

Nội dung bài viết

1. [A.B. Hoạt động khởi động và hình thành kiến thức - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai](#)
2. [C. Hoạt động luyện tập - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai](#)
  1. [Câu 1: \(trang 42 SGK VNEN Toán lớp 9 tập 2 chương 4\)](#)
  2. [Câu 2: \(trang 43 SGK Toán lớp 9 VNEN tập 2 chương 4\)](#)
3. [D. Hoạt động vận dụng - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai](#)
4. [E. Hoạt động tìm tòi mở rộng - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai](#)
  1. [Câu 1: \(trang 44 SGK Toán 9 VNEN tập 2 chương 4\)](#)
  2. [Câu 2: \(trang 44 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 2 chương 4\)](#)
  3. [Câu 3: \(trang 44 SGK VNEN Toán lớp 9 tập 2 chương 4\)](#)

***A.B. Hoạt động khởi động và hình thành kiến thức - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai***

**1. a) Viết tiếp vào chỗ chấm (...) để thực hiện các biến đổi sau**

Cho phương trình:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) (1)

- Chuyển hạng tử tự do sang vế phải:  $ax^2 + bx = \dots\dots\dots$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \dots\dots\dots$$

- Chia hai vế cho hệ số a ( $a \neq 0$ ):

- Tách hạng tử  $\frac{b}{a}x$  thành  $2.x.\frac{b}{2a}$  ;

$$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Thêm vào hai vế  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$  để vế trái thành bình phương của một biểu thức:

$$x^2 + 2.x.\frac{b}{2a} + \dots = -\frac{c}{a} + \dots$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad (2)$$

Ta được:

Kí hiệu  $\Delta = b^2 - 4ac$  và gọi nó là biệt thức của phương trình (1) ( $\Delta$  là một chữ cái Hi Lạp, đọc là “denta”).

**b) Viết tiếp vào chỗ chấm (...) để xét các trường hợp của biệt thức**

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \dots$$

- Nếu  $\Delta > 0$  thì từ phương trình (2) suy ra:

Do đó, phương trình (1) có hai nghiệm:  $x_1 = \dots$ ;  $x_2 = \dots$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \dots$$

- Nếu  $\Delta = 0$  thì từ phương trình (2) suy ra:

Do đó, phương trình (1) có nghiệm kép:  $x = \dots$

- Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình (1) vô nghiệm vì .....

**c) Đọc kĩ nội dung sau**

Đối với phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) và biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$ :

- Nếu  $\Delta > 0$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có nghiệm kép

- Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình vô nghiệm.

**Ví dụ.** Giải các phương trình sau:

i)  $2x^2 + x - 6 = 0$ ;

- Tính  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Phương trình có các hệ số là  $a = 2$ ;  $b = 1$ ;  $c = -6$ .

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49 > 0$$

- Do  $\Delta > 0$ , áp dụng công thức nghiệm, phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2}; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = -2$$

ii)  $y^2 - 8y + 16 = 0$

- Tính  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Phương trình có các hệ số là  $a = 1, b = -8, c = 16$ .

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 0$$

$$y_1 = y_2 = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = 4$$

- Do  $\Delta = 0$  nên phương trình có nghiệm kép:

iii)  $3z^2 + 5z + 4 = 0$

- Tính  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Phương trình có các hệ số là  $a = 3; b = 5; c = 4$ .

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -23 < 0$$

- Do  $< 0$  nên phương trình vô nghiệm.

**d) Giải các phương trình sau**

i)  $6x^2 + x - 5 = 0$

ii)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

iii)  $6x^2 - x + 5 = 0$

Hãy nhận xét về dấu của hai hệ số  $a$  và  $c$  trong phương trình  $6x^2 + x - 5 = 0$ . Dấu của hai hệ số  $a$  và  $c$  đó có liên quan gì tới dấu của biệt thức?

Em hãy rút ra nhận xét về số nghiệm của phương trình bậc hai trong những trường hợp như vậy.

**e) Đọc kĩ nội dung sau**

Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có  $a$  và  $c$  trái dấu, tức là  $ac < 0$  thì  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ . Khi đó, phương trình có hai nghiệm phân biệt.

**Trả lời:**

a) Chuyển hạng tử tự do sang vế phải:  $ax^2 + bx = -c$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Chia hai vế của hệ cho hệ số a ( $a \neq 0$ ):

Tách hạng tử  $\frac{b}{a}x$  thành  $2 \times x \times \frac{b}{2a}$

Thêm vào hai vế  $(\frac{b}{2a})^2$  để vế trái thành bình phương của một biểu thức:

$$x^2 + 2 \times x \times \frac{b}{2a} + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$$

Ta được:  $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$  (2)

b)

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

• Nếu  $\Delta > 0$  thì từ phương trình (2) suy ra:

Do đó, phương trình (1) có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ; x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

• Nếu  $\Delta = 0$  thì từ phương trình (2) suy ra:

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Do đó, phương trình (1) có nghiệm kép:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 < 0$$

• Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình (1) vô nghiệm vì (vô lý)

c)

i)  $6x^2 + x - 5 = 0$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 6 \times (-5) = 121 > 0$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{121}}{2 \times 6} = \frac{5}{6}; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{121}}{2 \times 6} = -1$$

ii)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Vậy phương trình có nghiệm kép:

iii)  $6x^2 - x + 5 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 6 \times 5 = -119 < 0$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Nhận xét: Dấu của hệ số a và c trong phương trình  $6x^2 + x - 5 = 0$  là trái dấu.

Khi a và c trái dấu thì biệt thức  $\Delta > 0$ , và phương trình có hai nghiệm phân biệt.

**C. Hoạt động luyện tập - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai**

**Câu 1: (trang 42 SGK VNEN Toán lớp 9 tập 2 chương 4)**

**Không giải phương trình, hãy xác định các hệ số a, b, c, tính biệt thức  $\Delta$  và xác định số nghiệm của mỗi phương trình sau:**

a)  $x^2 - 10x + 27 = 0$

b)  $-0,5x^2 - 3,5x + 2,5 = 0$

c)  $\frac{1}{2}x^2 + 7x + \frac{2}{3} = 0$

d)  $5x^2 + \sqrt{7}x - 1 = 0$

**Bài làm:**

a)  $x^2 - 10x + 27 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 27 = -8 < 0$$

Vậy, phương trình có 0 nghiệm.

b)  $-0,5x^2 - 3,5x + 2,5 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3,5)^2 - 4 \times (-0,5) \times 2,5 = 17,25 > 0$$

Vậy, phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

c)  $\frac{1}{2}x^2 + 7x + \frac{2}{3} = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{143}{3} > 0$$

Vậy, phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d)  $5x^2 + \sqrt{7}x - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (\sqrt{7})^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 27 > 0$$

Vậy, phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 2:** (trang 43 SGK Toán lớp 9 VNEN tập 2 chương 4)

Dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai để giải các phương trình sau:

a)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

b)  $3x^2 - 5x + 7 = 0$

c)  $0,2x^2 + 0,4x - 7 = 0$

d)  $-3x^2 + 5x - 2 = 0$

e)  $y^2 - 14y + 49 = 0$

g)  $t^2 - 5t + 3 = 0$

**Bài làm:**

a)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 6 = 1 > 0$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{1}}{2 \times 2} = 2; \quad x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$$

b)  $3x^2 - 5x + 7 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 7 = -59 < 0$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

c)  $0,2x^2 + 0,4x - 7 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (0,4)^2 - 4 \times 0,2 \times (-7) = 5,76 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2,4$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-0,4 + 2,4}{2 \times 0,2} = 5; \quad x_2 = \frac{-0,4 - 2,4}{2 \times 0,2} = -7$$

d)  $-3x^2 + 5x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times (-3) \times (-2) = 1 > 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times (-3)} = \frac{2}{3} ; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times (-3)} = 1$$

e)  $y^2 - 14y + 49 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$

Vậy phương trình có nghiệm kép:  $y = \frac{-(-14)}{2} = 7$

g)  $t^2 - 5t + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 13 > 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{13}}{2 \times 1} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} ; \frac{-(-5) - \sqrt{13}}{2 \times 1} = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

***D. Hoạt động vận dụng - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai***

**Giải phương trình bậc hai một ẩn trên máy tính CASIO fx-570ES PLUS**

Công cụ EQN (Equation) trên máy tính CASIO fx-570ES PLUS giúp chúng ta giải phương trình bậc hai có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ).

Ta thực hiện như sau:

- Ấn phím **MODE**, màn hình máy tính sẽ hiện ra các dòng:



**1: COMP**

**2: CMPLX**

**3: STAT**

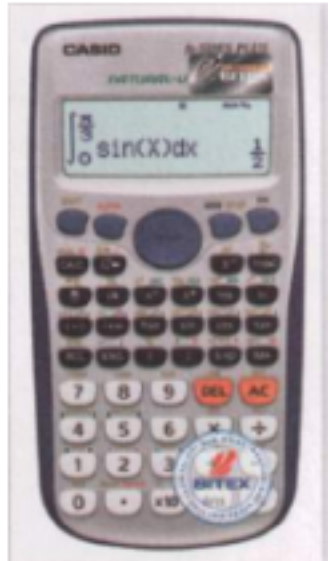
**4: BASE-N**

**5: EQN**

**6: MATRIX**

**7: TABLE**

**8: VECTOR**



- Chọn phím **5** để giải các phương trình bậc hai, bậc ba và hệ phương trình. Khi đó, màn hình sẽ hiện ra các dòng:

**1:**  $a_n X + b_n Y = d_n$

**2:**  $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$

**3:**  $ax^2 + bx + c = 0$

**4:**  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

- Để giải phương trình bậc hai một ẩn ta ấn phím **3**, sau đó nhập lần lượt các hệ số của phương trình cùng phím **=** :  $a = b = c =$ .

**Ví dụ 1.** Giải phương trình  $73x^2 - 47x - 25460 = 0$ .

Ta ấn các phím như sau:

**MODE** → **5** → **3** → **7 3 = - 47 = -25460 =**

Kết quả  $x_1 = 19$ ;  $x_2 =$

Nếu ấn tiếp phím **S** ⇔ **D** thì ta được kết quả  $-18,3562$ ;

Ấn tiếp **SHIFT S**  $\Leftrightarrow$  **D** thì ta được  $x_2 = 18 \frac{26}{73}$

**Ví dụ 2.** Giải phương trình  $x^2 + 2x + 4 = 0$ .

Vẫn trong môi trường giải phương trình bậc hai một ẩn, ta nhập:

$$1 = 2 = 4 =$$

Kết quả  $x_1 = -1 + \sqrt{3}i; x_2 = -1 - \sqrt{3}i$

Đây là nghiệm phức, ta sẽ được học trong chương trình trung học phổ thông.

Ta kết luận: Phương trình không có nghiệm thực, hay phương trình vô nghiệm.

***E. Hoạt động tìm tòi mở rộng - Bài 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai***

**Câu 1: (trang 44 SGK Toán 9 VNEN tập 2 chương 4)**

**Với giá trị nào của m thì mỗi phương trình sau có nghiệm kép?**

Tìm nghiệm kép đó

a)  $x^2 - mx + 1 = 0$

b)  $3x^2 + mx + 12 = 0$

**Bài làm:**

a)  $x^2 - mx + 1 = 0$

$$\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times 1 = m^2 - 4$$

Để phương trình có nghiệm kép thì:  $\Delta = m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$

$$x = \frac{-(\pm 2)}{2 \times 1} = \pm 1$$

Nghiệm kép đó là:

b)  $3x^2 + mx + 12 = 0$

$$\Delta = m^2 - 4 \times 3 \times 12 = m^2 - 144$$

Để phương trình có nghiệm kép thì:  $\Delta = m^2 - 144 = 0 \Rightarrow m = \pm 12$

$$x = \frac{-(\pm 12)}{2 \times 3} = \pm 2$$

Nghiệm kép đó là:

**Câu 2: (trang 44 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 2 chương 4)**

**Với giá trị nào của k thì mỗi phương trình sau vô nghiệm?**

a)  $2x^2 + kx + 1 = 0$

b)  $5x^2 + 10x + k = 0$

**Bài làm:**

a)  $2x^2 + kx + 1 = 0$

$$\Delta = k^2 - 4 \times 2 \times 1 = k^2 - 8$$

Để phương trình vô nghiệm thì:  $\Delta = k^2 - 8 < 0 \Rightarrow -\sqrt{8} < k < \sqrt{8}$

hay  $-2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$

b)  $5x^2 + 10x + k = 0$

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 5 \times k = 100 - 20k$$

Để phương trình vô nghiệm thì:  $\Delta = 100 - 20k < 0 \Rightarrow k > 5$

**Câu 3: (trang 44 SGK VNEN Toán lớp 9 tập 2 chương 4)**

**Với giá trị nào của m thì mỗi phương trình sau có hai nghiệm phân biệt? Khi đó, hãy tính nghiệm của phương trình theo m.**

a)  $4x^2 + mx - 7 = 0$

b)  $2x^2 + 3x + m - 1 = 0$

**Bài làm:**

a)  $4x^2 + mx - 7 = 0$

$$\Delta = m^2 - 4 \times 4 \times (-7) = m^2 + 112$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì:  $\Delta = m^2 + 112 > 0$  (đúng với mọi giá trị của m)

$$x = \frac{-(m) \pm \sqrt{m^2 + 112}}{2 \times 4} = \frac{-(m) \pm \sqrt{m^2 + 112}}{8}$$

Hai nghiệm đó là:

b)  $2x^2 + 3x + m - 1 = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (m - 1) = 1 - m$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì:  $\Delta = 1 - m > 0 \Rightarrow m < 1$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1 - m}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1 - m}}{4}$$

Hai nghiệm đó là:

**Em có biết?**

Vào năm 628 sau Công Nguyên, Bra-ma-gup-ta (Brahmagupta), một nhà toán học Ấn Độ đã đưa ra lời giải rõ ràng đầu tiên (dù vẫn chưa hoàn toàn tổng quát) cho phương trình bậc hai  $ax^2 + bx = c$ . Sau đó, vào thế kỉ IX, nhà bác học An Khô-va-ri-zmi (Al-Khwarizmi) ở thành Bát-đa (Baghdad – Thủ đô nước I-rắc ngày nay) cũng tìm được công thức này bằng phương pháp tách ra một bình phương nhờ một minh họa hình học. Chẳng hạn, để giải phương trình  $x^2 + 10x = 39$ , ông đã biến vế trái thành một bình phương như minh họa trên hình 14.

$\left(\frac{5}{2}\right)^2$	$\frac{5}{2}x$	$\left(\frac{5}{2}\right)^2$
$\frac{5}{2}x$	$x^2$	$\frac{5}{2}x$
$\left(\frac{5}{2}\right)^2$	$\frac{5}{2}x$	$\left(\frac{5}{2}\right)^2$

Hình 14

Hình vẽ này cho thấy, nếu cộng  $4\left(\frac{5}{2}\right)^2$  vào hai vế của phương trình thì vế trái

bằng  $\left(x + 2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2$  hay  $(x + 5)^2$  và là diện tích của hình vuông có cạnh bằng  $x + 5$ , còn vế phải bằng  $39 + 25 = 64$ . Tính cạnh là  $x + 5$ , ta sẽ tìm được  $x$ .

(Trang 46, Sách giáo khoa Toán 9 tập 2, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016)