

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 24/02/2022

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (5 điểm).

a) Giải phương trình: $x - 11 + 4\sqrt{x + 3} = -2\sqrt{3 - 2x}$.

b) Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn: $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$. Chứng minh a, b, c đôi một khác nhau thì $a^2 b^2 c^2 = 1$

Câu 2 (5 điểm).

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn điều kiện: $x^2 + y^2 + 5x^2 y^2 + 60 = 37xy$..

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p và q sao cho $7p + q$ và $pq + 11$ là các số nguyên tố

Câu 3 (3 điểm).

a) Cho x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x - 2 = 0$.

Chứng minh $10 - 4\sqrt{6} \leq x^2 + y^2 \leq 4\sqrt{6} + 10$

b) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn: $xy + 4 \leq 2y$.

Tìm giá trị lớn nhất $A = \frac{xy}{x^2 + 2y^2}$

Câu 4 (6 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với 3 cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm M, N, P. Gọi Q là hình chiếu vuông góc của M xuống NP ($Q \in NP$). Kẻ BH, CT lần lượt vuông góc với đường thẳng PN ($H, T \in PN$)

a) Chứng minh: Tam giác BPH đồng dạng tam giác CNT

b) Chứng minh: QM là tia phân giác góc BQC

c) Gọi G là điểm chính giữa cung BAC của đường tròn (O). GM cắt (O) tại E.

Chứng minh: A, Q, E thẳng hàng.

Câu 5 (1 điểm).

Có 75 bóng đèn gồm 30 bóng xanh, 25 bóng đỏ, 20 bóng vàng. Mỗi lượt người ta đổi màu của hai bóng khác màu sang màu thứ ba (chẳng hạn đổi màu một bóng xanh và một bóng đỏ thành hai bóng vàng). Có thể xảy ra được toàn bộ 75 bóng đèn đều cùng một màu hay không? Vì sao?

—————HẾT—————

Lưu ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.