

I). Phần trắc nghiệm (7 điểm).

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$ là:

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $4x^4 - 9x + C$. C. $\frac{1}{4}x^4 + C$. D. $4x^3 - 9x + C$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 + \sin x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $3x^3 - \sin x + C$.

Câu 3. Nguyên hàm $\int \sin x dx$ bằng:

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$. D. $-\cos 2x + C$.

Câu 4. Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{2}\ln(2x+3) + C$. B. $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$. C. $\ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{\ln 2}\ln|2x+3| + C$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là:

- A. $3e^x + C$ B. $\frac{1}{3}e^x + C$ C. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ D. $3e^{3x} + C$

Câu 6. Hàm số $F(x) = 4x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = 4 - \frac{1}{x^2} + C$. B. $f(x) = 4 - \frac{1}{x^2}$.
C. $f(x) = 4 + \frac{1}{x^2}$. D. $f(x) = 2x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + C$. B. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.
C. $\int \cos 3x dx = 3\sin 3x + C$. D. $\int \cos 3x dx = -\frac{1}{3}\sin 3x + C$.

Câu 8: Hàm số $F(x) = \cos 3x$ là nguyên hàm của hàm số:

- A. $f(x) = \frac{\sin 3x}{3}$. B. $f(x) = -3\sin 3x$. C. $f(x) = 3\sin 3x$. D. $f(x) = -\sin 3x$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5\sin x + 2$. B. $f(x) = 3x - 5\sin x - 5$.
C. $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$. D. $f(x) = 3x + 5\sin x + 5$.

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$.

- A. $\int f(x) dx = 5^x + C$. B. $\int f(x) dx = 5^x \ln 5 + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

- Câu 21.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$.
- A.** $I = 8$. **B.** $I = 12$. **C.** $I = 36$. **D.** $I = 4$.
- Câu 22:** Biết tích phân $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), giá trị của a bằng:
- A.** 7 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1
- Câu 23.** Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** $a + 2b = 0$. **B.** $2a - b = 0$. **C.** $a - b = 0$. **D.** $a + b = 0$.
- Câu 24:** Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó tính $I = \int_2^5 f(3x-6)dx$.
- A.** $I = 27$. **B.** $I = 24$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 0$.
- Câu 25:** Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$ bằng cách đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$. **B.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$.
- C.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$. **D.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$.
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các vectơ đơn vị trên các trục Ox , Oy , Oz lần lượt là \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} , cho điểm $M(2; -1; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** $\overline{OM} = \vec{k} + \vec{j} + 2\vec{i}$. **B.** $\overline{OM} = 2\vec{k} - \vec{j} + \vec{i}$. **C.** $\overline{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. **D.** $\overline{OM} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -4)$ và $B(-3; 2; 2)$. Toạ độ của \overline{AB} là
- A.** $(-2; 4; -2)$. **B.** $(-4; 0; 6)$. **C.** $(4; 0; -6)$. **D.** $(-1; 2; -1)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Tìm điểm M thỏa mãn $\overline{AB} = 2\overline{MA}$?
- A.** $M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right)$. **B.** $M(-2; 3; 7)$. **C.** $M(-4; 6; 7)$. **D.** $M\left(-2; -3; \frac{7}{2}\right)$.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$ là:
- A.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0$. **C.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.
- B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.
- Câu 30:** Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:
- A.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$.
- C.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$. **D.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$. Trong các vectơ sau vectơ nào là vectơ pháp tuyến của (P) ?
- A.** $\vec{n} = (1; -2; 3)$. **B.** $\vec{n} = (1; 2; -3)$. **C.** $\vec{n} = (1; 2; 3)$. **D.** $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

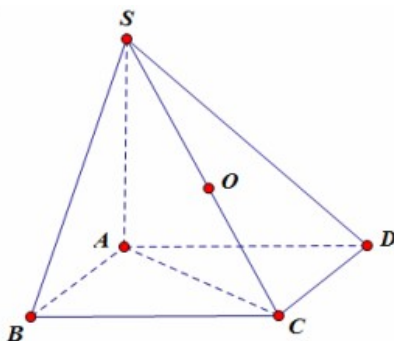
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2 + e^x + \frac{1}{x+1} \right) dx$.

Chú ý: Không chấp nhận HS bấm máy tính để viết ngay kết quả.

Câu 2: (1 điểm) Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Ta chứng minh được:

- $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B .
- $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D .
- $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A .

Gọi O là trung điểm cạnh SC . Khi đó: $OA = OC = OD = OB = OS = \frac{1}{2} SC$.

Do đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu là: $R = \frac{1}{2} SC = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{3a^2}{2} = 6\pi a^2$.

Câu 3: (0,5 điểm) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$.

Lời giải

$$\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx = \int \left(\frac{-4}{3(2x+1)} + \frac{5}{3(x-1)} \right) dx = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$$

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Giá trị $f(2) = a + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết, ta có $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = \frac{x}{x+1}$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+1} \cdot f(x) \right]' = \frac{x}{x+1}, \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}.$$

Suy ra $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = \int \frac{x}{x+1} dx$ hay $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| + C$.

Mặt khác, ta có $f(1) = -2 \ln 2$ nên $C = -1$. Do đó $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| - 1$.

Với $x = 2$ thì $\frac{2}{3} \cdot f(2) = 1 - \ln 3 \Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \ln 3$. Suy ra $a = \frac{3}{2}$ và $b = -\frac{3}{2}$.

Vậy $a^2 + b^2 = \frac{9}{2}$.

The logo for TALIEU.COM is positioned diagonally across the page. It features a blue square icon with a white 'T' on the left, followed by the text 'TALIEU.COM' in a bold, sans-serif font. The letters 'T', 'A', 'L', 'I', 'E', 'U', and '.C', 'O', 'M' are colored in a light blue, while the letters 'L', 'I', 'E', 'U', and '.C', 'O', 'M' are colored in a light orange.