

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $M = \left[\frac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-2a^2+4a}{a^3-1} + \frac{1}{a-1} \right] : \frac{a^3+4a}{4a^2}$ với $a \neq 0; a \neq 1$.

- 1) Rút gọn biểu thức M.
- 2) Chứng minh khi $a^3 + a^2 - 2a = 0$ thì $M + 1 = 0$

Bài 2: (4,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2x(8x-1)^2(4x-1) = 9$
- 2) Tìm số dư trong phép chia đa thức $P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2037$ cho đa thức $G(x) = x^2 + 10x + 21$

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân ở B. Từ điểm M tùy ý trên cạnh AC kẻ MN vuông góc với AB (N thuộc AB). Gọi I là trung điểm của AM. Chứng minh rằng tỉ số $\frac{IB}{CN}$ không đổi khi M di chuyển trên cạnh AC.

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh AB và BC lần lượt lấy điểm M và N sao cho $BM = CN$ và $MB < MA$. Tia AN cắt DC tại E.

- 1) Chứng minh $\triangle OMN$ vuông cân và $MN \parallel BE$.
- 2) Gọi K là giao điểm của ON và BE. Chứng minh $CK \perp BE$.
- 3) Qua K vẽ đường thẳng song song với OM cắt BC tại H.

Chứng minh: $\frac{KC}{KB} + \frac{KN}{KH} + \frac{CN}{BH} = 1$

Bài 5: (4,0 điểm)

- 1) Cho $P = a + \frac{1}{a}$ với $a \geq 3$. So sánh P với $\frac{10}{3}$.

2) Cho đa giác đều gồm 1999 cạnh. Người ta sơn các đỉnh của đa giác bằng hai màu xanh và đỏ. Chứng minh rằng tồn tại ba đỉnh được sơn cùng màu tạo thành một tam giác cân.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Họ tên, chữ kí GT số 1:

Số BD: Phòng thi số: Họ tên, chữ kí GT số 2: