

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (7 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị của x để $P = 3$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P .
- Đặt $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$. Tìm giá trị của x để Q nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (4 điểm).

a. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi A, B lần lượt là tọa độ giao điểm của đường thẳng $(d): y = x - 2$ với trục hoành và trục tung. Tính diện tích tam giác OAB và khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) .

b. Giải phương trình $x^2 + 4 = 3x + 2\sqrt{x-1}$.

c. Trên parabol $(P): y = x^2$ lấy ba điểm phân biệt $A(a; a^2), B(b; b^2), C(c; c^2)$ sao cho $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$. Tính giá trị biểu thức sau: $T = (a+b+1)(b+c+1)(c+a+1)$.

Bài 3 (3 điểm).

a. Tìm số tự nhiên n sao cho $n+3$ là số nguyên tố và $2n+7$ là lập phương của một số tự nhiên.

b. Tìm a, b biết rằng đa thức $f(x) = ax^{2022} + bx^{2021} + 1$ chia hết cho $(x-1)^2$.

Bài 4 (5 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = a$. Lấy các điểm M, N di động trên các đoạn thẳng $AB, AD (M \in AB, N \in AD)$ sao cho $\widehat{MCN} = 45^\circ$. CN, CM lần lượt cắt BD tại E, F . Chứng minh rằng:

- $CM \perp NF$ và $CN \perp ME$.
- MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.
- Chu vi tam giác AMN không đổi.

Bài 5 (1 điểm). Cho tập hợp $X = \{0; 1; 2; \dots; 20\}$. Gọi Y là tập hợp con bất kỳ gồm có 7 phần tử của tập hợp X . Chứng minh rằng tồn tại hai tập hợp con A và B của tập hợp $Y (A \neq B, A \neq \emptyset, B \neq \emptyset)$ sao cho tổng các phần tử của tập hợp A bằng tổng các phần tử của tập hợp B .

----- Hết -----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên..... SBD.....