

Giải Toán 7 VNEN Bài 8: Nghiệm của đa thức một biến

A. Hoạt động khởi động

(trang 56 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

a) Cho đa thức $Q(x) = x^2 - 2x + 3$. Tính $Q(-1)$; $Q(3)$; $Q(1)$

b) Cho biết công thức đổi từ độ F sang độ C là $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Tính xem nước đóng băng ở bao nhiêu độ F. (Biết rằng nước đóng băng ở 0°C)

B. Hoạt động hình thành kiến thức

1. (trang 56 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

a) Xét đa thức $P(x) = 2x + \frac{1}{2}$

- Tính $P(-\frac{1}{4})$

b) Đọc kĩ nội dung sau (Sgk trang 56)

c) Thực hiện theo yêu cầu

- Giải thích tại sao $x = -1$ và $x = 1$ là các nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 1$.

- Kiểm tra xem $x = \frac{1}{10}$ có phải là nghiệm của đa thức $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$ hay không.

- Nếu cách kiểm tra một số a có phải là nghiệm của đa thức $P(x)$ không.

- Giải thích tại sao đa thức $G(x) = x^2 + 3$ không có nghiệm.

Trả lời:

a) $P(-\frac{1}{4}) = 2(-\frac{1}{4}) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

c) - Ta có: $Q(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$

và $Q(1) = (1)^2 - 1 = 0$

Vì tại $x = -1$ và $x = 1$, đa thức $Q(x)$ có giá trị bằng 0 nên chúng là các nghiệm của đa thức $Q(x)$.

- Thay $x = \frac{1}{10}$ vào đa thức $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$ ta được:

$$P\left(\frac{1}{10}\right) = 5 \times \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = 1 \text{ (khác 0) suy ra } x = \frac{1}{10} \text{ không phải là nghiệm của đa thức } P(x).$$

- Để kiểm tra một số a có phải là nghiệm của đa thức $P(x)$ không, ta đi tìm $P(a)$.

+ Nếu $P(a) = 0$ thì $x = a$ là nghiệm của $P(x)$

+ Nếu $P(a)$ khác 0 thì $x = a$ không là nghiệm của $P(x)$.

- Đa thức $G(x) = x^2 + 3$ không có nghiệm, vì tại $x = b$ bất kỳ, ta luôn có:

$$G(b) = b^2 + 3 \geq 0 + 3 > 0$$

2. (trang 57 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Chú ý (Sgk trang 57)

b) Thực hiện theo yêu cầu

* $x = -2$; $x = 0$ và $x = 2$ có phải là nghiệm của đa thức $x^3 - 4x$ hay không? Vì sao?

* Trong các số cho ở bảng sau, số nào là nghiệm của đa thức (ở cùng hàng)?

a) $P(x) = 2x + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
b) $Q(x) = x^2 - 2x - 3$	3	1	-1

Từ kết quả của bài tập trên, hãy trả lời câu hỏi: Có thể tìm nghiệm của đa thức bằng cách nào?

Trả lời:

* Ta có:

- Thay $x = -2$ vào đa thức $x^3 - 4x$ ta được $(-2)^3 - 4(-2) = 0$

- Thay $x = 0$ vào đa thức $x^3 - 4x$ ta được $(0)^3 - 4(0) = 0$

- Thay $x = 2$ vào đa thức $x^3 - 4x$ ta được $(2)^3 - 4(2) = 0$

Vậy $x = -2$; $x = 0$ và $x = 2$ là các nghiệm của đa thức $x^3 - 4x$.

* a) $x = -\frac{1}{4}$ là nghiệm của đa thức $P(x) = 2x + \frac{1}{2}$

b) $x = 3$ và $x = -1$ là các nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 2x - 3$

Kết luận: Có thể tìm nghiệm của đa thức bằng cách tìm các giá trị của biến sao cho tại giá trị đó, giá trị của đa thức bằng 0.

C. Hoạt động luyện tập

1. (trang 57 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Kiểm tra xem mỗi số $x = 1$; $x = 3$ có phải là một nghiệm của đa thức sau không.

$$P(x) = x^2 - 4x + 3$$

Trả lời:

- Tại $x = 1$, đa thức $P(x)$ có giá trị là: $P(1) = (1)^2 - 4(1) + 3 = 0$

- Tại $x = 3$, đa thức $P(x)$ có giá trị là: $P(3) = (3)^2 - 4(3) + 3 = 0$

Vậy $x = 1$; $x = 3$ là một nghiệm của đa thức $P(x)$

2. (trang 57 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Trong tập hợp các số $\{1; 2; -1; 0\}$, số nào là nghiệm, số nào không phải là nghiệm của đa thức: $R(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$?

Trả lời:

- Xét: $R(1) = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 - 3 = 0$

$$R(2) = (2)^4 + 2(2)^3 - (2)^2 + 2 - 3 = 27$$

$$R(-1) = (-1)^4 + 2(-1)^3 - (-1)^2 + (-1) - 3 = -6$$

$$R(0) = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 - 3 = -3$$

Vậy tại $x = 1$, giá trị của đa thức $R(x) = 0$, nên $x = 1$ là nghiệm của đa thức $R(x)$.

Tại $x = 2$, $x = -1$ và $x = 0$, giá trị của đa thức $R(x)$ khác 0, nên chúng không phải là nghiệm của đa thức $R(x)$.

3. (trang 57 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

a) Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau:

- $P(y) = 3y - 6$; - $N(x) = \frac{1}{3} - 2x$; - $D(z) = z^3 - 27$

- $M(x) = x^2 - 4$; - $C(y) = \sqrt{2y} + 3$

b) Chứng tỏ rằng đa thức sau không có nghiệm: $Q(x) = x^4 + 1$

Trả lời:

a) Ta có:

- $P(y) = 0 \Leftrightarrow 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow 3y = 6 \Leftrightarrow y = 2$

Vậy $S = \{2\}$

- $N(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy $S = \{\frac{1}{6}\}$

- $D(z) = 0 \Leftrightarrow z^3 - 27 = 0 \Leftrightarrow z^3 = 27 \Leftrightarrow z = 3$

Vậy $S = \{3\}$

- $M(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ và $x = -2$

Vậy $S = \{2; -2\}$

- $C(y) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2y} + 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2y} = -3 \Leftrightarrow y = \frac{-3}{\sqrt{2}}$

Vậy $S = \{\frac{-3}{\sqrt{2}}\}$

b) Tại $x = a$ bất kỳ, ta luôn có: $Q(a) = (a^4) + 1 \geq 0 + 1 > 0$

Do đó tại $x = a$ bất kỳ, giá trị của đa thức $Q(x)$ luôn lớn hơn 0. Vậy đa thức $Q(x)$ không có nghiệm.

D. Hoạt động vận dụng

1. (trang 57 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Bạn Hùng nói: "Ta chỉ có thể viết được một đa thức một biến có nghiệm bằng 1"

Bạn Sơn nói: "Có thể viết được nhiều đa thức một biến có nghiệm bằng 1"

Ý kiến em thế nào?

Trả lời:

Em đồng ý với ý kiến của bạn Sơn.

Ta có thể viết được nhiều đa thức một biến có nghiệm bằng 1 với nhiều bậc khác nhau, ví dụ như:

$$M(x) = x - 1; \quad N(x) = x^2 - 4x + 3; \quad P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3 \dots$$

2. (trang 58 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Hãy viết một đa thức sao cho nó:

- Có một nghiệm duy nhất là $x = -3$
- Chỉ có 2 nghiệm là $x = 2$ và $x = -2$
- Không có nghiệm

Trả lời:

a) Đa thức có một nghiệm duy nhất là $x = -3$: $P(x) = x^3 + 27$

b) Đa thức chỉ có 2 nghiệm $x = 2$ và $x = -2$: $F(x) = x^2 - 4$

c) Đa thức không có nghiệm: $K(x) = x^4 + 5$

E. Hoạt động tìm tòi mở rộng

1. (trang 58 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Cho đa thức $A(x) = ax^2 + bx + c$ (với a, b, c là các hằng số). Chứng minh rằng:

a) Nếu $a + b + c = 0$ thì $x = 1$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$;

b) Nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$;

Trả lời:

a) Giả sử $x = 1$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$, ta có:

$$A(1) = 0 \Leftrightarrow a(1)^2 + b(1) + c = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 0 \text{ (đpcm)}$$

Vậy $a + b + c = 0$ thì $x = 1$ là 1 nghiệm của đa thức $A(x)$

b) Giả sử $x = -1$ là nghiệm của đa thức $A(x)$, ta có:

$$A(-1) = 0 \Leftrightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0 \text{ (đpcm)}$$

Vậy $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là 1 nghiệm của đa thức $A(x)$

2. (trang 58 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Cho hai đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ đều có nghiệm. Có thể khẳng định được rằng đa thức $P(x) + Q(x)$ luôn có nghiệm hay không? Minh họa cho câu trả lời của em bằng một ví dụ.

Trả lời:

Có thể khẳng định được rằng đa thức $P(x) + Q(x)$ luôn có nghiệm với $P(x)$ và $Q(x)$ đều có nghiệm.

Ví dụ: $P(x) = 2x + 2$ có nghiệm là $x = -1$

Và $Q(x) = 3x - 6$ có nghiệm là $x = 2$

Ta có $P(x) + Q(x) = (2x + 2) + (3x - 6) = 5x - 5$

- Xét $F(x) = 5x - 5$:

$$F(x) = 0 \Leftrightarrow 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $x = 1$ là nghiệm của đa thức $F(x)$ hay nói cách khác $x = 1$ là nghiệm của đa thức $P(x) + Q(x)$ (đpcm)

3. (trang 58 SGK Toán lớp 7 VNEN tập 2 chương 4).

Cho hai đa thức $M(x)$ và $N(x)$ có cùng một nghiệm. Có thể khẳng định được rằng đa thức $M(x) + N(x)$ luôn có nghiệm hay không? Cho một ví dụ minh họa cho câu trả lời của em.

Trả lời:

Có thể khẳng định được rằng đa thức $M(x) + N(x)$ luôn có nghiệm với $M(x)$ và $N(x)$ có cùng một nghiệm.

Ví dụ: $M(x) = 4x + 8$ có nghiệm là $x = -2$

Và $N(x) = 3x + 6$ có nghiệm là $x = -2$

Ta có $M(x) + N(x) = (4x + 8) + (3x + 6) = 7x + 14$

- Xét $F(x) = 7x + 14$:

$$F(x) = 0 \Leftrightarrow 7x + 14 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy $x = -2$ là nghiệm của đa thức $F(x)$ hay nói cách khác $x = -2$ là nghiệm của đa thức $M(x) + N(x)$ với $M(x)$ và $N(x)$ có cùng một nghiệm. (đpcm)