TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ
TỔ TOÁN - LÝ - CN - TIN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
MÔN TOÁN - VÒNG 2
NĂM HỌC 2021 - 2022
Ngày thi: 15/2/2022
Thời gian: 90 phút *(không kể thời gian phát đề)*

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I. *(5 điểm)*

1) a) Cho các số thực a,b,c khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ và $a+b-c=\frac{2023}{2022}$.

Tính giá của biểu thức $M=a^2+b^2+c^2$.

b) Cho các số hữu tỉ x,y,z đôi một khác nhau. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau là số hữu tỉ: $P=\sqrt{\frac{1}{(x-y)^2}+\frac{1}{(y-z)^2}+\frac{1}{(z-x)^2}}$.

2) Giải phương trình $x^2+3x+6=(3x+2)\sqrt{x+3}$.

Bài II. *(5 điểm)*

1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì số $A=n^2+n+1$ không chia hết cho 9.

2) Tìm tất cả cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn: $5x^2+y^2=17-2xy$.

Bài III. *(3 điểm)*

1) Với các số thực x,y thỏa mãn $x+2y\geq 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P=2x^2+2xy+5y^2$.

2) Cho các số thực không âm x,y,z thỏa mãn $xy+yz+zx=2022$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2+2022}+\sqrt{y^2+2022}+\sqrt{z^2+2022}+27x^2y^2z^2\leq 2\sqrt{3(x^2+y^2+z^2)}+2022^3.$$

Bài IV. *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với cạnh AB và AC theo thứ tự tại các điểm E,F. Các tia BI,CI cắt đường thẳng EF theo thứ tự tại các điểm K,H.

1) Giả sử $\widehat{BAC}=\alpha$, tính $\widehat{KIC}$ theo α.

2) Chứng minh các điểm I,F,K,C cùng thuộc một đường tròn.

3) Đường thẳng CK cắt đường thẳng BH tại điểm S. Gọi điểm D là chân đường vuông góc hạ từ điểm A xuống cạnh BC. Tìm điều kiện của tam giác ABC để ba điểm S,A,D thẳng hàng.

Bài V. *(1 điểm)*

Trong mặt phẳng cho 2021 điểm sao cho với 3 điểm bất kì trong các điểm đó luôn có 2 điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một đường tròn có bán kính bằng 1 chứa trong nó ít nhất 1011 điểm trong 2021 điểm đã cho.

.........................Hết.........................

Chúc các con làm bài tốt!