Nội dung bài viết

Giải bài tập Toán Hình 12 Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian

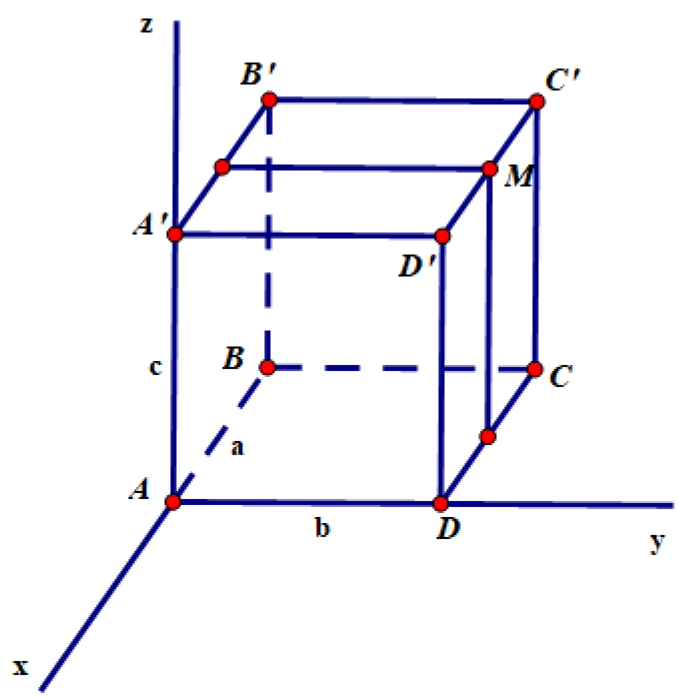
Trả lời câu hỏi Toán 12 Hình học Bài 1 trang 63: Trong không gian Oxyz, cho một điểm M. Hãy phân tích vecto $\overrightarrow{OM}$ theo ba vecto không đồng phẳng $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ đã cho trên các trục Ox, Oy, Oz.

Lời giải:

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + zk$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Hình học Bài 1 trang 64: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có đỉnh A trùng với gốc O, có $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có AB = a, AD = b, AA' = c. Hãy tính tọa độ các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh C'D'.

Lời giải:



$\overrightarrow{AB}$ =(-a,0,0); $\overrightarrow{AC}$ =(-a,b,0); $\overrightarrow{AC'}$ =(-a,b,c); $\overrightarrow{AM}$ =(-a/2,b,c)

Trả lời câu hỏi Toán 12 Hình học Bài 1 trang 66: Với hệ tọa độ Oxyz trong không gian, cho *a*→ = (3; 0; 1), *b*→ = (1; -1; -2), *c*→= (2; 1; -1). Hãy tính *a*→.(*b*→ + *c*→) và |*a*→ + *b*→ |.

Lời giải:

$$\vec{b} + \vec{c} = (3;0;-3) => \vec{a}.(\vec{b} + \vec{c}) = (9;0;-3)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (4;\ -1;-1)$$

$$=> |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Hình học Bài 1 trang 67: Viết phương trình mặt cầu tâm I(1; -2; 3) có bán kính r = 5.

Lời giải:

phương trình mặt cầu là: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$

Bài 1 (trang 68 SGK Hình học 12): Cho ba vectơ: a→ = (2; -5; 3), b→ = (0; 2; -1), c→ = (1; 7; 2)

a) Tính tọa độ của vectơ d→ = 4a→ - 1/3 b→ + 3c→

b) Tính tọa độ của vectơ e→ = a→ - 4b→ - 2c→

Lời giải:

a) Ta có: 4a→ = (8; -20; 12)

-1/3 b→ = (0; -2/3 ; 1/3)

3c→ = (3; 21; 6)

Vậy d→ = 4a→ - 1/3 b→ + 3c→ = (11; 1/3; 55/3)

b) Ta có: -4b→ = (0; -8; 4)

-2c→ = (-2; -14; -4)

Vậy e→ = a→ - 4b→ - 2c→ = (0; -27; 3)

Kiến thức áp dụng

Trong hệ trục tọa độ không gian Oxyz :

$$\vec{u} = (x_1; y_1; z_1);\ \vec{v} = (x_2; y_2; z_2).$$

$$k.\vec{u} = (kx_1; ky_1; kz_1);$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

Bài 2 (trang 68 SGK Hình học 12): Cho ba điểm A(1; -1; 1), B(0; 1; 2), C(1;0;1). Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

Lời giải:

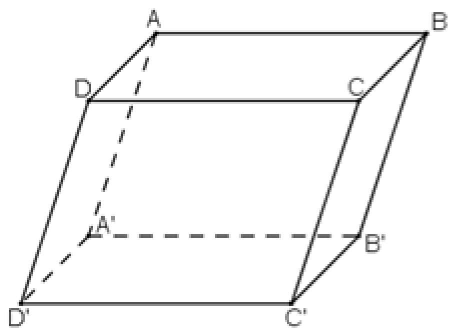
G là trọng tâm ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{2}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 0 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $G\left(\dfrac{2}{3}; 0; \dfrac{4}{3}\right)$.

Bài 3 (trang 68 SGK Hình học 12): Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' biết A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5). Tính tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$; $\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)$.

Vì ABCD là hình bình hành

nên $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ = (1; 0; 1).

$\Rightarrow$ C(2; 0; 2)

$\Rightarrow \overrightarrow{CC'}=(2;5;-7)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{CC'}=(2;5;-7)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'}-x_A=2 \\ y_{A'}-y_A=5 \\ z_{A'}-z_A=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'}=2+x_A \\ y_{A'}=5+y_A \\ z_{A'}=-7+z_A \end{cases}$$

$\Rightarrow A'(3;5;-6)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{B'}-x_B=2 \\ y_{B'}-y_B=5 \\ z_{B'}-z_B=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'}=2+x_B \\ y_{B'}=5+y_B \\ z_{B'}=-7+z_B \end{cases}$$

$\Rightarrow B'(4;6;-5)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{D'}-x_D=2 \\ y_{D'}-y_D=5 \\ z_{D'}-z_D=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{D'}=2+x_D \\ y_{D'}=5+y_D \\ z_{D'}=-7+z_D \end{cases}$$

$\Rightarrow$ D'(3; 4; -6).

Kiến thức áp dụng

$+\ \overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$.

+ Hình hộp ABCD.A'B'C'D' luôn có

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{D'C'}$;

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{B'C'}$

$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DD'}$

Bài 4 (trang 68 SGK Hình học 12): Tính:

a) $\vec{a}.\vec{b}$ với $\vec{a}=(3;0;-6)$; $\vec{b}=(2;-4;0)$

b) $\vec{c}.\vec{d}$ với $\vec{c}=(1;-5;2)$; $\vec{d}=(4;3-5)$.

Lời giải:

a) Ta có:

$$\vec{a}.\vec{b} = 3.2 + 0.(-4) + (-6.0) = 6;$$

b) Ta có:

$$\vec{c}.\vec{d} = 1.4 + (-5).3 + 2.(-5) = -21$$

Kiến thức áp dụng

+ Tích vô hướng của hai vec tơ $\vec{u} = (x_1;y_1;z_1)$ và $\vec{v} = (x_2;y_2;z_2)$ là:

$$\vec{u}.\vec{v} = x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2$$

Bài 5 (trang 68 SGK Hình học 12): Tìm tâm và bán kính của các mặt cầu sau đây:

a)$x^2 + y^2 + z^2 – 8x – 2y + 1 = 0$

b)$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 – 6x + 8y + 15z – 3 = 0$

Lời giải:

a)Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2 - 16 - 1 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2 = 16$

Vậy mặt cầu có tâm I(4; 1; 0) và bán kính r = 4.

b)Ta có: $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + \frac{8}{3}y + 5z - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 - 1 - \frac{16}{9} - \frac{25}{4} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{361}{36} = \frac{19^2}{6^2}$

Vậy mặt cầu có tâm $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{19}{6}$

Kiến thức áp dụng

+ Mặt cầu tâm I(a; b; c), bán kính R có phương trình:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = 0$

Bài 6 (trang 68 SGK Hình học 12): Lập phương trình mặt cầu trong hai trường hợp *sau* đây:

a)Có đường kính AB với A(4; -3; 7), B(2; 1; 3)

b)Đi qua điểm A(5; -2; 1) và có tâm C(3; -3; 1)

Lời giải:

a.Gọi I là tâm của mặt cầu

=> I là trung điểm của AB

nên tọa độ điểm I là:

$$\begin{cases} x = \frac{4+2}{2} = 3 \\ y = \frac{-3+1}{2} = -1 \\ z = \frac{7+3}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -1; 5).$$

Mặt khác;

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(2-4)^2 + (1+3)^2 + (3-7)^2}}{2} = 3$$

Vậy phương trình mặt cầu là

$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$

b. Bán kính mặt cầu là:

R= CA= $\sqrt{(3-5)^2 + (-3+2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu có

tâm C(3; -3; 1) và bán kính $R = \sqrt{5}$ là:

$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$

Kiến thức áp dụng

+ Mặt cầu tâm I(a; b; c), bán kính R có phương trình:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = 0$

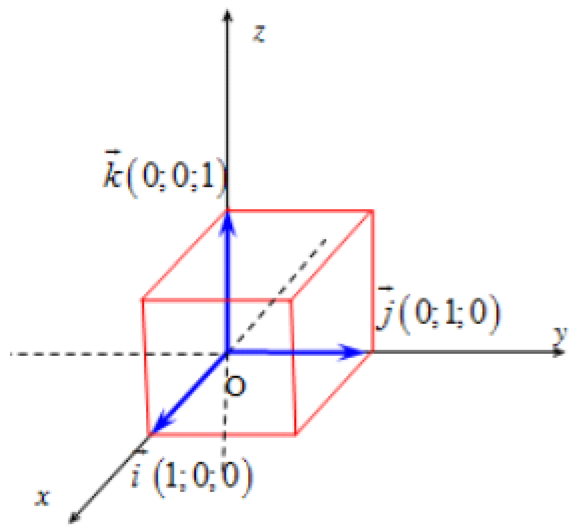
Lý thuyết Toán Hình lớp 12 Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Trong không gian, xét ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là **hệ trục tọa độ vuông góc** trong không gian.

Chú ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i}.\vec{j} = \vec{i}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{j} = 0$.



2. Tọa độ của vectơ

a) Định nghĩa: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

b) Tính chất: Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, k ∈ R

• $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3;)$

• $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$

• $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

• $\vec{0}$ = (0; 0; 0), $\vec{i}$ = (1; 0; 0), $\vec{j}$ = (0; 1; 0), $\vec{k}$ = (0; 0; 1)

• $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) ⇔ $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \in R$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3},\ (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

• $\vec{a}.\vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$

• $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$

• $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$

• $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_2^2}$

• $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ *(với $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$)*

3. Tọa độ của điểm

a) Định nghĩa: M(x; y; z) ⇔ $\vec{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ (x : hoành độ, y : tung độ, z : cao độ)

***Chú* ý:** • M ∈ (Oxy) ⇔ z = 0; M ∈ (Oyz) ⇔ x = 0; M ∈ (Oxz) ⇔ y = 0

• M ∈ Ox ⇔ y = z = 0; M ∈ Oy ⇔ x = z = 0; M ∈ Oz ⇔ x = y = 0 .

b) Tính chất: Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$

• $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

$$\bullet\ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

• Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB:

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

• Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC:

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3};\frac{y_A+y_B+y_C}{3};\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

• Toạ độ trọng tâm G của tứ diện ABCD:

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\frac{z_A+z_B+z_C+z_C}{4}\right)$$

4. Tích có hướng của hai vectơ

a) Định nghĩa: Trong không gian Oxyz cho hai vectơ $\vec{a}$ = (a_1; a_2; a_3), $\vec{b}$ = (b_1; b_2; b_3). Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bởi

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1\right)$$

***Chú* ý:** Tích có hướng của hai vectơ là một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ là một số.

b) Tính chất:

• $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$; $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$

• $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$

• $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$; $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$; $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$

• $|[\vec{a}, \vec{b}]| = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\sin(\vec{a}, \vec{b})$ (Chương trình nâng cao)

• $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương ⇔ $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ (chứng minh 3 điểm thẳng hàng)

c) Ứng dụng của tích có hướng: (Chương trình nâng cao)

• Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ: $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng ⇔ $[\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 0$

• Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$

• Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = 1/2\,|[\vec{AB}, \vec{AC}]|$

• Thể tích khối hộp ABCDA'B'C'D' : $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}].\vec{AA'}|$

• Thể tích tứ diện ABCD: $V_{ABCD} = 1/6\,|[\vec{AB}, \vec{AC}].\vec{AD}|$

***Chú* ý:**

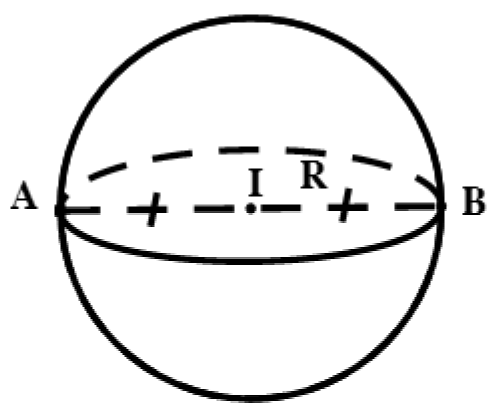
– **Tích vô hướng** của hai vectơ thường sử dụng để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc giữa hai đường thẳng.

– **Tích có hướng** của hai vectơ thường sử dụng để tính diện tích tam giác; tính thể tích khối tứ diện, thể tích hình hộp; chứng minh các vectơ đồng phẳng – không đồng phẳng, chứng minh các vectơ cùng phương.

$$\begin{array}{|l|}
\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \\
\vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \\
\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 0 \\
\hline
\end{array}$$

5. Phương trình mặt cầu

a) Định nghĩa:

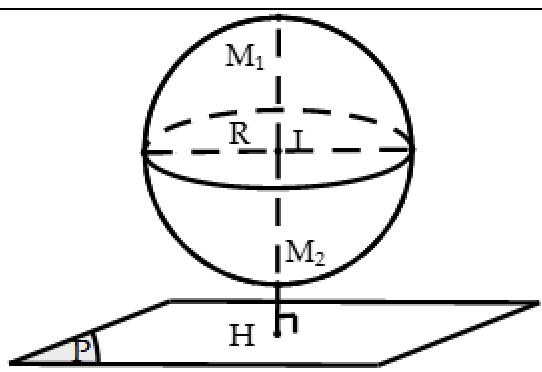
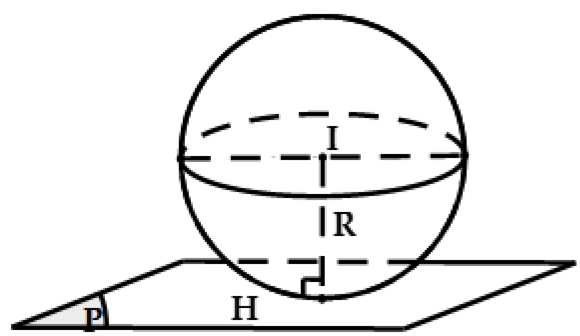


Cho điểm I cố định và một số thực dương R. Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I, bán kính R.

Kí hiệu: S(I; R) ⇔ S(I; R) = {M|IM = R}

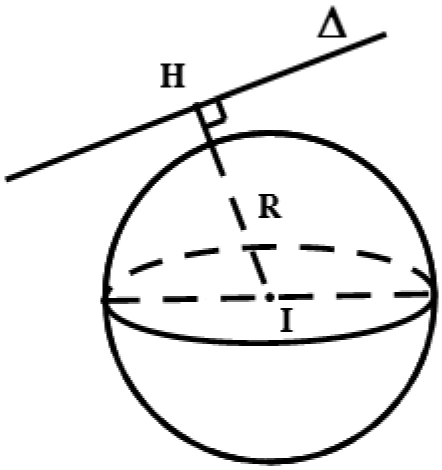
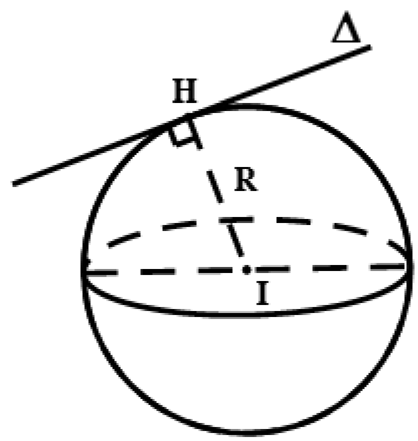
Dạng 1 : **Phương trình chính tắc** Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R>0$. $\boxed{(S):\ (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}$	***Dạng 2 :*** **Phương trình tổng** $(S):\ x^2+y^2+z^2-2ax-2$ $\Rightarrow$ *Điều kiện để phương tr* *mặt cầu:* $a^2+b^2+c^2-d>$ • (S) có tâm $I(a;b;$ • (S) có bán kính:

b) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng :

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc củ khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó :		
+ Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	+ Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó: (P) là mặt phẳng *tiếp diện* của mặt cầu và H là *tiếp điểm.*	+ Nế cắt m *đườn* $r=$
		

Lưu ý: Khi mặt phẳng (P) đi qua tâm I thì mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng kính và thiết diện lúc đó được gọi là đường tròn lớn.

c) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng :

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu của I lên Δ. Khi		
+ $IH > R$: Δ không cắt mặt cầu.	+ $IH = R$: Δ tiếp xúc với mặt cầu. Δ là *tiếp tuyến* của (S) và H là *tiếp điểm*.	+ IH điểm
		

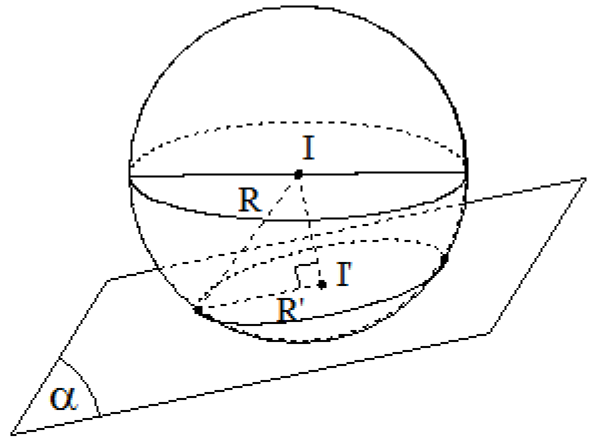
* **Lưu ý:** Trong trường hợp Δ cắt (S) tại 2 điểm A, B thì bán kính R của (S) được tính như *sau*:

+ Xác định: **d(I; Δ) = IH**

+ Lúc đó: $\boxed{R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}}$

ĐƯỜNG TRÒN TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

* Đường tròn (C) trong không gian Oxyz, được xem là giao tuyến của (S) và mặt phẳng .



(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

(α): $Ax + By + Cz + D = 0$

* Xác định tâm I' và bán kính R' của (C).

+ Tâm $I' = d \cap (\alpha)$.

Trong đó d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mp(α)

+ Bán kính $\boxed{R' = \sqrt{R^2 - (II')^2} = \sqrt{R^2 - \left[d\left(I;(\alpha)\right)\right]^2}}$

d) Điều kiện tiếp xúc : Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R.

+ Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (S) ⇔ **d(I; Δ) = R**

+ Mặt phẳng (α) là tiếp diện của (S) ⇔ **d(I;(α)) = R**

* **Lưu ý:** Tìm tiếp điểm $M_o(x_o; y_o; z_o)$.

Sử dụng tính chất : $\left[\begin{array}{l} IM_0 \perp d \\ IM_0 \perp (\alpha) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{a}_d \\ \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{n}_\alpha \end{array}\right.$

B. Kĩ năng giải bài tập

Dạng 1: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Phương pháp:

*** Cách 1:** *Bước 1:* Xác định tâm I(a; b; c) .

Bước 2: Xác định bán kính R của (S).

Bước 3: Mặt cầu (S) có tâm I(a; b; c) và bán kính R.

(S): $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

*** Cách 2:** Gọi phương trình (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Phương trình (S) hoàn toàn xác định nếu biết được a, b, c, d. ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)

Bài 1: Viết phương trình mặt cầu (S), trong các trường hợp sau:

a) (S) có tâm I(2; 2; -3) và bán kính R = 3 .

b) (S) có tâm I(1; 2; 0) và (S) qua P(2; -2; 1).

c) (S) có đường kính AB với A(1; 3; 1), B(-2; 0; 1).

Hướng dẫn:

a) Mặt cầu tâm I(2; 2; -3) và bán kính R = 3, có phương trình:

(S): $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$

b) Ta có: $\overrightarrow{IP} = (1; -4; 1) \Rightarrow IP = 3\sqrt{2}$.

Mặt cầu tâm I(1; 2; 0) và bán kính $R = IP = 3\sqrt{2}$, có phương trình:

(S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 18$

c) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 0) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm AB ⇒ $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$

Mặt cầu tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, có phương trình:

$$(S): \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=\frac{9}{2}.$$

Bài 2: Viết phương trình mặt cầu (S) , trong các trường hợp sau:

a) (S) qua A(3; 1; 0), B(5; 5; 0) và tâm I thuộc trục Õ.

b) (S) có tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (α): 16x - 15y - 12z + 75 = 0.

c) (S) có tâm I(-1; 2; 0) và có một tiếp tuyến là đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-3}$$

Hướng dẫn:

a) Gọi I(a; 0; 0) ∈ Ox. Ta có : *IA*→ = (3-a; 1; 0), *IB*→ = (5-a; 5; 0).

Do (S) đi qua A, B ⇔ IA = IB $\Leftrightarrow \sqrt{(3-a)^2+1}=\sqrt{(5-a)^2+25}$ ⇔ 4a = 40 ⇔ a = 10

⇒ I(10; 0; 0) và IA = 5√2.

Mặt cầu tâm I(10; 0; 0) và bán kính R = 5√2, có phương trình (S) : $(x - 10)^2 + y^2 + z^2 = 50$

b) Do (S) tiếp xúc với (α) ⇔ d(O,(α)) = R ⇔ R = 75/25 = 3

Mặt cầu tâm O(0; 0; 0) và bán kính R = 3, có phương trình (S) : $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

c) Chọn A(-1; 1; 0) ∈ Δ ⇒ *IA*→ = (0; -1; 0).

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là u_Δ→ = (-1; 1; -3) . Ta có: [*IA*→, u_Δ→] = (3; 0; -1) .

Do (S) tiếp xúc với Δ ⇔ d(I, Δ) = R $\Leftrightarrow R=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}=\frac{\sqrt{10}}{11}$.

Mặt cầu tâm I(-1; 2; 0) và bán kính R = √10/11 , có phương trình (S) : $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\frac{10}{121}$.

Dạng 2 : SỰ TƯƠNG GIAO VÀ SỰ TIẾP XÚC

Phương pháp: *** Các điều kiện tiếp xúc:**

+ Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (S) ⇔ d(I; Δ) = R

+ Mặt phẳng (α) là tiếp diện của (S) ⇔ d(I; (α)) = R

* *Lưu ý các dạng toán liên quan như tìm tiếp điểm, tương giao.*

Bài 1: Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của (Δ) và (S) là :

A. 0. B.1. C.2. D.3.

Hướng dẫn:

Đường thẳng (Δ) đi qua M(0; 1; 2) và có một vectơ chỉ phương là *u*→ = (2; 1; -1)

Mặt cầu (S) có tâm I(1; 0; -2) và bán kính R = 2

Ta có *MI*→ = (1; -1; -4) và [*u*→, *MI*→] = (-5; 7; -3) ⇒ $d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{\sqrt{498}}{6}$

Vì d(I,Δ) > R nên (Δ) không cắt mặt cầu (S)

Bài 2: Cho điểm I(1; -2; 3). Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{10}$

B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$

C. $(x + 1)^2 + (y\ 2\ 2)^2 + (z + 3)^2 = 10$

D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$

Hướng dẫn:

Gọi M là hình chiếu của I(1; -2; 3) lên Oy, ta có : M(0; -2; 0).

$\overrightarrow{IM}$ (-1; 0; -3) ⇒ R = d(I,Oy) = IM = $\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 10$