

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4.0 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8} - \frac{2x^2}{8 - 4x + 2x^2 - x^3} \right) \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$$

- a) Tìm x để giá trị của A được xác định. Rút gọn biểu thức A .
b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (4.0 điểm)

1. Giải các phương trình sau:

a) $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$

b) $\frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+16x+72}{x+8} = \frac{x^2+8x+20}{x+4} + \frac{x^2+12x+42}{x+6}$

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2014x - 2015y - 2016 = 0$.

Câu 3. (4.0 điểm)

a) Chứng minh rằng $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 : 9$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y thì:

$$A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4 \text{ là số chính phương.}$$

Câu 4. (6.0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại hai điểm M, N

a) Chứng minh rằng tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật

b) Biết diện tích tam giác BCH gấp bốn lần diện tích tam giác AEH . Chứng minh rằng $AC = 2EF$

c) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Câu 5. (2.0 điểm)

Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình:

$$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$$

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

Câu	Ý	Đáp án	Biểu điểm	
Câu 1 (4,0 đ)	a (2đ)	$\text{Giá trị của } A \text{ được xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 8 \neq 0 \\ 8 - 4x + 2x^2 - x^3 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$	0,5	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \neq -8 \\ 4(2-x) + x^2(2-x) \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \neq -4 \\ (2-x)(4+x^2) \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$	0,5	
		Ta có:		
		$A = \left(\frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8} - \frac{2x^2}{8 - 4x + 2x^2 - x^3} \right) \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$	0,25	
		$= \left(\frac{x^2 - 2x}{2(x^2 + 4)} - \frac{2x^2}{4(2-x) + x^2(2-x)} \right) \left(\frac{x^2 - x - 2}{x^2} \right)$	0,25	
		$= \left(\frac{(x^2 - 2x)(2-x) - 4x^2}{2(x^2 + 4)(2-x)} \right) \left(\frac{x^2 + x - 2x - 2}{x^2} \right)$	0,25	
		$= \frac{2x^2 - x^3 - 4x + 2x^2 - 4x^2}{2(x^2 + 4)(2-x)} \cdot \frac{x(x+1) - 2(x+1)}{x^2}$	0,25	
		$= \frac{-x(x^2 + 4)}{2(x^2 + 4)(2-x)} \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{x^2}$	0,25	
		$= \frac{x+1}{2x}$	0,25	
		b (2d)	Với $x \neq 0, x \neq 2$, ta có:	
$A = \frac{x+1}{2x}$	0,5			
$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x+1}{2x} \in \mathbb{Z}$	0,25			
$\Rightarrow x+1 : 2x \text{ (do } x \in \mathbb{Z} \text{)}$	0,25			
$\Rightarrow 2(x+1) : 2x$	0,25			
$\Rightarrow 2x+2 : 2x$	0,25			
$\Rightarrow 2 : 2x$	0,25			
$\Rightarrow 1 : x$	0,25			
$\Rightarrow x \in \{1; -1\}$	0,25			
Thử lại: + Với $x = 1$ ta có $A = 1$ (TM); + Với $x = -1$ ta có $A = 0$ (TM)	0,25			
Vậy $x = 1$ hoặc $x = -1$ thì A nhận giá trị nguyên		0,25		

<p>Câu 2 (4,0 đ)</p>	<p>a)(1đ)</p> $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x)(x^2+2x+2)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x+1)^2=0$ $\Leftrightarrow (x+1)^4=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=-1$</p> <p>b) (1đ)</p> $\frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+16x+72}{x+8} = \frac{x^2+8x+20}{x+4} + \frac{x^2+12x+42}{x+6} \quad (1)$ <p>ĐKXD: $x \neq -2; x \neq -4; x \neq -6; x \neq -8$</p> $(1) \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2+2}{x+2} + \frac{(x+8)^2+8}{x+8} = \frac{(x+4)^2+4}{x+4} + \frac{(x+6)^2+6}{x+6}$ $\Leftrightarrow x+2 + \frac{2}{x+2} + x+8 + \frac{8}{x+8} = x+4 + \frac{4}{x+4} + x+6 + \frac{6}{x+6}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{x+2} - \frac{4}{x+4} = \frac{6}{x+6} - \frac{8}{x+8}$ $\Leftrightarrow \frac{2x+8-4x-8}{(x+2)(x+4)} = \frac{6x+48-8x-48}{(x+6)(x+8)}$ $\Leftrightarrow \frac{-2x}{(x+2)(x+4)} = \frac{-2x}{(x+6)(x+8)}$ $\Rightarrow 2x[(x+6)(x+8) - (x+2)(x+4)] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x+2)(x+4) = (x+6)(x+8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 8x=-40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-5 \end{cases} \quad (tm)$ <p>Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x=0; x=-5$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2 (2đ)</p> $x^2+xy-2014x-2015y-2016=0 \Leftrightarrow x^2+xy+x-2015x-2015y-2015=1$ $\Leftrightarrow x(x+y+1)-2013(x+y+1)=1 \Leftrightarrow (x-2015)(x+y+1)=1$ <p>+) $\begin{cases} x-2015=1 \\ x+y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2016 \\ y=-2016 \end{cases}; \text{ (do } x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z})$</p> <p>+) $\begin{cases} x-2015=-1 \\ x+y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2014 \\ y=-2016 \end{cases}$</p> <p>Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên là : $\begin{cases} x=2016 \\ y=-2016 \end{cases}; \begin{cases} x=2014 \\ y=-2016 \end{cases}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>A</p>	<p>Ta có:</p>	

Câu 3 (4,0 đ)	(2đ)	$A = n^3 + (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + (n^3 + 6n^2 + 12n + 8)$ $= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9 = 3(n^3 + 3n^2 + 5n + 3)$	0,5
		Đặt $B = n^3 + 3n^2 + 5n + 3 = n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n + 3n + 3$ $= n^2(n + 1) + 2n(n + 1) + 3(n + 1) = n(n + 1)(n + 2) + 3(n + 1)$	0,5
		Ta có: $n(n + 1)(n + 2) \div 3$ (vì tích của 3 số tự nhiên liên tiếp)	0,25
		và $3(n + 1) \div 3$	0,25
		$\Rightarrow B$ chia hết cho 3	0,25
	$\Rightarrow A = 3B$ chia hết cho 9.	0,25	

b (2đ)	Ta có:	0,5
	$A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 4y^2)(x^2 + 5xy + 6y^2) + y^4$	0,25
	Đặt $x^2 + 5xy + 5y^2 = t$ ($t \in \mathbb{Z}$) thì	0,5
	$A = (t - y^2)(t + y^2) + y^4 = t^2 - y^4 + y^4 = t^2 = (x^2 + 5xy + 5y^2)^2$	0,25
	Vì $x, y, z \in \mathbb{Z}$ nên $x^2 \in \mathbb{Z}, 5xy \in \mathbb{Z}, 5y^2 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x^2 + 5xy + 5y^2 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow (x^2 + 5xy + 5y^2)^2$ là số chính phương Vậy A là số chính phương	0,25

Câu 4 (6,0 đ)	a (2đ)		
		Xét $\triangle ADM$ và $\triangle BAF$ có: $\widehat{BAF} = \widehat{ADM} = 90^\circ$ $AB = AD \text{ (gt)}$ $\widehat{DAM} = \widehat{ABF} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAH})$	0,5