PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH THUỶ
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 8 THCS
NĂM HỌC: 2020-2021
MÔN: TOÁN

Đề chính thức

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có: 02 trang

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8 điểm).

Hãy chọn phương án trả lời đúng

Câu 1. Tổng của ba số a, b, c bằng 9, tổng các bình phương của chúng bằng 53, khi đó giá trị của biểu thức ab + bc + ca là

A. 12. B. 13. C. 14. D. 15.

Câu 2. Để đa thức $f(x)=10x^2-7x+a$ chia hết cho đa thức 2x – 3 thì giá trị của a bằng

A. 10. B. -12. C. 12. D. -10.

Câu 3. Số giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức $2n^2+3n+3$ chia hết cho giá trị của biểu thức 2n – 1 là

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 4. Cho 3x - y = 3z và 2x + y = 7z. Giá trị biểu thức: $A=\dfrac{x^2-2xy}{x^2+y^2}\quad (x\neq 0, y\neq 0)$ là

A. -2. B. $\dfrac{-5}{3}$ C. $\dfrac{3}{2}$ D. $\dfrac{-8}{13}$

Câu 5. Giá trị của x để phân thức $\dfrac{1-5x}{x-1}$ có giá trị không nhỏ hơn 1 là

A. $x>1$. B. $\dfrac{1}{3}\le x<1$. C. $x\ge\dfrac{1}{5}$. D. $x<\dfrac{5}{3}$ hoặc $x\ge 1$.

Câu 6. Giả sử $x^4+2021x^2+2020x+2021=(x^2+Ax+1)(x^2-x+B)$, khi đó giá trị của $B-A$ là

A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2021.

Câu 7. Một ngày trong năm được gọi là ngày nguyên tố nếu như số chỉ ngày và số chỉ tháng của ngày đó đều là số nguyên tố. Ví dụ, ngày 29/3 được xem là một ngày nguyên tố vì 29 và 3 đều là số nguyên tố, còn 28/3 không là ngày nguyên tố vì 28 là hợp số. Hỏi trong năm 2019 có tổng cộng bao nhiêu ngày nguyên tố?

A. 52. B. 51. C. 54. D. 60.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $|x-2019|^{2020}+|x-2020|^{2019}=1$ là

A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số nghiệm .

Câu 9. Giá trị của m để phương trình $\dfrac{2}{x-1}=4-m\ (x\neq 1)$ có nghiệm âm là

A. $4<m<6$. B. $4\le m<6$. C. $4\le m\le 6$. D. m = 4 hoặc m = 6.

Câu 10. Trong tam giác ABC, đường trung tuyến AM, K là một điểm nằm trên AM sao cho $\dfrac{AK}{KM}=\dfrac{1}{2}$, BK cắt AC ở N. Biết diện tích tam giác ABC bằng 60cm^2, khi đó diện tích tam giác AKN là

A. 20cm^2 . B. 30cm^2 . C. 3cm^2 . D. 2cm^2.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=120^0$, AB = 3cm, AC = 6cm. Độ dài đường phân giác AD bằng

A. 2cm. B. 4cm. C. 3cm. D. 5cm.

Câu 12. Một hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên, biết đáy nhỏ bằng 14cm đáy lớn bằng 50cm. Diện tích hình thang đó là

A. 766 cm^2 . B. 756 cm^2 . C. 758cm^2 . D. 768cm^2.

Câu 13. Một đa giác lồi có n cạnh, số đường chéo là $n+150$. Số cạnh của đa giác đó là
A. $n=21$. B. $n=13$. C. $n=20$. D. $n=16$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 8cm. Các đường trung tuyến BD và CE vuông góc với nhau. Độ dài BC là
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A; đường cao $AH \perp BC$, $(H \in BC)$. Biết HB = 9cm, HC = 16cm. Độ dài cạnh AB, AC lần lượt là
A. 15cm và 20cm. B. 12 cm và 23cm. C. 14cm và 21cm. D. 18cm và 17cm.

Câu 16.
Một quả bóng đá được khâu từ 32 miếng da. Mỗi miếng ngũ giác màu đen khâu với 5 miếng màu trắng, và mỗi miếng lục giác màu trắng khâu với 3 miếng màu đen, như hình vẽ. Số miếng màu trắng là
A. 22 B. 24 C. 20 D. 18

II. PHẦN TỰ LUẬN (12 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).
a) Tìm tất cả các số tự nhiên n để $n^3-n^2-7n+10$ là số nguyên tố
b) Cho a, b, c là ba số nguyên thỏa mãn $a+b+c=(a-b)(b-c)(c-a)$. Chứng minh rằng $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$ chia hết cho 81

Câu 2 (3,0 điểm).
a) Cho $4a^2-15ab+3b^2=0; b \neq \pm 4a$. Tính giá trị của biểu thức: $T=\frac{5a-b}{4a-b}+\frac{3b-2a}{4a+b}$
b) Giải phương trình: $\frac{2x}{x^2-x+1}-\frac{x}{x^2+x+1}=\frac{5}{3}$

Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn (AB<AC). Các đường cao AE, BF cắt nhau tại H. Gọi M trung điểm của BC, qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM, a cắt AB, AC lần lượt tại I và K.
a) Chứng minh ΔABC đồng dạng ΔEFC.
b) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK, b cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D. Chứng minh HI = HK.
c) Gọi G là giao điểm của CH và AB. Chứng minh: $\frac{AH}{HE}+\frac{BH}{HF}+\frac{CH}{HG}>6$

Câu 4 (2,0 điểm).
a) Cho $x,y,z>0$ thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2021}{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
$$P=\frac{x+y}{2021x-y}+\frac{y+z}{2021z-y}$$
b) Cho tam giác ABC. Đường thẳng xy đi qua A và cắt cạnh BC tại M. Gọi H, K là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống xy. Hãy xác định vị trí của đường thẳng xy để tổng BH + CK đạt giá trị lớn nhất.

......................HẾT......................
Họ và tên thí sinh: .... SBD: ....
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH THUỶ
ĐÁP ÁN THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 8 THCS
NĂM HỌC: 2020-2021
MÔN: TOÁN

Đáp án có : 05 trang

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – thang điểm

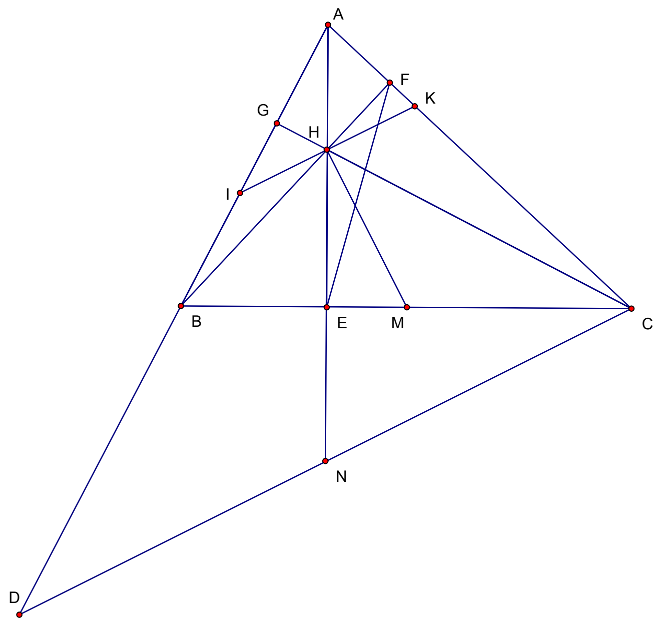
1. Phần trắc nghiệm khách quan(8 điểm)

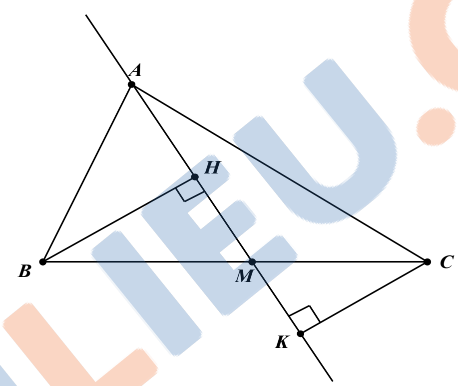
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án đúng	C	B	A	D	B	C	A	B	A	D	A	D	C	B	A	C
Điểm	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

2. Phần tự luận (12 điểm)

Đáp án	Điểm
Câu 1 (3,0 *điểm*)	
a) (1,5 điểm). Tìm tất cả các số tự nhiên n để $n^3-n^2-7n+10$ là số nguyên tố	1,5
Đặt A = $n^3-n^2-7n+10=(n-2)(n^2+n-5)$	0,5
Để A là số nguyên tố thì $n-2=1$ hoặc $n^2+n-5=1$	0,25
Nếu $n-2=1 \Leftrightarrow n=3$ khi đó ta có $A=7$ là số nguyên tố	0,25
Nếu $n^2+n-5=1 \Leftrightarrow n^2+n-6=0 \Leftrightarrow (n-2)(n+3)=0 \Leftrightarrow n=2$ (vì n là số tự nhiên) Khi đó ta có $A=0$ không là số nguyên tố	0,25
Vậy n = 3 thì $n^3-n^2-7n+10$ là số nguyên tố	0,25
b) (1,5 điểm). Cho a, b, c là ba số nguyên thỏa mãn $a+b+c=(a-b)(b-c)(c-a)$. Chứng minh rằng $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$ chia hết cho 81	1,5
Chỉ ra được HĐT : Nếu $x+y+z=0$ thì $x^3+y^3+z^3=3xyz$	0,25
Áp dụng ta có $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=3(a-b)(b-c)(c-a)=3(a+b+c)$	0,5
Nếu a, b, c là ba số chia cho 3 có số dư khác nhau thì $(a-b)(b-c)(c-a)$ không chia hết cho 3 còn $a+b+c$ chia hết cho 3 $\Rightarrow$ vô lý	0,25
Nếu ba số a, b, c tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho 3 thì $(a-b)(b-c)(c-a)$ chia hết cho 3 còn $a+b+c$ không chia hết cho 3 $\Rightarrow$ vô lý	0,25
Suy ra a, b, c chia cho 3 có cùng số dư $\Rightarrow (a-b)(b-c)(c-a) \vdots 27 \Rightarrow a+b+c \vdots 27$ $\Rightarrow 3(a+b+c) \vdots 81$. Vậy $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$ chia hết cho 81	0,25
Câu 2 (3,0 điểm). a) Cho $4a^2-15ab+3b^2+0; b \neq \pm 4a$. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{5a-b}{4a-b}+\dfrac{3b-2a}{4a+b}$	1,5

Đáp án	Điểm
$T=\frac{5a-b}{4a-b}+\frac{3b-2a}{4a+b}=\frac{(5a-b)(4a+b)+(4a-b)(3b-2a)}{(4a-b)(4a+b)}=\frac{12a^2+15ab-4b^2}{16a^2-b^2}$	0,5
Thay $15ab=4a^2+3b^2$ vào T ta được	0,5
$T=\frac{16a^2-b^2}{16a^2-b^2}=1$	0,5
b) Giải phương trình. $\frac{2x}{x^2-x+1}-\frac{x}{x^2+x+1}=\frac{5}{3}$	1,5
Ta có . $\left.\begin{array}{l} x^2+x+1=x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0 \quad \forall x \\ x^2-x+1=x^2-x+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0 \quad \forall x \end{array}\right\} \Rightarrow DK:\forall x\in R$	0,25
Ta thấy x = 0 không là nghiệm của phương trình suy ra $x\neq 0$ .Chia cả tử và mẫu cho x ta có: $\frac{2x}{x^2-x+1}-\frac{x}{x^2+x+1}=\frac{5}{3}\Rightarrow \frac{2}{x-1+\frac{1}{x}}-\frac{1}{x+1+\frac{1}{x}}=\frac{5}{3}$	0,25
Đặt $x+\frac{1}{x}=y$ ta có . $\frac{2}{y-1}-\frac{1}{y+1}=\frac{5}{3}\Rightarrow 5y^2-3y-14=0$	0,25
$\Leftrightarrow (y-2)(5y+7)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=-\frac{5}{7}\end{array}\right.$	0,25
Nếu y =2 $\Rightarrow x+\frac{1}{x}=2\Rightarrow (x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$	0,25
Nếu $y=\frac{-7}{5}\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{-7}{5}\Leftrightarrow \left(x+\frac{7}{10}\right)^2+\frac{51}{100}=0$ (vô nghiệm) Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 1	0,25
Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn (AB<AC). Các đường cao AE, BF cắt nhau tại H. Gọi M trung điểm của BC, qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM, a cắt AB, AC lần lượt tại I và K. a. Chứng minh ΔABC đồng dạng ΔEFC. b. Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK, b cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D. Chứng minh HI = HK c. Gọi G là giao điểm của CH và AB. Chứng minh: $\frac{AH}{HE}+\frac{BH}{HF}+\frac{CH}{HG}>6$	4,0

Đáp án	Điểm
	0,25
a) Chỉ ra được $\Delta AEC \backsim \Delta BFC$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{CE}{CF}=\dfrac{CA}{CB}$	0,5
Xét Δ ABC và Δ EFC có $\dfrac{CE}{CF}=\dfrac{CA}{CB}$ và $\widehat{C}$: chung $\Rightarrow \Delta$ ABC $\backsim$ Δ EFC (c – g – c)	0,75
b) Vì CN // IK nên HM $\perp$ CN $\Rightarrow$ M là trực tâm của Δ HNC $\Rightarrow$ MN $\perp$ CH	0,5
Ta có MN $\perp$ CH mà CH $\perp$ AD (H là trực tâm tam giác ABC) nên MN // AD	0,5
Do M là trung điểm BC nên $\Rightarrow$ NC = ND Xét ΔADC có IK // CD theo định lý ta- lét ta có $\dfrac{IH}{ND}=\dfrac{AH}{AN}=\dfrac{HK}{NC}\Rightarrow$ HI = HK	0,5
c) Ta có: $\dfrac{AH}{HE}=\dfrac{S_{AHC}}{S_{CHE}}=\dfrac{S_{ABH}}{S_{BHE}}=\dfrac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{CHE}+S_{BHE}}=\dfrac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{BHC}}$	0,25
Tương tự ta có $\dfrac{BH}{BF}=\dfrac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}}$ và $\dfrac{CH}{CG}=\dfrac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$	0,25
$\dfrac{AH}{HE}+\dfrac{BH}{HF}+\dfrac{CH}{HG}=\dfrac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{BHC}}+\dfrac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}}+\dfrac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$ $=\dfrac{S_{AHC}}{S_{BHC}}+\dfrac{S_{ABH}}{S_{BHC}}+\dfrac{S_{BHC}}{S_{AHC}}+\dfrac{S_{BHA}}{S_{AHC}}+\dfrac{S_{BHC}}{S_{BHA}}+\dfrac{S_{AHC}}{S_{BHA}}\geq 6$ (Theo BĐT cô-si)	0,25
Dấu '=' xảy ra khi tam giác ABC đều, mà theo gt thì AB < AC nên không xảy ra dấu bằng.	0,25
Câu 4 (2,0 điểm). a) Cho $x,y,z>0$ thỏa mãn $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{2021}{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x+y}{2021x-y}+\dfrac{y+z}{2021z-y}$ b) Cho tam giác ABC. Đường thẳng xy đi qua A và cắt cạnh BC tại M. Gọi H, K là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống xy. Hãy xác định vị trí của đường thẳng xy để tổng BH + CK đạt giá trị lớn nhất.	2,0

Đáp án	Điểm
a) Từ giả thiết $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2021}{y} \Rightarrow y=\frac{2021xz}{x+z}$, Thay vào biểu thức P và biến đổi ta được	0,25
$P=\frac{x+2022z}{2021x}+\frac{z+2022x}{2021z}=\frac{2}{2021}+\frac{2022}{2021}\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)$	0,25
Áp dụng BĐT cô si ta có $\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\geq 2$ Suy ra $P\geq \frac{2}{2021}+\frac{2022.2}{2021}=\frac{4046}{2021}$	0,25
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2021}{y} \\ x=z \end{cases}$ Vậy Min $P=\frac{4046}{2021} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2021}{y} \\ x=z \end{cases}$	0,25
b) Hình vẽ 	
Ta có $S_{ABM}+S_{ACM}=S_{ABC}$ tức là $\frac{1}{2}AM.BH+\frac{1}{2}AM.CK=S_{ABC} \Leftrightarrow AM.(BH+CK)=2S_{ABC}$	0,5
Ta thấy S_{ABC} không đổi nên BH + CK lớn nhất khi AM nhỏ nhất, tức là $AM\perp BC$ Vậy trong trường hợp này BH + CK lớn nhất bằng BC khi $xy\perp BC$	0,5

……….Hết………..