

Câu 1. (6,0 điểm)

a) Giải phương trình
$$\frac{2\sin^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 3}{2\cos x - \sqrt{2}} = 0.$$

b) Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $\frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \dots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{2n-11}{5}$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển của $P(x) = (2x-1)^n \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right)$.

Câu 2. (5,0 điểm)

a) Gọi E là tập các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập E . Tính xác suất để chọn được số có mặt đồng thời hai chữ số 2 và 3.

b) Tìm giới hạn hàm số $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x^2 - \sqrt{x^2 - x} \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 - 3x}\right)$.

Câu 3. (5,0 điểm)

a) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC . Tính góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) .

b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Lấy M thuộc tia AD sao cho $AM = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm $A'B'$ và DD' ; P và Q lần lượt thuộc các đường thẳng AE và CF . Tìm giá trị lớn nhất của tỷ số $\frac{MP}{PQ}$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy + 2 = 3(x+y)$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2022 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{n \cdot u_n^2 + 1} \end{cases}, \forall n = 1, 2, \dots$$
 Chứng minh rằng dãy $\left\{\frac{1}{n \cdot u_n}\right\}$

có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

-----HẾT-----