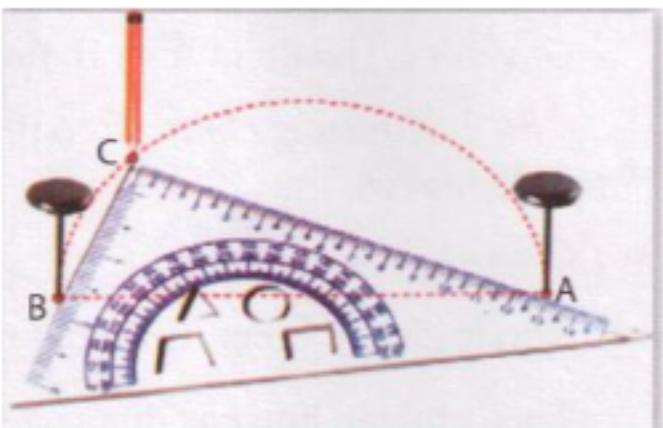
Nội dung bài viết

A. Hoạt động khởi động - Bài 8: Cung chứa góc - Tứ giác nội tiếp đường tròn

Chuẩn bị 1 chiếc ê-ke (hay một miếng bìa cứng mỏng có dạng 1 chiếc ê-ke). Đóng trên mặt tấm gỗ mỏng hai chiếc đinh cách nhau một khoảng nhỏ (là AB, hình 88). Đặt ê-ke áp sát trên tấm gỗ đó, sao cho ê-ke (là C) di động nhưng mỗi cạnh góc vuông của ê-ke luôn áp sát vào một chiếc định.



Hình 88

Khi ê-ke đó di động có thể dùng bút (chì) để đánh dấu lại vị trí đỉnh C của nó. Theo em khi di động như thế thì đỉnh C của chiếc ê-ke tạo nên hình gì?

Trả lời:

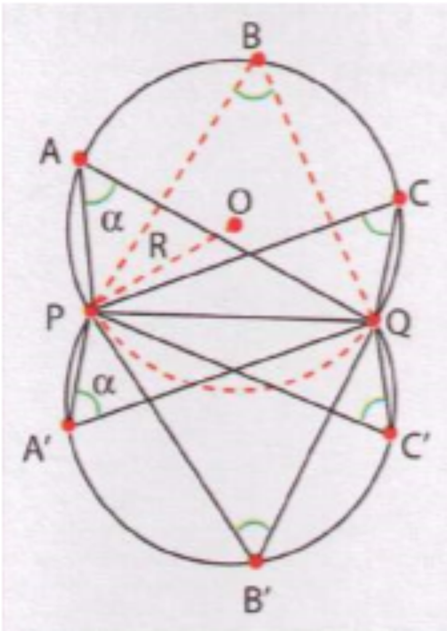
Khi ê ke đó di động, đỉnh C của chiếc ê ke tạo nên một đường tròn đường kính là AB.

B. Hoạt động hình thành kiến thức - Bài 8: Cung chứa góc - Tứ giác nội tiếp đường tròn

1. Thực hiện các hoạt động sau để hiểu về cung chứa góc

a) Đọc và làm theo hướng dẫn

Vẽ đường tròn tâm O bán kính R. Vẽ dây PQ bất kì của (O). Lấy các điểm bất kì A, B, C thuộc $\overset{\frown}{PQ}$ (h.89).



Hình 89

Tại sao $\widehat{PAQ} = \widehat{PBQ} = \widehat{PCQ}$? *(Gợi ý: Đó là các góc nội tiếp cùng chắn một cung của (O)).*

Như vậy, trong đường tròn (O; R) có dây cung PQ bất kì với điểm A nào đó thuộc cung PQ, góc PAQ không đổi (giả sử $\widehat{PAQ}$ = α (0° < α < 180°)).

Với điểm bất kì nằm trên cung đối xứng của cung PQ qua đường thẳng PQ (như A', B', C;) thì ta cũng có $\widehat{PA'Q} = \widehat{PB'Q} = \widehat{PC'Q} = \alpha$ (h.89).

Khi đó, **cung PQ** hoặc cung đối xứng của cung PQ qua đường thẳng PQ là **cung chứa góc α dựng trên đoạn PQ** với 0° < α < 180°.

b) Đọc kĩ nội dung sau

Với đoạn thẳng AB và góc α (0° < α < 180°) cho trước, tập hợp các điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \alpha$ *là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn AB.*

Ta cũng còn nói: Tập hợp các điểm M nhìn đoạn AB dưới một góc α không đổi α (0° < α < 180°) là hai cung chứa góc dựng trên đoạn thẳng AB.

Quy ước: Hai điểm A và B được coi là thuộc tập hợp này.

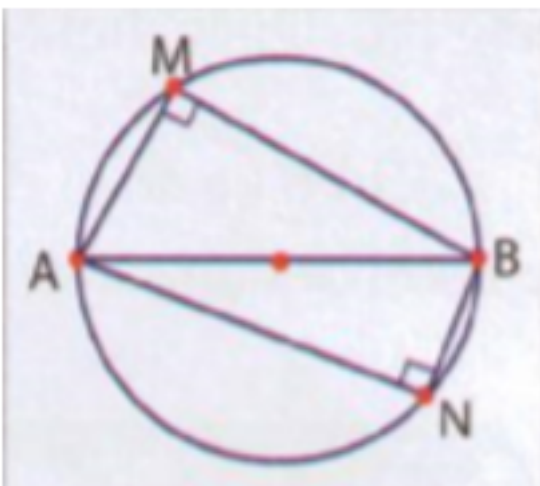
Chú ý: *Hai cung chứa góc α (0° < α < 180°) dựng trên đoạn AB đối xứng nhau qua đường thẳng AB.*

c) Luyện tập, ghi vào vở

Cho trước hai điểm A, B cố định

Theo em, tập hợp các điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^0$ là hình gì?

Hướng dẫn: Do góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có góc vuông nên khi α = 90° thì hai cung chứa góc α dựng trên đoạn AB tạo thành đường tròn đường kính AB (h.90).



Hình 90

Như vậy: *Tập hợp (hay quỹ tích) các điểm nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.*

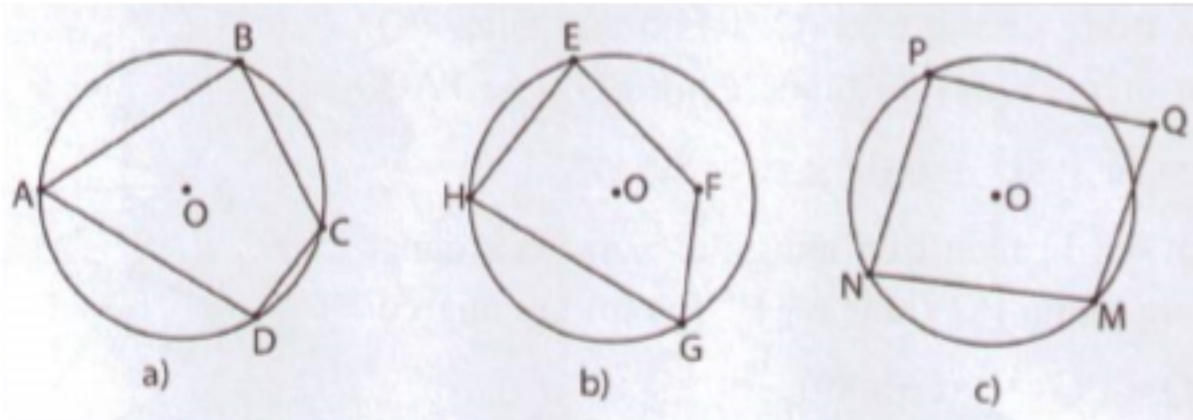
2. Thực hiện các hoạt động sau để hiểu v ềtứ giác nội tiếp đường tròn

a) Đọc và làm theo hướng dẫn

Vẽ đường tròn tâm O bán kính R.

Lấy trên (O) bốn điểm A, B, C, D r ồi vẽ tứ giác ABCD (h.91a).

Lấy trên (O) ba điểm E, H, G và lấy điểm F không thuộc (O) rồi vẽ tứ giác EFGH (h.91b). Hoặc trên (O) lấy ba điểm M, N, P và lấy điểm Q không thuộc (O) rồi vẽ tứ giác MNPQ (h.91c).



Hình 91

Tứ giác ABCD có cả bốn đỉnh cùng thuộc (O) được gọi là *tứ giác nội tiếp* đường tròn (O).

b) Đọc kĩ nội dung sau

Một tứ giác có bốn đỉnh cùng nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).

Chẳng hạn, ở hình 91, ABCD là *tứ giác nội tiếp* đường tròn (O), còn MNPQ *không phải* là tứ giác nội tiếp đường tròn (O). Khi đó, ta cũng nói đường tròn (O) *ngoại tiếp tứ giác* ABCD.

Chú ý: *Nếu ABCD là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) thì OA = OB = OC = OD. Ngược lại, nếu có điểm O sao cho OA = OB = OC = OD thì ABCD là tứ giác nội tiếp đường tròn (O).*

c) Luyện tập, ghi vào vở

Xem hình 92 và kể tên các tứ giác nội tiếp có các đỉnh lấy trong số các điểm A, B, C, D, E đó.

Hướng dẫn: Các tứ giác nội tiếp ABCE, ABDE, …

Hình 92

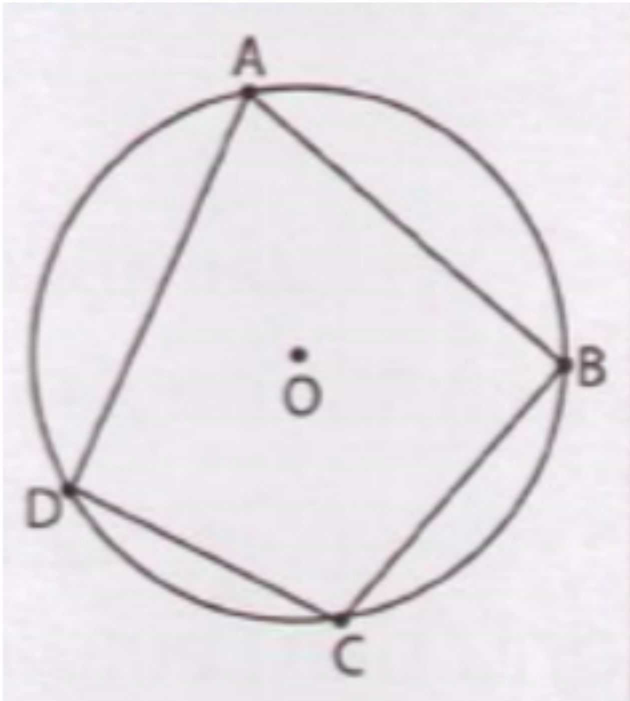
Trả lời:

c) Các tứ giác nội tiếp có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, E là: ABCE, ABDE, ACDE, ABCD.

3. Thực hiện các hoạt động sau để hiểu về dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn

a) Đọc và làm theo hướng dẫn

Vẽ tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm (O) (h.93).



Hình 93

$\widehat{DAB}$ có phải là góc nội tiếp không? Nó chắn cung nào?

Có hay không $\widehat{DAB} = \frac{1}{2}$ sđ$\overset{\frown}{DCB}$?

Có hay không $\widehat{DCB} = \frac{1}{2}$ sđ$\overset{\frown}{DAB}$?

Có hay không $\widehat{DAB} + \widehat{DCB} = 180^0$?

Có hay không $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 180^0$?

b) Đọc kĩ nội dung sau

Trong một tứ giác nội tiếp tổng số đo của hai góc đối bằng 180°.

Ngược lại: Nếu một tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° thì nó là tứ giác nội tiếp (ta công nhận điều này).

c) Luyện tập, ghi vào vở

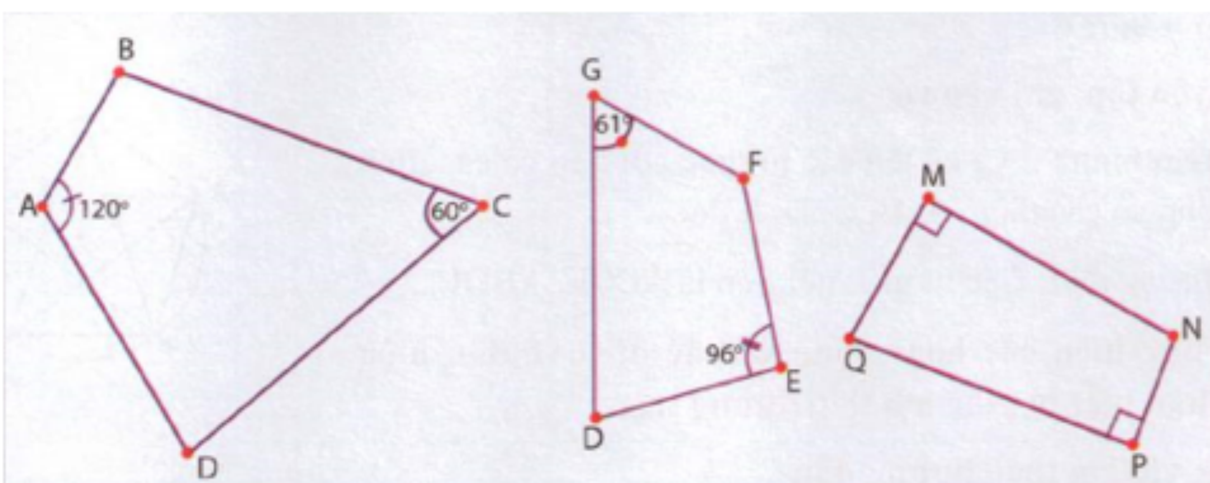
i) Biết MNPQ là tứ giác nội tiếp (và có các góc là M, N, P, Q), hãy điền vào mỗi ô trống trong bảng sau để có kết quả đúng.

	(1)	(2)	(3)	(4)
M	40^0	60^0		
N	50^0		80^0	
P			90^0	100^0
Q		70^0		110^0

Hướng dẫn: $\widehat{M} + \widehat{P} = 180^0$ mà $\widehat{M} = 40^0$ nên $\widehat{P} = 140^0$.

Tương tự, $\widehat{N} + \widehat{Q} = 180^0$ mà $\widehat{N} = 50^0$ nên $\widehat{Q} = 130^0$.

ii) Xem hình 94 và cho biết tứ giác nào là tứ giác nội tiếp? Vì sao?



Hình 94

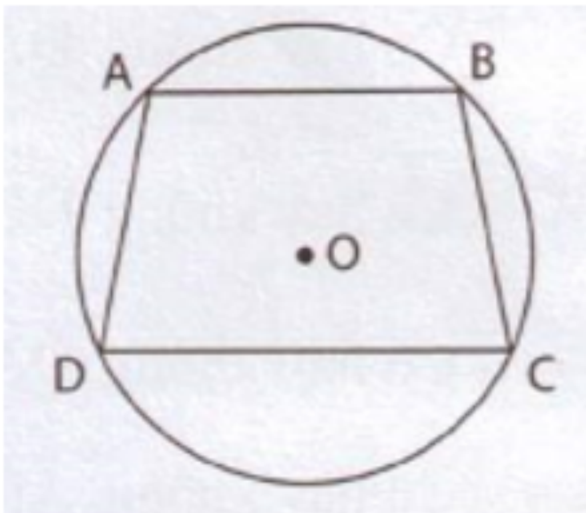
Hướng dẫn: ABCD là tứ giác nội tiếp vì $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^0$.

iii) Hình thang nội tiếp đường tròn là hình thang cân.

Gợi ý (h.95). Nếu thang ABCD (AB // CD) nội tiếp (O)

thì $\widehat{DAB} + \widehat{DCB} = 180^0$.

Do $\widehat{DAB} + \widehat{ADC} = 180^0$ nên $\widehat{ADC} = \widehat{DCB}$.



Hình 95

Trả lời:

a)

$\widehat{DAB}$ là góc nội tiếp chắn cung BCD

$\widehat{DAB} = \frac{1}{2}$ sdDCB (Mối liên hệ giữa số đo góc nội tiếp và số đo cung bị chắn)

$\widehat{DCB} = \frac{1}{2}$ sdDAB (Mối liên hệ giữa góc nội tiếp và cung bị chắn)

$\widehat{DAB} + \widehat{DCB} = \frac{1}{2}(\text{sdDCB} + \text{sdDAB}) = \frac{360^0}{2} = 180^0$

Tương tự: $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 180^0$

c)

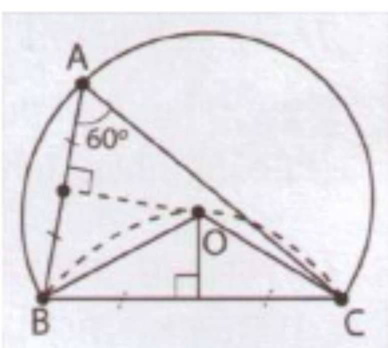
i) Các em làm theo hướng dẫn để được bảng sau:

	(1)	(2)	(3)	(4)
M	40°	60°	90°	80°
N	50°	110°	80°	70°
P	140°	120°	90°	100°
Q	130°	70°	100°	110°

ii) Tứ giác MNPQ là tứ giác nội tiếp vì $\widehat{M} + \widehat{P} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

C. Hoạt động luyện tập - Bài 8: Cung chứa góc - Tứ giác nội tiếp đường tròn

1. Cho tam giác ABC có hai đỉnh B và C cố định, $\widehat{BAC} = 60^0$, còn đỉnh A di động. Theo em, tập hợp đỉnh A là hình gì?



Hình 96

Hướng dẫn:

Theo giả thiết thì điểm A di động nhưng luôn nhìn đoạn BC dưới góc 60° (h.96) nên tập hợp điểm A là cung chứa góc 60° dựng trên đoạn BC (không tính hai điểm B và C).

2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao AK, BM, CL, chúng cắt nhau tại điểm H. Chứng minh rằng:

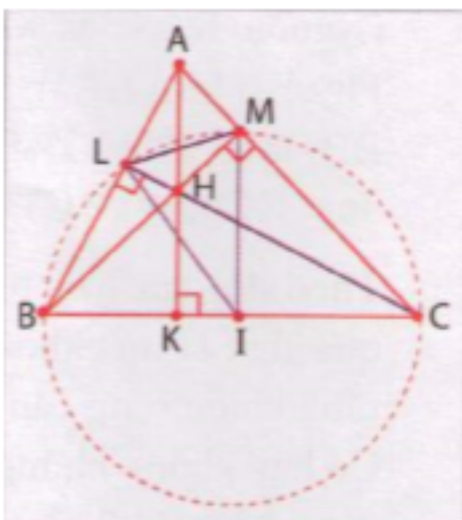
a) LHKB, MHKC, MHLA là các tứ giác nội tiếp

b) BLMC, CKLA, AMKB là các tứ giác nội tiếp

Hướng dẫn: Xem hình 97

a) Tứ giác LHKB có $\widehat{BLH} = 90^0$ và $\widehat{BKH} = 90^0,$ nên nó có tổng hai góc đối bằng 180°, vì thế nó là tứ giác nội tiếp.

Tương tự, chứng minh được MHKC và MHLA là các tứ giác nội tiếp.



Hình 97

b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC thì trong tam giác vuông BLC có IB = IL = IC, còn trong tam giác vuông BMC có IB =IM = IC. Từ đó suy ra IB = IL = IM = IC, hay BLMC là tứ giác nội tiếp.

Tương tự, chứng minh được CKLA và AMKB là các tứ giác nội tiếp.

3. Mỗi phát biểu sau đây là đúng hay sai? Vì sao?

Phát biểu	*Đúng (Đ) / Sai(S)*	*Giải thích*
a) Nếu có điểm O sao cho OA = OB = OC = OD thì ABCD là tứ giác nội tiếp.		
b) ABCD là tứ giác nội tiếp nếu có tổng hai góc bằng 180^0.		
c) ABCD là tứ giác nội tiếp nếu có một cặp góc đối nhau cùng bằng 90^0.		
d) ABCD là tứ giác nội tiếp có cả bốn góc cùng bằng nhau		
e) Hình thang cân là tứ giác nội tiếp		
g) Hình chữ nhật là tứ giác nội tiếp		
h) Hình thoi là tứ giác nội tiếp		
i) Hình bình hành là tứ giác nội tiếp		

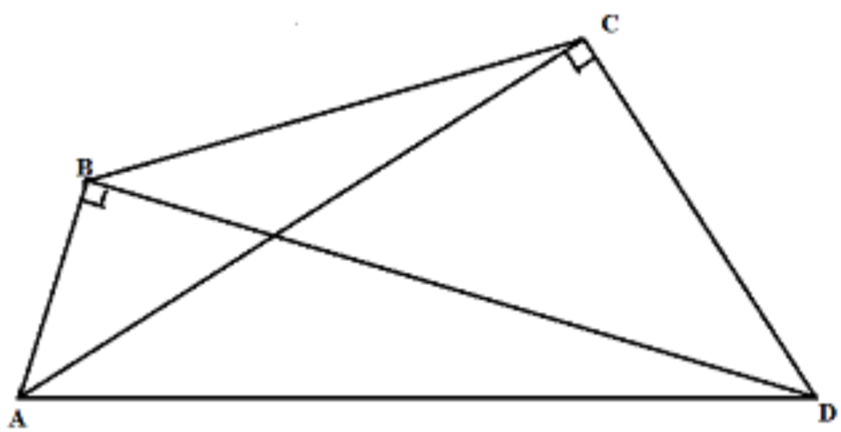
Bài làm:

Phát biểu	**Đúng (Đ) / Sai(S)**	**Giải thích**
a) Nếu có điểm O sao cho OA = OB = OC = OD thì ABCD là tứ giác nội tiếp.	Đ	Vì tứ giác ABCD có bốn đỉnh thuộc đường tròn (O).
b) ABCD là tứ giác	S	Vì hai góc có tổng bằng 180° chưa chắc là tổng của hai góc đối

nội tiếp nếu có tổng hai góc bằng 180°.		nhau.
c) ABCD là tứ giác nội tiếp nếu có một cặp góc đối cùng bằng 90°.	Đ	Vì tứ giác này có tổng hai góc đối bằng 180°
d) ABCD là tứ giác nội tiếp nếu có cả bốn góc cùng bằng nhau.	Đ	Vì tổng các góc trong tứ giác bằng 360°, mà ABCD có bốn góc bằng nhau nên $\widehat{A}=\widehat{B}=\widehat{C}=\widehat{D}=90^0 \Rightarrow$ Tổng hai góc đối trong tứ giác này là 180°
e) Hình thang cân là tứ giác nội tiếp.	Đ	Xem phần iii ý 3c.
g) Hình chữ nhật là tứ giác nội tiếp.	Đ	Vì hình chữ nhật có tổng hai góc đối là 180°
h) Hình thoi là tứ giác nội tiếp.	S	Vì hình thoi có các góc đối bằng nhau và tổng hai góc kề một cạnh bằng 180°
i) Hình bình hành là tứ giác nội tiếp.	S	Vì hình bình hành có tổng hai góc kề bằng 180° chứ không phải tổng hai góc đối.

4. Chứng minh rằng: *Nếu một tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc vuông thì nó là tứ giác nội tiếp.*

Bài làm:



Giả sử, tứ giác ABCD có đỉnh B và đỉnh C cùng nhìn cạnh AD dưới một góc 90°, ta cần chứng minh ABCD nội tiếp được.

Xét tam giác ABD vuông tại B nên tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD.

Tam giác ACD vuông tại C nên tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O') đường kính AD.

Hai đường tròn (O) và (O') cùng có đường kính là AD nên trùng nhau, do đó A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn hay ABCD nội tiếp được.

D.E. Hoạt động vận dụng và tìm tòi mở rộng - Bài 8: Cung chứa góc - Tứ giác nội tiếp đường tròn

1. Về phạt đền trong bóng đá

Phạt đền, còn lại là đá phạt 11 mét, hay đá pê-nan-ti (theo từ tiếng Pháp penalty), là một kiểu đá phạt mà vị trí của quả đá phạt này là 11 mét, tính từ khung thành và thủ môn của đội bị phạt.

Theo đó, em hãy tính xem "góc sút" của quả phạt 11 mét khoảng bao nhiêu độ? Biết rằng chiều rộng cầu môn là 7,32m (h.98)). Có hay không những vị trí khác trên sân khâu có cùng "góc sút" như quả phạt 11 mét? Nếu có thì đó là những vị trí nào?

Hình 98

Bài làm:

Gọi AB là chiều rộng cầu môn, cầu thủ đứng ở vị trí C, gọi H là trung điểm của AB.

$\Rightarrow$ CH là trung trực của AB

$$\Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{HCB} \text{ và } \tan\widehat{HCA} = \frac{HA}{HC} = \frac{\frac{7,32}{2}}{11} = \frac{183}{550}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 2\widehat{HCA} = 2\times\arctan\left(\frac{183}{550}\right) = 36,8^0$$

Trên sân sẽ còn các vị trí thuộc cung ACB cùng chứa góc sút như vậy.

2. Tìm hiểu định lý Ptoleme về tứ giác nội tiếp.

Ptoleme (tức Claudius Ptolemaeus, khoảng 100-178) là nhà toán học và nhà thiên văn học người Hi Lạp cổ đại. Định lí Ptoleme, do ông phát minh, mà nội dung có thể hiểu như sau:

a) Nếu một tứ giác nội tiếp đường tròn thì tích của hai đường chéo bằng tổng các tích của các cặp đối diện.

b) Nếu một tứ giác thỏa mãn điều kiện tổng các tích của các cặp đối diện bằng tích của hai đường chéo thì tứ giác đó nội tiếp đường tròn.

Em thử tìm cách chứng minh Định lí này xem!