

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (3.0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C), đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số) và hai điểm $M(3; 4), N(4; 5)$. Tìm các giá trị thực của m để đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho 4 điểm A, B, M, N lập thành tứ giác lồi $AMBN$ có diện tích bằng 2.

Câu 2 (2.0 điểm)

Giải phương trình: $\frac{(2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x) + 4 \cos^2 x + 1}{1 + \sin x} = 8$ với $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3 (2.0 điểm)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực:

$$2x + 1 = m\sqrt{x^2 + 1}$$

Câu 4 (2.0 điểm)

Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi rồi cộng các số ghi trên 6 viên bi đó với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

Câu 5 (3.0 điểm)

a) Xác định ba số hạng đầu của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 9 và tổng các bình phương của chúng là 125.

b) Cho dãy số (u_n) biết: $\begin{cases} u_1 = 16 \\ u_{n+1} + 14 = \frac{15(n \cdot u_n + 1)}{n+1} \end{cases}, \forall n \geq 1$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

Câu 6 (2.0 điểm)

Cho a, b là các số thực thỏa: $a, b \in \left[\frac{1}{4}; 2\right]$ và $a + b = 4ab$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = (a - b)^2 - 2(a + b)$.

Câu 7 (2.0 điểm)

Cho tam giác ABC với điểm D trên cạnh BC ($D \neq B, D \neq C$) và điểm M trên đoạn AD ($M \neq A, M \neq D$). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MB, MC . Tia DI cắt AB tại điểm P , tia DK cắt AC tại điểm Q . Chứng minh: $PQ \parallel IK$.

Câu 8 (4.0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC , H là giao điểm của AF và DE . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SH, DF theo a .