

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: 19 tháng 02 năm 2022
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1 (5 điểm).

1. Giải phương trình: $(x + 1)^2 = 2\sqrt{x^2 + 2x - 3} + 7$

2. Cho $A = \sqrt{2021^2 + 2021^2 \cdot 2022^2 + 2022^2}$. Chứng minh rằng A là một số tự nhiên.

Bài 2 (4 điểm).

1. Chứng minh rằng tồn tại vô hạn bộ số nguyên dương (a;b;c) sao cho $ab+1$; $bc+1$; $ca+1$ đều là số chính phương.

2. Tìm số nguyên n thỏa mãn $n^3 + 2021n = 2023^{2022} + 1$

Bài 3 (4 điểm).

1. Cho đa thức $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)(x - d)(x - e)$ với a, b, c, d, e là các số nguyên thỏa mãn $a + b + c + d + e$ và $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ đều chia hết cho k (k là số tự nhiên lẻ). Chứng minh rằng $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5 - 5abcde$ cũng chia hết cho k.

2. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = (a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2)$

Bài 4 (6 điểm).

1. Cho đường tròn (O; R) và (O', R') tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC của hai đường tròn (B thuộc (O), C thuộc (O')). Kẻ BA cắt đường tròn (O') tại K.
a) Chứng minh C, O', K thẳng hàng.

b) Tính bán kính r của đường tròn (I) tiếp xúc với BC và hai đường tròn (O), (O') theo R, R'.

2. Gọi M là điểm nằm trên phân giác trong AD của tam giác ABC (M khác A, D). Tia BM cắt cạnh AC tại E, tia CM cắt cạnh AB tại F.

Chứng minh rằng nếu $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AF^2}$ thì tam giác ABC cân.

Bài 5 (1 điểm).

Trên bảng có 100 số tự nhiên đầu tiên. Thực hiện liên tiếp phép biến đổi sau: Mỗi lần xóa 2 số bất kì có trên bảng thì lại ghi lên bảng hiệu bình phương của 2 số vừa xóa. Hỏi cứ làm như vậy thì có lúc nào trên bảng gồm toàn số 0 hay không?

- Hết -

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..... - Số báo danh:.....