

Câu I (4 điểm): Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $A = -5^{22} - \{-222 - [-122 - (100 - 5^{22}) + 2022]\}$

2) $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

3) $C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$

Câu II (4 điểm): Tìm số nguyên x , biết:

1) $14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$

2) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$

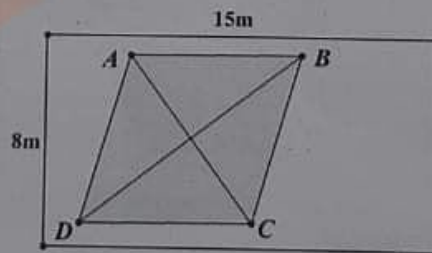
Câu III (4 điểm):

1. Tìm số nguyên n để $A = 2n^2 + n - 6$ chia hết cho $2n + 1$

2. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng: $p^2 - 1 : 24$

3. Tìm các số nguyên tố x và y biết $x^2 - 6y^2 = 1$

Câu IV (5 điểm): 1) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15m$, chiều rộng $8m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75m^2$. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 9m$.



2) Cho 2 tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$.

Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

3) Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Câu V (3 điểm):

1) Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $3xy + 2x - 5y = 6$

2) Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 6

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu I 4 điểm	1 (1,5 điểm)	$A = -5^{22} - \{-222 - [-122 - (100 - 5^{22}) + 2022]\}$	0,5 0,5 0,5
		$A = -5^{22} + 222 + \{-122 - (100 - 5^{22}) + 2022\}$	
		$A = -5^{22} + 222 - 122 - (100 - 5^{22}) + 2022$	
		$A = -5^{22} + 222 - 122 - 100 + 5^{22} + 2022$	
		$A = (-5^{22} + 5^{22}) + (222 - 122 - 100) + 2022 = 2022$	
Câu I 4 điểm	2 (1,5 điểm)	$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$	0,75
		$B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$	0,25
		$B = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{21}{2}$	0,5
		$B = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+21) = \frac{1}{2}(1+2+3+4+\dots+20) = \frac{1}{2} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} = 105$	
	1 (1,0 điểm)	$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3} = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot 8^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 - 2 \cdot 8^4 \cdot 27^3}$	1,0
		$C = \frac{5 \cdot 2^{12} \cdot 3^8 - 3^9 \cdot 2^{12}}{2^{15} \cdot 3^8 - 2^{13} \cdot 3^9} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (5-3)}{2^{13} \cdot 3^8 (2^2-3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 2}{2^{13} \cdot 3^8} = 1$	
Câu II 4 điểm	1 (2,0 điểm)	$14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$	0,5
		$3 \cdot 49^x = 35 \cdot 7^{2021} - 14 \cdot 7^{2021}$	0,5
		$3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7 \cdot 7^{2021} - 2 \cdot 7 \cdot 7^{2021}$	0,5
		$3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2022} - 2 \cdot 7^{2022}$	
		$3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2022} - 2 \cdot 7^{2022}$	
		$3 \cdot 7^{2x} = 7^{2022} (5-2) = 3 \cdot 7^{2022}$	
		$7^{2x} = 7^{2022}$	
		$2x = 2022$	
		$x = 2022 : 2 = 1011$	
		Vậy $x=1011$	0,5
Câu II 4 điểm	2 (2,0 điểm)	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$	0,25
		$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \left(\frac{1}{9} + 1\right) + \left(\frac{2}{8} + 1\right) + \left(\frac{3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1\right) + 1$	
		$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{10}{9} + \frac{10}{8} + \frac{10}{7} + \dots + \frac{10}{2} + \frac{10}{10}$	0,75
		$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right) \Rightarrow x = 10$	1,0
		Vậy $x=10$	

1. 1,5 điểm

Ta có: $A = 2n^2 + n - 6 = n(2n+1) - 6$
 Vì A chia hết cho $2n+1$ nên $n(2n+1) - 6 : 2n+1$ mà $n(2n+1) : 2n+1$ nên $6 : 2n+1 \Rightarrow 2n+1 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$. Do $2n+1$ là số lẻ nên $2n+1 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 3\}$. Ta có bảng sau:

$2n+1$	1	-1	3	-3
$2n$	0	-2	2	-4
n	0	-1	1	-2

Vậy với $n \in \{-2; -1; 0; 1\}$ thì $A = 2n^2 + n - 6$ chia hết cho $2n+1$.

Câu III
4 điểm

2. 1,5 điểm

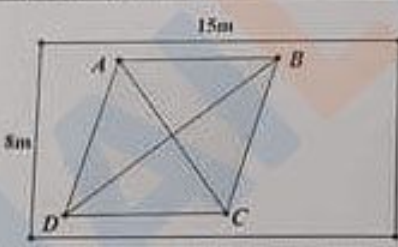
Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ và p không chia hết cho 3
 Ta có: $p^2 - 1 = p^2 - p + p - 1 = p(p-1) + (p-1) = (p-1)(p+1)$
 Do p là số lẻ nên $p = 2k + 1 (k \in \mathbb{N}^*)$
 $\Rightarrow p^2 - 1 = (p-1)(p+1) = 2k(2k+2) = 4k(k+1) : 8(1)$
 Mặt khác, p-1, p, p+1 là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3, mà p không chia hết cho 3 nên p-1 hoặc p+1 chia hết cho 3.
 Từ đó suy ra: $\Rightarrow p^2 - 1 = (p-1)(p+1) : 3(2)$
 Vì $(3; 8) = 1$ và từ (1) và (2) nên suy ra $p^2 - 1 : 24$

2.a 1,0 điểm

Ta có: $x^2 - 6y^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 6y^2 \Rightarrow x^2 - x + x - 1 = 6y^2 \Rightarrow (x+1)(x-1) = 6y^2$
 Vì $6y^2 : 2 \Rightarrow (x+1)(x-1) : 2$ mà $(x+1) + (x-1) = 2x : 2$ nên x-1 và x+1 là 2 số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (x+1)(x-1) : 8 \Rightarrow 6y^2 : 8 \Rightarrow 3y^2 : 4$ mà $(3, 4) = 1$ nên $y^2 : 4 \Rightarrow y : 2$ mà y là số nguyên tố nên $y = 2$
 Với $y = 2$, suy ra $x^2 - 6 \cdot 2^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 24 = 1 \Rightarrow x^2 = 25 = 5^2 \Rightarrow x = 5$
 Vậy $(x; y) = (5; 2)$

Câu IV
5 điểm

1. 1,5 điểm



Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:
 $15 \cdot 8 = 120 (m^2)$
 Diện tích phần trồng hoa hình thoi là:
 $120 : 2 = 60 (m^2)$
 Độ dài đường chéo AC là:
 $60 : 3 = 20 (m)$

2a

x A M O B y

	2,0 điểm	<p>Vi hai điểm A, M cùng thuộc tia Ox và $(OM < OA)$ nên điểm M nằm giữa O và A $\Rightarrow OM + MA = OA \Rightarrow MA = OA - OM = 5 - 1 = 4\text{cm}$ và suy ra MO và MA là 2 tia đối nhau (1)</p> <p>Vi Ox và Oy là hai tia đối nhau và M thuộc Ox, B thuộc Oy nên OM và OB là hai tia đối nhau $\Rightarrow O$ nằm giữa B và M $\Rightarrow OM + OB = MB \Rightarrow MB = 3 + 1 = 4\text{cm}$ và suy ra MO và MB là 2 tia trùng nhau (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra MA và MB là 2 tia đối nhau, hay M nằm giữa A, B và $MA = MB = 4\text{cm}$ nên M là trung điểm của AB.</p>	0,75 0,75 0,5																				
	2b (1,5 điểm)	<p>Giả sử có 30 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là: $30(30-1):2 = 435$ (đường thẳng)</p> <p>Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $5(5-1):2 = 10$ (đường thẳng)</p> <p>Nếu 5 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 (đường thẳng)</p> <p>Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10 - 1 = 9$ (đường thẳng)</p> <p>Vậy vẽ được $435 - 9 = 426$ (đường thẳng)</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5																				
Câu V 2 điểm	3 (2 điểm)	<p>$3xy + 2x - 5y = 6 \Rightarrow x(3y + 2) - 5y = 6 \Rightarrow 3x(3y + 2) - 15y = 18$ $\Rightarrow 3x(3y + 2) - 15y - 10 = 18 - 10 \Rightarrow 3x(3y + 2) - 5(3y + 2) = 8$ $\Rightarrow (3x - 5)(3y + 2) = 8$ $\Rightarrow 3y + 2 \in U(8) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$ Mà $3y + 2$ là số chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow 3y + 2 \in \{-1; 2; -4; 8\}$. Ta có bảng sau:</p> <table border="1" data-bbox="295 1209 1236 1400"> <tr> <td>$3y+2$</td> <td>-4</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>$3x-5$</td> <td>-2</td> <td>-8</td> <td>4</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Vậy $(x; y) \in \{(1; -2), (-1; -1), (3; 0), (2; 2)\}$</p>	$3y+2$	-4	-1	2	8	$3x-5$	-2	-8	4	1	y	-2	-1	0	2	x	1	-1	3	2	0,5 0,5 1,0
$3y+2$	-4	-1	2	8																			
$3x-5$	-2	-8	4	1																			
y	-2	-1	0	2																			
x	1	-1	3	2																			
	Câu V 2 điểm	<p>Ta có: $M = \frac{6n-3}{4n-6} = \frac{3}{2} + \frac{6}{4n-6}$</p> <p>Vi phân số $\frac{6}{4n-6}$ có tử $6 > 0$ nên để M đạt giá trị lớn nhất khi $4n-6$ đạt giá trị dương nhỏ nhất với n là số nguyên.</p> <p>Do đó $4n-6 = 2 \Rightarrow 4n = 8 \Rightarrow n = 2$. Khi đó $M = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của M là 4,5 khi $n=2$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25																				