

Nội dung bài viết

1. [A. Hoạt động khởi động - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn](#)
2. [B. Hoạt động hình thành kiến thức - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn](#)
3. [C. Hoạt động luyện tập - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn](#)
 1. [Câu 1: \(trang 106 SGK VNEN Toán 9 tập 1 chương 2\)](#)
 2. [Câu 2: \(trang 106 SGK Toán 9 VNEN tập 1 chương 2\)](#)
 3. [Câu 3: \(trang 106 SGK Toán lớp 9 VNEN tập 1 chương 2\)](#)
 4. [Câu 4: \(trang 106 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 1 chương 2\)](#)
4. [D.E. Hoạt động vận dụng và tìm tòi, mở rộng - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn](#)
 1. [Câu 1: \(trang 107 SGK VNEN Toán 9 tập 1 chương 2\)](#)
 2. [Câu 2: \(trang 107 Toán 9 SGK VNEN tập 1 chương 2\)](#)
 3. [Câu 3: \(trang 107 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 1 chương 2\)](#)

A. Hoạt động khởi động - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn

Bài tập 1. Em hãy quan sát hình bên: Các vị trí của Mặt Trời so với đường chân trời cho ta hình ảnh 3 vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

Bài tập 2. Em hãy dự đoán số điểm chung của đường thẳng và đường tròn.

Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và đường tròn ta xét các vị trí tương đối của chúng.

Dự đoán:

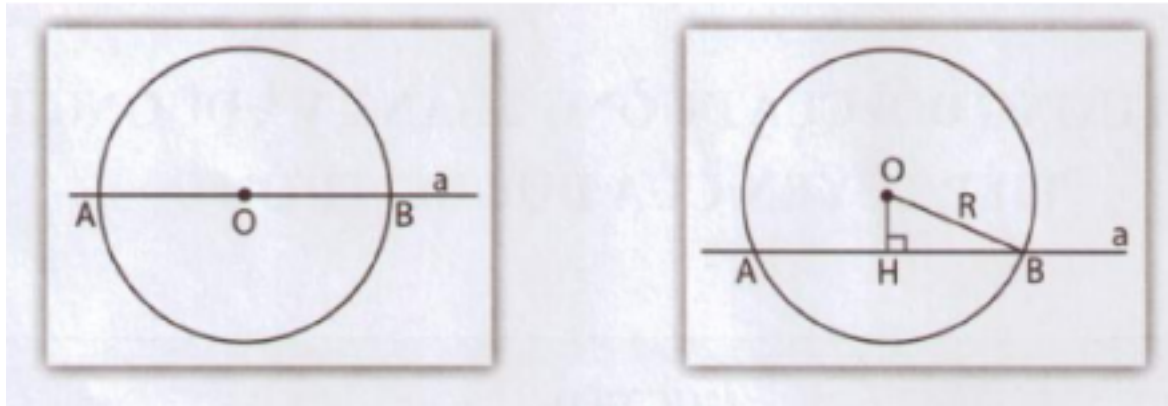
Có thể có 0, 1 hoặc 2 điểm chung giữa đường thẳng và đường tròn.

B. Hoạt động hình thành kiến thức - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn

I. Thực hiện các hoạt động sau

Xét đường tròn (O; R) và đường thẳng a. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến a, khi đó OH là khoảng cách từ O đến a.

1. Đường thẳng và đường tròn cắt nhau



Hình 96

a) Đọc kĩ nội dung sau:

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) có hai điểm chung A và B ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau (h.96)

Đường thẳng a còn gọi là cát tuyến của đường tròn (O).

Ta có $OH < R$ khi và chỉ khi đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau.

b) Chứng tỏ rằng:

Nếu đường thẳng a và đường tròn (O) có hai điểm chung thì $OH < R$ và

$$HA = HB = \sqrt{R^2 - OH^2}$$

Hướng dẫn:

Vì $OH \perp AB$ tại H nên $OH < OB$ hay $OH < R$ (h.96)

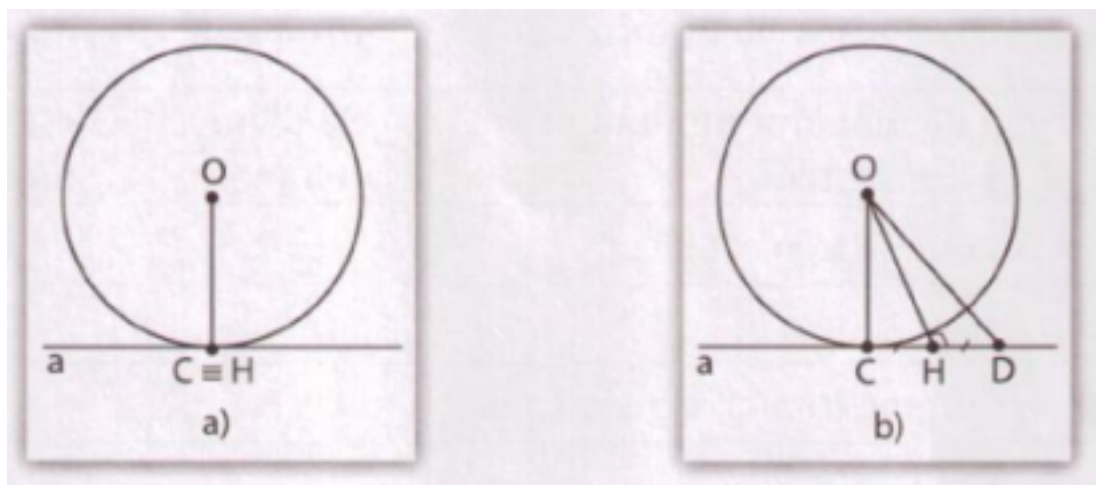
Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác vuông OHB, ta có $OH^2 + HB^2 = OB^2$

hay $OH = \sqrt{R^2 - HB^2}$

Do OH vuông góc với dây AB nên $HA = HB$ theo quan hệ đường kính và dây cung

$$\Rightarrow HA = HB = \sqrt{R^2 - OH^2}$$

2. Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau



Hình 97

a) Đọc kĩ nội dung sau:

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) có chỉ một điểm chung C , ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau (h.97a)

* Khi đó đường thẳng a còn gọi là tiếp tuyến của đường tròn (O) . Điểm C được gọi là tiếp điểm.

* Ta có $OH = R$ khi và chỉ khi đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau.

b) Đọc phần hướng dẫn chứng minh khẳng định sau: Nếu đường thẳng a tiếp xúc với đường tròn (O) tại C thì H trùng với C , $OC \perp a$ và $OH = R$.

Hướng dẫn:

Giả sử H không trùng với C , lấy D thuộc a sao cho H là trung điểm của CD (C không trùng D , hình 97b) mà $OH \perp a$. Vậy OH là trung trực của $CD \Rightarrow OC = OD$

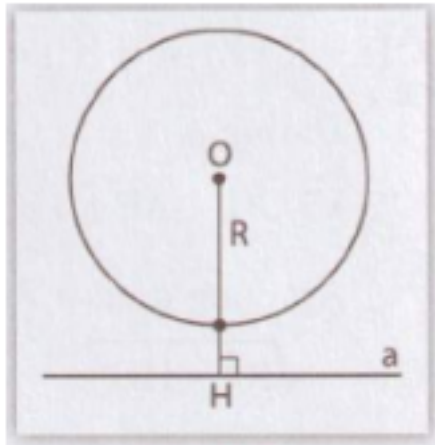
Do $OC = R$ nên $OD = R$. Vậy $C, D \in (O)$ đi đầu này mâu thuẫn với giả thiết là (O) và đường thẳng a chỉ có một điểm chung.

Vậy H trùng với C , $OC \perp a$ và $OH = R$

3. Đường thẳng và đường tròn không giao nhau

a) Đọc kĩ nội dung sau:

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) không có điểm chung, ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau (h.98).



Hình 98

Ta có $OH > R$ khi và chỉ khi đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.

b) Cho đường tròn (O) và đường thẳng a . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến a , $OH = d$ và (O) có bán kính R , điền vào bảng tóm tắt sau:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức liên hệ giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	...	$d < R$
.....	1	$d \dots R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau

Trả lời:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức liên hệ giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

4. Giải bài tập sau: Cho đường thẳng d và một điểm O cách d là 1cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính 3cm.

a) Đường thẳng d có vị trí như thế nào với đường tròn (O) ? Vì sao?

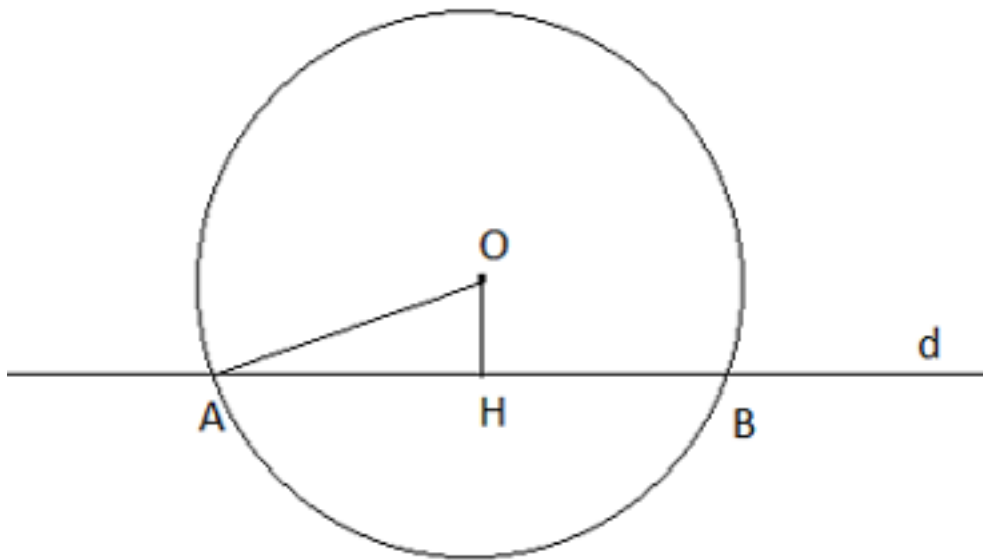
b) Gọi A và B là các giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (O) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

Gợi ý. b) Kẻ $OH \perp AB$ tại H

- Áp dụng định lý Py-ta-go vào OHA vuông tại H , ta tính được AH .

- Tính được $AB = 2AH$

Trả lời:



a) Vì $d < R$ nên đường thẳng d và đường tròn cắt nhau

b) Kẻ $OH \perp AB$ tại H

Theo định lý Py-ta-go ta có:

$$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AB = 2AH = 4\sqrt{2} \text{ cm.}$$

II. THỰC HIỆN CÁC HOẠT ĐỘNG SAU

Từ phần I.2 ta đã biết thế nào là tiếp tuyến của đường tròn và chứng minh được tính chất sau:

1. a) Đọc kĩ nội dung sau

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn thì nó vuông góc với bán kính tại tiếp điểm.

b) Tìm trên thực tế hình ảnh đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. (Ví dụ: xiếc đi xe đạp trên dây (h.99,...)).



Hình 99

2. Đọc kĩ nội dung sau

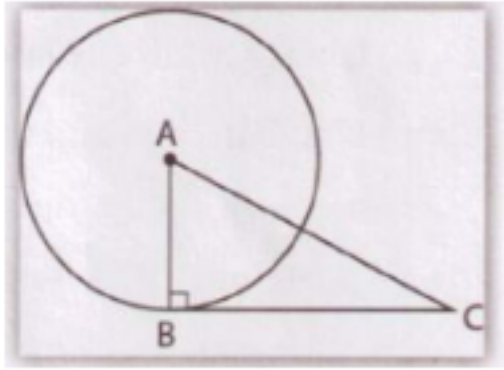
a) Nếu đường thẳng và đường tròn có một và chỉ một điểm chung thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Nếu khoảng cách từ tâm của một đường tròn đến đường thẳng độ dài bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn

Từ b) ta suy ra

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là tiếp tuyến của đường tròn.

c) Cho hình 100. Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn (A; AB)



Hình 100

Gợi ý.

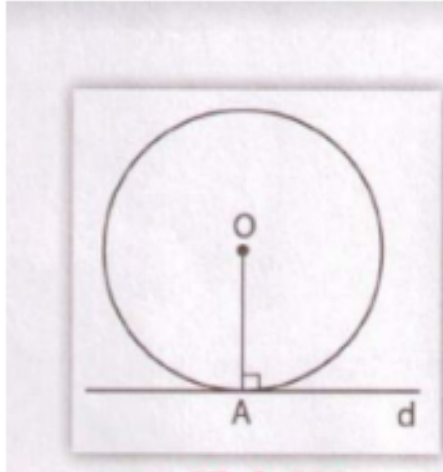
Xét đường tròn $(A; AB)$, ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp BC \text{ tại } B \\ B \in (A; AB) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \text{ là ... của } (A; AB)$$

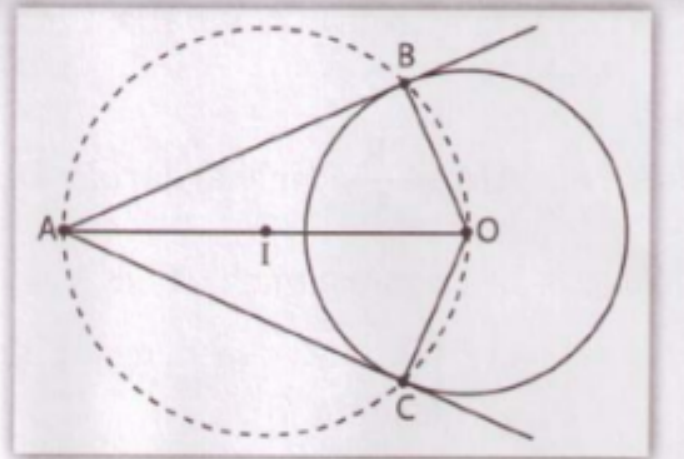
3. Hãy làm bài tập sau và rút ra cách vẽ tiếp tuyến của đường tròn:

a) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm trên đường tròn (h.101). Từ A vẽ đường thẳng d vuông góc với OA tại A . Chứng tỏ đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

b) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn (h.102). Vẽ đường tròn tâm I đường kính AO , đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại B và C . Chứng tỏ rằng AB và AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) .



Hình 101



Hình 102

Trả lời:

a) Vì d vuông góc với bán kính OA tại điểm A ($A \in d$) nên theo tính chất ta được d là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b) * Tam giác ABO là tam giác nội tiếp đường tròn (I) có AO là đường kính nên $\angle(ABO) = 90^\circ \Rightarrow AB \perp BO$ hay AB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

* Tam giác ACO là tam giác nội tiếp đường tròn (I) có AO là đường kính nên $\angle(ACO) = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CO$ hay AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

C. Hoạt động luyện tập - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn

Câu 1: (trang 106 SGK VNEN Toán 9 tập 1 chương 2)

Điền vào chỗ chấm (...) (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng)

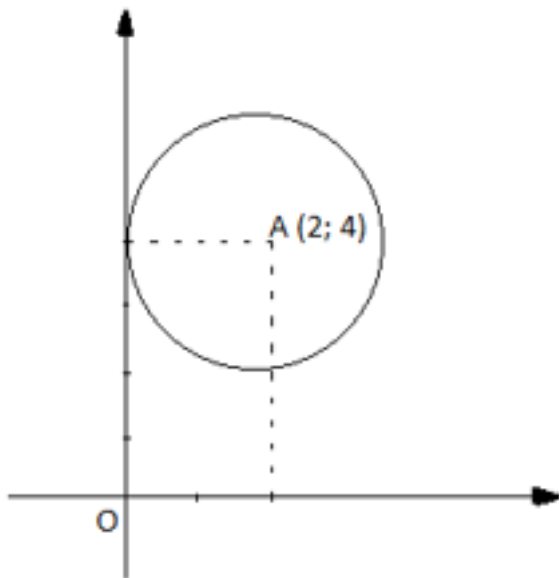
R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	2cm
4cm	Tiếp xúc nhau
3cm	7dm

Lời giải:

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	2cm	cắt nhau
4cm	4cm	tiếp xúc nhau
3dm	7dm	không giao nhau

Câu 2: (trang 106 SGK Toán 9 VNEN tập 1 chương 2)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(2;4). Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn (A;2) và các trục tọa độ.



Nhận xét: Đường tròn (A; 2) tiếp xúc với trục tung Oy và không giao nhau với trục hoành Ox.

Câu 3: (trang 106 SGK Toán lớp 9 VNEN tập 1 chương 2)

Cho đường tròn (O), dây AB khác đường kính, lấy I là trung điểm của AB. Đường thẳng OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C.

a) Chứng minh CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Cho bán kính của đường tròn bằng 13cm, AB = 24cm. Tính độ dài OC.

Gợi ý. a) Trong đường tròn (O) có OI đi qua I là trung điểm của AB nên $OI \perp AB$ mà OAB cân tại O \Rightarrow OI là phân giác của góc AOB.

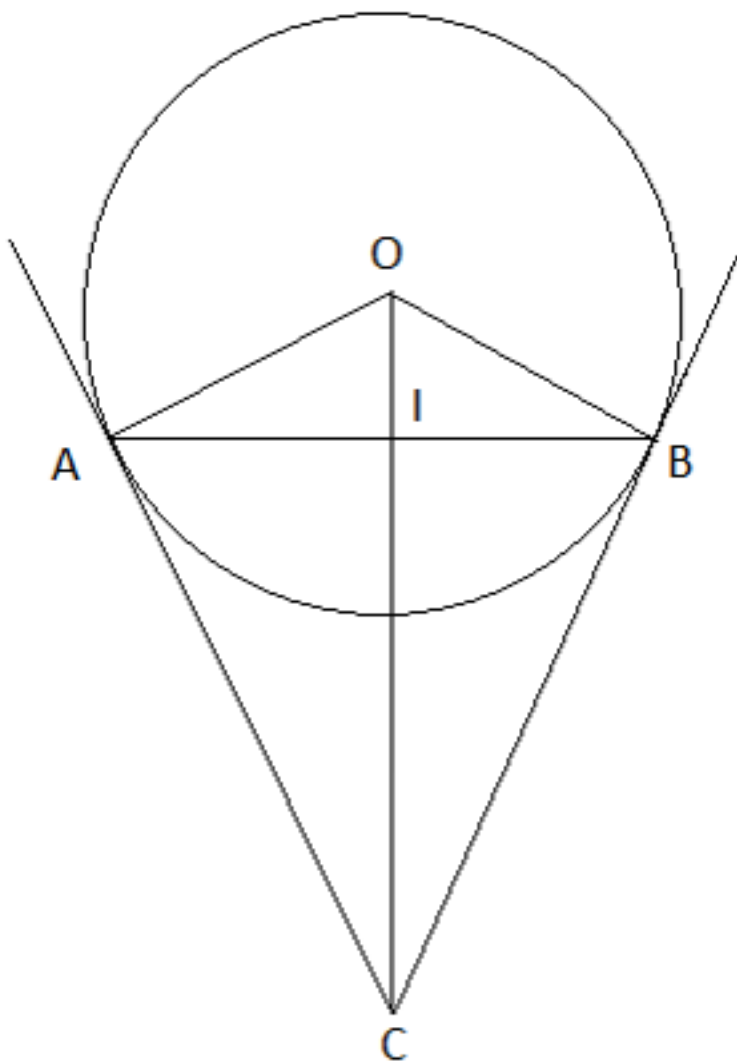
Chứng minh được $\Delta OAC = \Delta OBC \Rightarrow \angle(OAC) = \angle(OBC) = 90^\circ$.

Suy ra CB là tiếp tuyến của (O)

b) Áp dụng định lí Py-ta-go vào ΔOBI vuông tại I $\Rightarrow OI = 5\text{cm}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OBC $\Rightarrow OB^2 = OI \cdot OC$, suy ra OC

Lời giải:



a) Ta có I là trung điểm của AB nên $OI \perp AB$ mà ΔOAB cân tại O nên OI là phân giác của $(AOB)^\wedge$

Xét ΔOAC và ΔOBC có:

OC chung, $OA = OB$, $\angle(AOC) = \angle(BOC)$

$$\Rightarrow \Delta OAC = \Delta OBC \Rightarrow \angle(OBC) = \angle(OAC) = 90^\circ$$

Suy ra CB là tiếp tuyến của (O).

$$b) AI = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ cm}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OBC ta có:

$$OA^2 = \underline{OI \cdot OC} \Rightarrow OC = \frac{OA^2}{OI} = \frac{13^2}{5} = \frac{169}{5} \text{ cm}$$

$$\text{Vậy } OC = \frac{169}{5} \text{ cm.}$$

Câu 4: (trang 106 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 1 chương 2)

Cho đường tròn tâm O đường kính DA = 2R, dây BC ⊥ OA tại M, gọi E là điểm đối xứng với A qua M.

a) Tứ giác ACEB là hình gì? Vì sao?

b) Gọi K là giao điểm của CE với BD. Chứng minh rằng K nằm trên đường tròn đường kính ED

c) Nếu AM = 2R/3. Tính độ dài dây DB theo R.

Gợi ý. b) Ta chứng minh ΔEDK vuông tại K.

c) Tính DM. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD ta tính được BD.

Lời giải:

a) Tứ giác ACEB có BC ⊥ AE và BM = CM, ME = MA nên tứ giác ACEB là hình thoi

b) Ta có: $\angle(ADB) + \angle(DAB) = 90^\circ$

Mặt khác: $\angle(DAB) = \angle(DEK)$ (đồng vị do $CE \parallel AB$)

$\Rightarrow \angle(ADB) + \angle(DEK) = 90^\circ$ hay $\angle(DKE) = 90^\circ$

Tam giác DKE có $\angle(DKE) = 90^\circ$ nên DE là cạnh huyền \Rightarrow tam giác DKE là tam giác nội tiếp đường tròn có đường kính là ED hay K nằm trên đường tròn đường kính ED (đpcm).

c) Ta có:

$$AM = \frac{2R}{3} \Rightarrow DM = \frac{4R}{3}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông DAB ta có:

$$DB^2 = DM \cdot DA = \frac{4R}{3} \cdot 2R = \frac{4R^2}{3} \Rightarrow DB = \frac{2\sqrt{6}R}{3}$$

D.E. Hoạt động vận dụng và tìm tòi, mở rộng - Bài 4: Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn

Câu 1: (trang 107 SGK VNEN Toán 9 tập 1 chương 2)

Đố: Dây cu-roa trên hình 103 có những phần là tiếp tuyến của các đường tròn tâm A, B, C. Chiều quay của đường tròn tâm B ngược chiều quay của kim đồng hồ. Tìm chiều quay của đường tròn tâm A và đường tròn tâm C (cùng chiều quay hay ngược chiều quay của kim đồng hồ).

Hình thực tế

Hình mô phỏng



Hình 103

Lời giải:

Từ hình vẽ, đường tròn (A) và (C) nằm cùng một phía (về bên dưới) so với sợi dây nên có cùng chiều quay, còn đường tròn (B) nằm ở khác phía (bên trên) suy ra đường tròn (A) và (C) quay ngược chiều với (B).

Vì đường tròn (B) quay ngược chiều của kim đồng hồ nên đường tròn (A) và (C) có cùng chiều quay của kim đồng hồ.

Câu 2: (trang 107 Toán 9 SGK VNEN tập 1 chương 2)

Bánh của tàu hỏa và đường ray tàu trên một đoạn đường có vị trí như thế nào với nhau? (Nếu xem bánh xe của tàu hỏa là hình tròn và đường ray là đường thẳng, hình 104).



Hình 104

Lời giải:

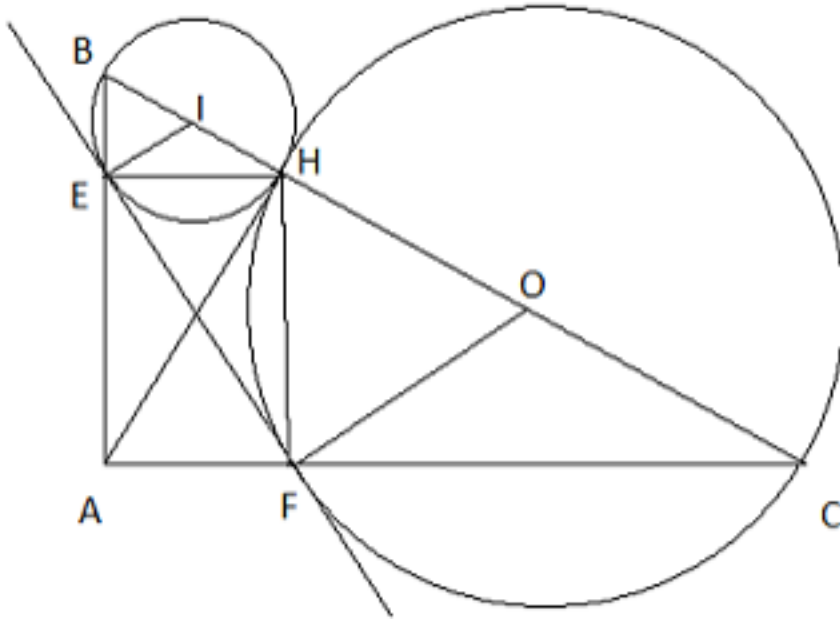
Vì bánh xe chuyển động trên đường ray nên bánh xe và đường ray tiếp xúc với nhau.

Câu 3: (trang 107 SGK Toán VNEN lớp 9 tập 1 chương 2)

Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$) có đường cao là AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa đỉnh A vẽ đường tròn đường kính BH cắt cạnh AB tại E và đường tròn đường kính HC cắt cạnh AC tại F.

- a) Chứng minh rằng tứ giác AFHE là hình chữ nhật.
- b) Xác định vị trí tương đối của đường tròn đường kính BH với AH.
- c) Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.
- d) Biết thêm góc $\angle ABC = 30^\circ$. Chứng minh rằng bán kính của đường tròn đường kính HB gấp ba lần bán kính của đường tròn đường kính HC.

Lời giải:



a) Tam giác BEH nội tiếp đường tròn (I) có BH là đường kính nên $\angle(BEH) = 90^\circ \Rightarrow \angle(AEH) = 90^\circ$

Tương tự ta có $\angle(AFH) = 90^\circ$

Tứ giác AFHE có $\angle(AEH) = \angle(AFH) = \angle(EAF) = 90^\circ$ nên tứ giác AFHE là hình chữ nhật.

b) Vì $AH \perp BH$ nên AH là tiếp tuyến của (I)

Vậy AH là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BH.

c) Xét đường tròn (I) có $IE = IH \Rightarrow \triangle IEH$ cân tại I $\Rightarrow \angle(IEH) = \angle(IHE)$

Tứ giác AFHE là hình chữ nhật (theo câu a) nên $\angle(HEF) = \angle(EHA)$

Suy ra $\angle(IEH) + \angle(HEF) = \angle(IHE) + \angle(EHA) = 90^\circ \Rightarrow \angle(IEF) = 90^\circ$ hay $IE \perp EF$

$\Rightarrow EF$ là tiếp tuyến của (I)

Tương tự ta chứng minh được EF là tiếp tuyến của (O)

Hay EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (O).

d) Ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC$

$AC^2 = CH \cdot BC$

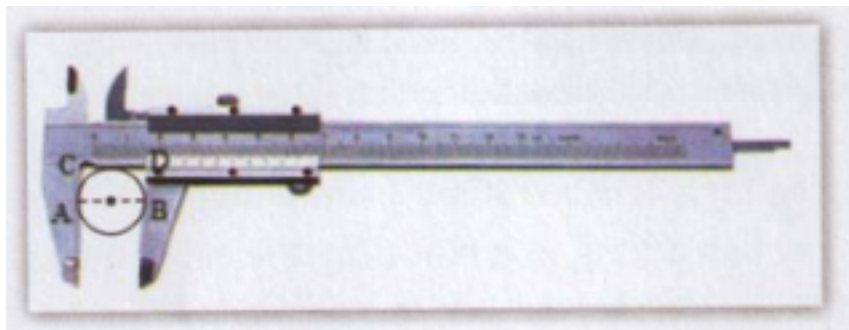
$$\Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \cdot BC}{CH \cdot BC} \Leftrightarrow \frac{BH}{CH} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

Hay bán kính của đường tròn đường kính HC gấp ba lần bán kính của đường tròn đường kính HB.

4. Có thể em chưa biết

a) Thước đo đường kính của vật có dạng hình tròn

Hình 105 là một thước cặp (pan-me) dùng để đo đường kính của một vật hình tròn.

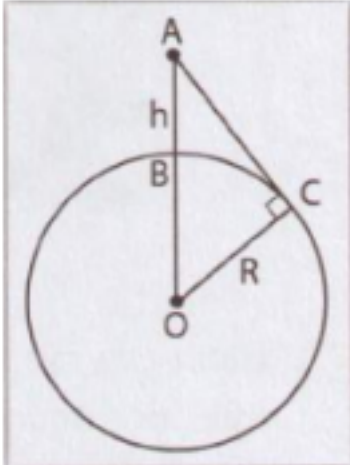


Hình 105

Các đường thẳng AC, BD, CD tiếp xúc với đường tròn. Gọi O là tâm của đường tròn. Các góc ACD, CDB, OAC, OBD đều là góc vuông nên ba điểm A, O, B thẳng hàng. Độ dài CD cho ta đường kính hình tròn

b) Tính tầm nhìn xa tối đa

Một người quan sát đặt mắt ở vị trí A có độ cao cách mặt nước biển là $AB = 5\text{m}$. Tầm nhìn xa tối đa là đoạn thẳng AC (với C là tiếp điểm vẽ qua A, hình 106). Nếu biết bán kính Trái Đất là $OB = OC = 6400\text{km}$ thì ta tính được độ dài AC.



Hình 106

Cách 1. Theo định lý Py-ta-go:

$$AC^2 = OA^2 - OC^2 = (6400,005)^2 - 6400^2$$

$$= 40960064,000025 - 40960000 = 64,000025$$

$$\Rightarrow AC \approx 8 \text{ (km)}$$

Cách 2. Đặt $AB = h$, $OB = OC = R$, ta có

$$AC^2 = OA^2 - OC^2 = (R + h)^2 - R^2 = R^2 + 2Rh + h^2 - R^2 = 2Rh + h^2$$

$$\text{Như vậy } AC^2 = 2Rh + h^2$$

Vì chiều cao h rất nhỏ so với bán kính R của Trái đất nên $AC^2 \approx 2Rh$, do đó

$$AC \approx \sqrt{6400 \cdot 2h}. \text{ Vậy } AC \approx 80\sqrt{2h}$$

Với $AB = 5\text{m} = 0,005 \text{ km}$, ta có

$$AC \approx 80\sqrt{2 \cdot 0,005} ; AC \approx 80\sqrt{0,01} = 80 \cdot 0,1 = 8(\text{km})$$

* Chú ý: Nếu vị trí quan sát có độ cao h (km) so với mặt nước biển thì tầm nhìn xa tối đa d (km) có thể tính bởi công thức gần đúng d

Với $h = 20\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{2.0,02}$; $d \approx 16$ (km)

Với $h = 80\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{2.0,08} \approx 32$ (km)

Với $h = 125\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{.0,125}$; $d \approx 40$ (km)