UBND HUYỆN THANH TRÌ **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN** **NĂM HỌC 2021-2022** **MÔN TOÁN 9** **Thời gian làm bài: 150 phút** *Ngày thi: 10/02/2022*

Bài 1 (4 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}\right)$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq \frac{1}{4}$

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tính giá trị biểu thức P tại $x = \frac{4}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$

Bài 2 (4 điểm)

1. Cho các số a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$

   Tính: $\frac{1}{a^2+b^2-c^2} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2}$

2. Giải phương trình:

$$x^2 + 5x + 6 = 2\sqrt{3x+4}$$

Bài 3 (4 điểm)

1. Cho m, n là hai số nguyên. Chứng minh rằng nếu $5(m+n)^2 + mn$ chia hết cho 441 thì mn cũng chia hết cho 441.
2. Cho x, y là hai số tự nhiên thỏa mãn $3y^2 + 1 = 4x^2$. Chứng minh rằng x là tổng bình phương hai số tự nhiên liên tiếp.

Bài 4 (6 điểm)

Cho đường tròn (O;R), đường kính AB, điểm M nằm trên đường tròn sao cho MA < MB (M khác A, B). Tia phân giác góc AMB cắt AB tại P. Qua P vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại C và H. Hai đường thẳng AH và BC cắt nhau tại N.

1. Chứng minh rằng điểm N nằm trên đường tròn (O; R).
2. Gọi D là hình chiếu của H trên tiếp tuyến tại A của đường tròn (O). Chứng minh tứ giác APHD là hình vuông.
3. Chứng minh ba điểm D, M, N thẳng hàng.
4. Gọi E là hình chiếu của C trên tiếp tuyến tại B của đường tròn (O). S_1, S_2 lần lượt là diện tích các tứ giác APHD và BPCE. Chứng minh $PM^2 < \sqrt{S_1.S_2}$.

Bài 5 (2 điểm)

Trên một bảng có ba số $\sqrt{2}; 2; \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ta thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần chơi, ta xóa 2 số bất kì trong 3 số trên bảng, giả sử là hai số a và b, rồi viết vào bảng hai số mới là $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ và $\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}$, đồng thời giữ nguyên số còn lại. Như vậy sau mỗi lần chơi trên bảng luôn có ba số. Hỏi sau bao nhiêu lần chơi thì ba số trên bảng là $\frac{1}{2\sqrt{2}}; \sqrt{2}; 1+\sqrt{2}$?
