

**Bài 1 (5 điểm)**

1. Cho biểu thức:  $A = \frac{x+8}{x\sqrt{x}-8} + \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$

- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.  
b) Chứng minh  $A < \frac{1}{6}$

2. Tính giá trị của biểu thức  $B = (4x^5 + 8x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 9x - 2)^{2021} + 2022$

tại  $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}}$

**Bài 2 (4 điểm)**

1. Giải phương trình:  $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+7}$

2. Tìm x, y nguyên thỏa mãn:  $x^2 + y^2 - xy - 2 = x^2 y^2$

**Bài 3 (4 điểm)**

1. Cho a, b, c là các số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

Chứng minh:  $S = 3 - \frac{bc}{a^2} - \frac{ac}{b^2} - \frac{ba}{c^2}$  có giá trị là một số tự nhiên.

2. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn  $ab+bc+ca=3$ . Chứng minh rằng:  
 $(a^2+2).(b^2+2).(c^2+2) - 18 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2)$

**Bài 4 (6 điểm)**

1. Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm M nằm bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA và MB tới đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Gọi giao điểm của OM và AB là K.

a) Tìm tỉ số  $\frac{OK}{OM}$  nếu  $OM=2R$ ?

b) Vẽ cát tuyến MCD của đường tròn (C nằm giữa M và D), OH vuông góc với CD tại H, đường thẳng OH cắt đường thẳng AB tại N. Chứng minh:

b<sub>1</sub>)  $ON.OH = R^2$

b<sub>2</sub>) AB và tiếp tuyến tại C, D của đường tròn là ba đường thẳng đồng quy.

2. Cho hình bình hành ABCD có cạnh  $CD=a$ , chiều cao ứng với cạnh CD là h, E là điểm tùy ý trên cạnh AB (E khác A, B). Nối EC cắt BD tại P, ED cắt AC tại Q. Tìm vị trí của E để diện tích tam giác EPQ đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó theo a và h.

**Bài 5 (1 điểm)**

Cho a, b, c, d là các số tự nhiên sao cho  $a > b > c > d$  và thỏa mãn:

$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c)$ . Chứng minh  $ab + cd$  là hợp số.

- Hết -

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

- (  $\sqrt{5}$  -