm D (khác B). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ AD (E không trùng với A và D). BE cắt cạnh AC tại F. Chứng minh rằng CDEF là tứ giác nội tiếp.

Hướng dẫn: Xem hình 103.



Hình 103

Theo giả thiết có $\widehat{DEB} = \widehat{DAB},$ vì ....

Do tam giác CAB vuông tại A và AD ⊥ BC nên $\widehat{DAB} = \widehat{ACB}.$

Theo kết quả bài 4 ở trên thì CDEF ....

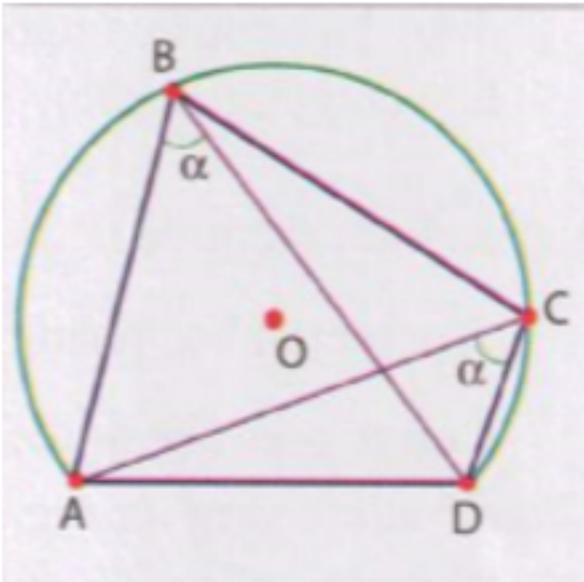
Bài làm:

Theo giả thiết $\widehat{DEB} = \widehat{DAB},$ vì góc nội tiếp chắn cung nhỏ DB.

Do tam giác CAB vuông tại A và AD ⊥ BC nên $\widehat{DAB} = \widehat{ACB}.$

6. *Chứng minh rằng: Nếu tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α (0° < α < 180°) thì đó là tứ giác nội tiếp. Ngược lại, trong một tứ giác nội tiếp hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới cùng một góc.*

Hướng dẫn: Xem hình 104.



Hình 104

Giả sử tứ giác ABCD có hai đỉnh B và C cùng nhìn cạnh AD dưới cùng một góc α (0° < α < 180°). Khi đó, B và C cùng thuộc cung chứa góc α (tâm O) dựng trên cạnh AD.

Tức là bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn (O), suy ra …………..

Ngược lại, nếu ABCD là tứ giác nội tiếp thì $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$, vì ………………

Bài làm:

Giả sử tứ giác ABCD có hai đỉnh B và C cùng nhìn cạnh AD dưới cùng một góc α(0° < α < 180°).

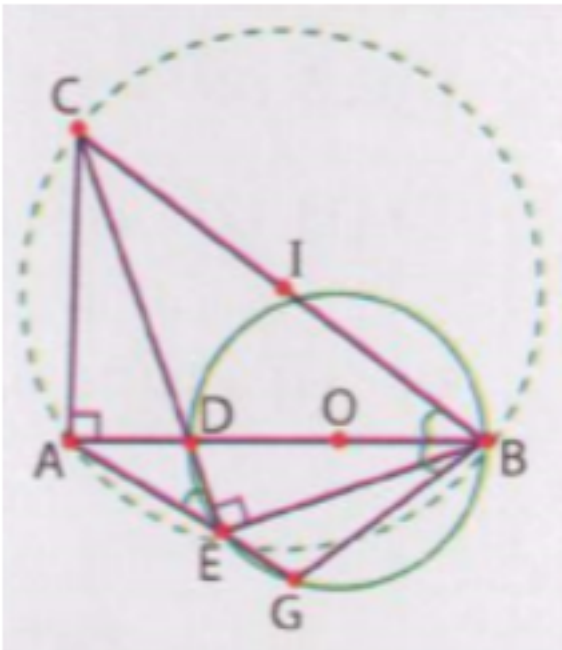
Khi đó, B và C cùng thuộc cung chứa góc α (tâm O) dựng trên cạnh AD.

Tức là bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn (O), suy ra ABCD là tứ giác nội tiếp.

Ngược lại, nếu ABCD là tứ giác nội tiếp thì $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ vì góc nội tiếp cùng chắn một cung AD.

7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm D bất kì thuộc cạnh AB. Đường tròn (O) đường kính DB cắt CD tại điểm E và cắt AE tại điểm G. Chứng minh rằng AB là tia phân giác của $\widehat{CBG}$.

Hướng dẫn: Xem hình 105.



Hình 105

Theo giả thiết có $\widehat{DEB} = 90^0$ vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn. Suy ra CAEB là tứ giác nội tiếp, vì hai đỉnh A và E cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông.

Khi đó, $\widehat{ABC} = \widehat{AEC}$, vì ....

Do DEGB là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{DEA} = \widehat{DBG}$.

Từ đó suy ra $\widehat{DBG} = \widehat{DBC}$, hay ....

Bài làm:

Theo giả thiết có $\widehat{DEB} = 90^0$ vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn. Suy ra CAEB là tứ giác nội tiếp đường tròn I (I là trung điểm của BC), vì hai đỉnh A và E cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông.

Khi đó, $\widehat{ABC} = \widehat{AEC},$ vì góc nội tiếp đường tròn (I) chắn cung AC

Do DEGB là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{DEA} = \widehat{DBG}.$

Từ đó suy ra $\widehat{DBG} = \widehat{DBC},$ hay BA là tia phân giác $\widehat{CBG}.$

D.E. Hoạt động vận dụng và tìm tòi mở rộng - Bài 9: Luyện tập về cung chứa góc và tứ giác nội tiếp đường tròn

1. Ứng dụng trong kiến trúc, xây dựng

Hình 106

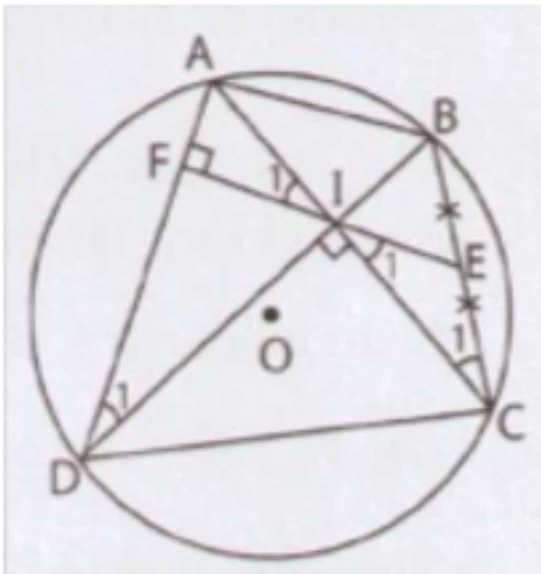
Cung chứa góc hay cung tròn được ứng dụng nhiều trong kiến trúc, xây dựng. Chẳng hạn, ***Quần đảo Cây Cọ*** (Dubai, hình 106) được đánh giá là kì quan thế giới thứ 8 và là quần đảo nhân tạo lớn nhất thế giới, do Nakheel Properties, một nhà phát triển tài sản ở các Tiểu vương quốc Ả Rập thống nhất xây dựng nên. Khu định cư sẽ có hình dạng một cây cọ được bao bọc bên ngoài bởi vành cung, có hình trăng lưỡi liềm (hay hình cung tròn, hay cung chứa góc).

2. Tìm hiểu thêm về **Định lí Brahmagupta.**

Trong hình học phẳng, *Định lí Brahmagupta* về tứ giác nội tiếp có nội dung như sau:

Cho tứ giác nội tiếp ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau và cắt nhau tại I. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua điểm I và trung điểm của một cạnh của tứ giác ABCD vuông góc với cạnh đối diện.

Hướng dẫn: Xem hình 108 (các góc bằng nhau được đánh số như nhau).



Hình 108

Giả sử E là trung điểm của BC, ta chứng minh rằng IE ⊥ AD. Gọi F là giao điểm của IE và AD.

Tam giác BIC vuông tại I có E là trung điểm của BC nên $\widehat{EIC} = \widehat{ECI}$ (1).

Có $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$ (2), vì cùng chắn $\overset{\frown}{AB}$.

Lại có $\widehat{EIC} = \widehat{AIF}$ (3), do đối đỉnh.

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{BDA} = \widehat{AIF}$.

Vì $\widehat{AIF} + \widehat{DIF} = 90^0$ nên $\widehat{DIF} + \widehat{BDA} = 90^0$, nghĩa là IE ⊥ AD.