

Nội dung bài viết

1. [Giải bài tập Toán Hình 12 Ôn tập chương 1](#)
2. [Lý thuyết Toán Hình lớp 12 Ôn tập chương 1](#)

Giải bài tập Toán Hình 12 Ôn tập chương 1

Bài 1 (trang 26 SGK Hình học 12): Các đỉnh, cạnh, mặt của một đa diện phải thỏa mãn những tính chất nào?

Lời giải:

Các đỉnh, cạnh, mặt của một đa diện phải thỏa mãn những tính chất:

- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh, ba mặt;
- Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt;
- Hai mặt bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có đúng một cạnh chung.

Bài 2 (trang 26 SGK Hình học 12): Tìm một hình tạo bởi các đa giác nhưng không phải là một đa diện

Lời giải:

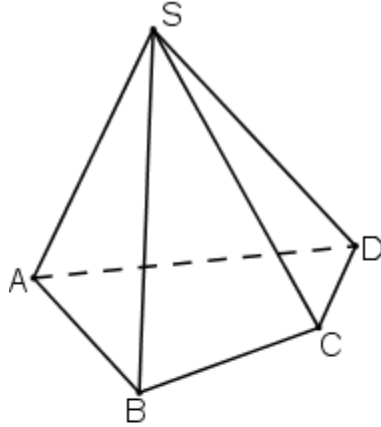


Hình trên không phải là đa diện vì có 1 cạnh là cạnh chung của 4 mặt phẳng.

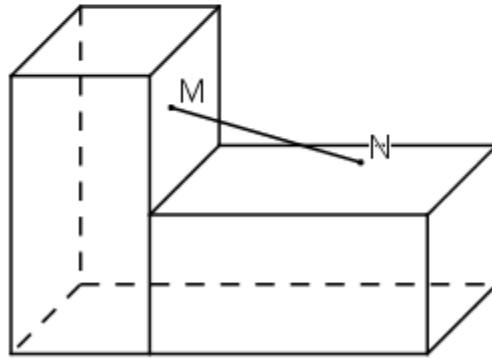
Bài 3 (trang 26 SGK Hình học 12): Thế nào là một khối đa diện lồi. Tìm ví dụ trong thực tế mô tả một khối đa diện lồi, một khối đa diện không lồi.

Lời giải:

Với hai điểm M và N thuộc khối đa diện thì mọi điểm của đoạn thẳng MN cũng thuộc khối đa diện đó. Ta gọi đó là khối đa diện lồi.



Khối đa diện lồi.



Khối đa diện không lồi.

(Hai điểm M, N thuộc khối đa diện nhưng đoạn MN nằm ngoài khối đa diện).

Bài 4 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho hình lăng trụ và hình chóp có diện tích đáy và chiều cao bằng nhau. Tính tỉ số thể tích của chúng.

Lời giải:

Gọi S là diện tích đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ và của hình chóp, ta có:

- Thể tích khối lăng trụ là: $V_1 = Sh$

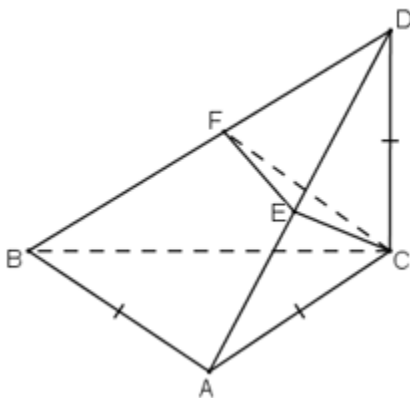
- Thể tích khối chóp là: $V_2 = \frac{Sh}{3}$

Vậy $V_1 / V_2 = 3Sh / \frac{Sh}{3} = 9$

Bài 5 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho tam giác ABC, vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C, vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$.

Mặt phẳng qua C vuông góc với BD cắt BD tại F và cắt AD tại E. Tính thể tích khối tứ diện CDEF theo a.

Lời giải:



Ta có:

$$\begin{cases} BA \perp CD \\ BA \perp CA \end{cases} \Rightarrow BA \perp (CDA) \Rightarrow BA \perp CE; (1)$$

Mặt khác: $BD \perp (CEF) \Leftrightarrow BD \perp CE; (2)$

Từ (1) và (2) suy ra, $CE \perp (ABD)$.

Vậy $CE \perp EF; CE \perp AD$

Tam giác ACD vuông cân tại C

với $CA = CD = a$ nên:

$$AD = a\sqrt{2} \Rightarrow CE = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2}a;$$

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{3}a$$

Tam giác BCD vuông tại C

có đường cao CF nên

$$CF \cdot BD = BC \cdot CD$$

$$\Rightarrow CF = \frac{BC \cdot CD}{BD} = \frac{\sqrt{2}a \cdot a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a$$

Ta có:

$$EF = \sqrt{CF^2 - CE^2} = \sqrt{\frac{2}{3}a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6};$$

$$DF = \sqrt{DC^2 - CF^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2}CE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$$

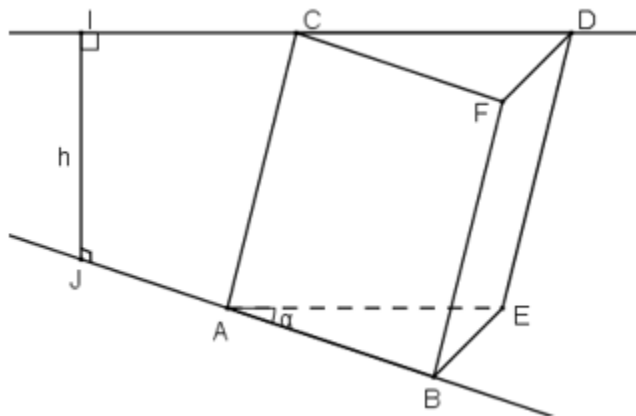
Vậy thể tích khối tứ diện CDEF là:

$$V_{CDEF} = V_{D.CEF}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot S_{CEF} \cdot DF = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{36}$$

Bài 6 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho hai đường thẳng chéo nhau d và d' . Đoạn thẳng AB có độ dài bằng a trượt trên d , đoạn thẳng CD có độ dài bằng b trượt trên d' . Chứng minh rằng khối tứ diện $ABCD$ có thể tích không đổi.

Lời giải:



Gọi h là khoảng cách hai đường thẳng d và d' , gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng d và d' .

Lần lượt vẽ hai hình bình hành BACF và ACDE.

Khi đó, ABE.CFD là hình lăng trụ tam tam giác có chiều cao h ; $AE = CD = b$

$$\alpha = \begin{cases} \widehat{BAE}; \widehat{BAE} \leq 90^\circ \\ 180^\circ - \widehat{BAE}; \widehat{BAE} > 90^\circ \end{cases}$$

và

Gọi S là diện tích đáy của hình lăng trụ .

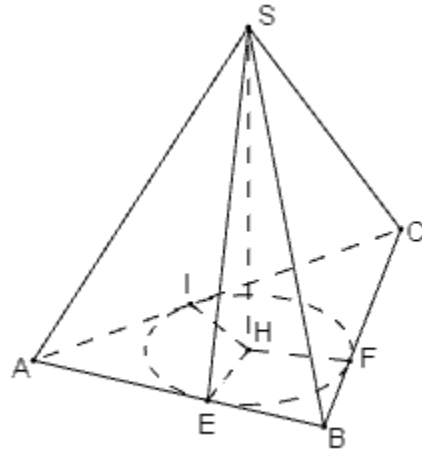
Ta chia hình lăng trụ ABE. CFD thành ba hình chóp tam giác là: D. ABE, B. CFD, D.ABC. Ta có:

$$\begin{aligned} V_{D.ABE} &= V_{B.CFD} = \frac{1}{3} S.h \\ \Rightarrow V_{D.ABC} &= S.h - \frac{1}{3} S.h - \frac{1}{3} S.h \\ &= \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB.AE. \sin \widehat{BAE}.h \\ &= \frac{1}{6} .ab \sin \alpha .h \end{aligned}$$

Do đó, thể tích khối tứ diện ABCD không đổi.

Bài 7 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho hình chóp tam giác S.ABC có $AB = 5a$, $BC = 6a$, $CA = 7a$. Các mặt bên SAB, SBC, SCA tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

Lời giải:



Từ S dựng $SH \perp (ABC)$, H thuộc mặt phẳng (ABC) , dựng $HE \perp AB$, $HF \perp BC$. $HI \perp AC$ với $E \in AB$, $F \in BC$, $I \in AC$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} AB \perp SH (SH \perp (ABC)) \\ AB \perp HE \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SHE)$$

$$\Rightarrow AB \perp SE$$

Tương tự ta chứng minh được: $SF \perp BC$, $SI \perp AC$

Khi đó, góc hợp bởi (SAB) , (SBC) , (SAC) với đáy (ABC) lần lượt là:

$$\widehat{SEH} = \widehat{SFH} = \widehat{SIH} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta SHE = \Delta SHF = \Delta SHI$$

$$\Rightarrow HE = HF = HI = r$$

(Với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC)

Chu vi tam giác ABC là: $5a + 6a + 7a = 18a$

Suy ra nửa chu vi tam giác ABC là: $p = 18a : 2 = 9a$

Theo công thức Hê – rông, diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \sqrt{9a(9a - 5a)(9a - 6a)(9a - 7a)} = 6a^2\sqrt{6}$$

$$\text{Lại có: } S_{ABC} = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{6a^2\sqrt{6}}{9a} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$

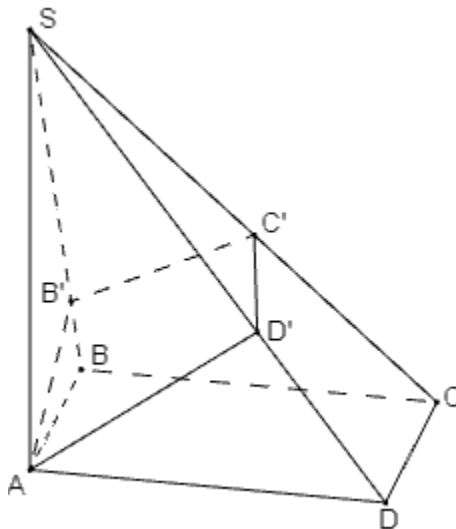
$$\Rightarrow SH = EH \tan \widehat{SEH} = r \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{2}$$

Vậy thể tích của S.ABC là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot 6a^2\sqrt{6} = 8a^3\sqrt{3} \text{ (đvtt).}$$

Bài 8 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy và AB = a, AD = b, SA = c. Lấy các điểm B', D' theo thứ tự thuộc SB, SD sao cho AB' vuông góc với SB, AD' vuông góc với SD. Mặt phẳng (AB'D') cắt SC tại C'. Tính thể tích khối chóp S.AB'C'D'.

Lời giải:



$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB (\text{hcn} ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$$

Mà $AB' \perp SB$

Nên $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC$ (1)

Chứng minh tương tự ta được: $AD' \perp (SCD) \Rightarrow AD' \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AB'D')$

$$\text{Ta lại có: } SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{Ta có: } S_{SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot AB = \frac{1}{2} AB' \cdot SB$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{c \cdot a}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

$$\text{Tương tự: } AD' = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{b \cdot c}{\sqrt{b^2 + c^2}}; AC' = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{c \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\Rightarrow SB' = \sqrt{SA^2 - AB'^2} = \sqrt{c^2 - \left(\frac{ca}{\sqrt{a^2 + c^2}} \right)^2} = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

$$\text{Tương tự: } SD' = \frac{c^2}{\sqrt{b^2 + c^2}}; SC' = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Vì tam giác $SC'B'$ đồng dạng với tam giác SBC nên $\frac{B'C'}{SC'} = \frac{BC}{SB}$

$$\Rightarrow B'C' = \frac{BC \cdot SC'}{SB} = \frac{b \cdot \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{bc^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Tương tự: $C'D' = \frac{ac^2}{\sqrt{b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Ta có: $AB' \perp B'C'$ và $AD' \perp D'C'$ nên:

$$\begin{aligned} S_{AB'C'} &= \frac{1}{2} \cdot AB' \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot \frac{ca}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot \frac{bc^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\ &= \frac{abc^3}{2(a^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \end{aligned}$$

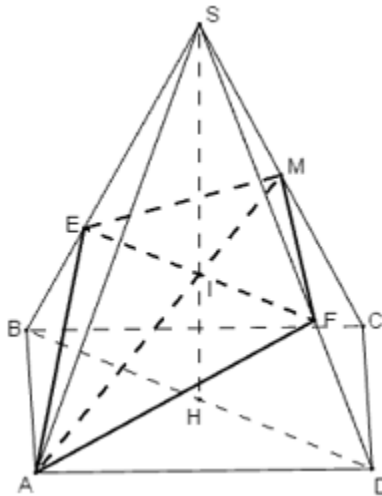
$$\begin{aligned} S_{AD'C'} &= \frac{1}{2} \cdot AD' \cdot D'C' = \frac{1}{2} \cdot \frac{cb}{\sqrt{b^2 + c^2}} \cdot \frac{ac^2}{\sqrt{b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\ &= \frac{abc^3}{2(b^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \end{aligned}$$

Vậy thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ là:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \cdot SC' \cdot S_{AB'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot SC' (S_{AB'C'} + S_{AD'C'}) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{abc^3}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \left(\frac{1}{a^2 + c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} \right) \\
 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{abc^5}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \frac{a^2 + b^2 + 2c^2}{(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)} \\
 &= \frac{abc^5(a^2 + b^2 + 2c^2)}{6(a^2 + b^2 + c^2)(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)}
 \end{aligned}$$

Bài 9 (trang 26 SGK Hình học 12): Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Đáy hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$.

Lời giải:



Gọi H là giao hai đường chéo AC và BD , H là tâm hình vuông $ABCD$

Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ta có: } BD \perp AC (\text{hv} ABCD) \\ BD \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow EF \perp (SAC)$$

Mà $AM \subset (SAC)$ nên $AM \perp EF$

Gọi I là giao điểm của AM và EF.

$$\text{Ta có: } AC = BD = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Lại có: } EI = FI = \frac{2}{3}HD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Góc tạo bởi cạnh bên SC và đáy (ABCD) là góc giữa SC và CH và là $\angle SCH = 60^\circ$ (do CH là hình chiếu của SC lên đáy (ABCD)).

Vì $SA = SC$ (do hình chóp tứ giác đều S.ABCD) và $\widehat{SCA} = \widehat{SCH} = 60^\circ$ nên tam giác SAC đều có cạnh là $AC = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}; \quad SM = \frac{SC}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vì } AM \perp EF \text{ nên } S_{AEMF} = \frac{1}{2}AM \cdot EF = AM \cdot EI = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$$

Lại có SM nằm trong (SAC) và $EF \perp (SAC)$ nên $SM \perp EF$

Mà SAC là tam giác đều nên $SM \perp AM$

Do đó: $SM \perp (AEMF)$

Suy ra SM là đường cao của hình chóp S.AEMF

Vậy thể tích khối chóp S.AEMF là:

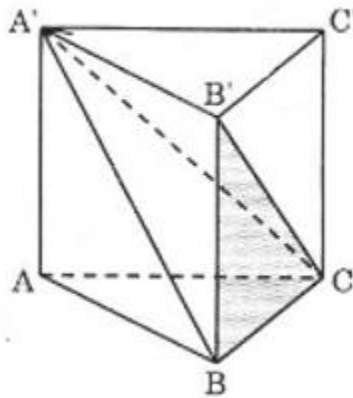
$$V = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{AEMF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$

Bài 10 (trang 27 SGK Hình học 12): Cho hình lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' có tất cả các cạnh đều bằng a.

- Tính thể tích khối tứ diện A'BB'C.
- Mặt phẳng đi qua A'B' và trọng tâm tam giác ABC, cắt AC và BC lần lượt tại E và F. Tính thể tích hình chóp C.A'B'FE.

Lời giải:

a)



Ta chia khối lăng trụ đã cho thành hình chóp A'.ABC, C.A'B'C' và C.A'BB'

Ta có: $V_{A'.ABC} = V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ trong đó S là diện tích đáy $S = S_{ABC} = S_{A'B'C'}$ và h là chiều cao của hình lăng trụ

Lại có: $V_{ABC.A'B'C'} = S \cdot h$

Do đó,

$$V_{C.A'BB'} = S \cdot h - \frac{1}{3} S \cdot h - \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$$

Trong đó, tam giác ABC là tam giác đều có độ dài cạnh bằng a

$$\text{nên } S = S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Vì đây là hình lăng trụ đứng nên $h = AA' = BB' = CC' = a$.

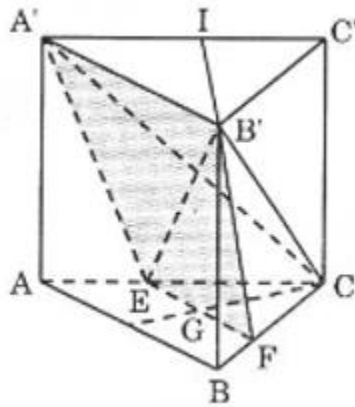
Vậy thể tích hình chóp C.A'BB' là:

$$V_{C.A'BB'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

$$V_{ABB'C} = V_{C.ABB'} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

Do đó thể tích khối tứ diện A'BB'C là

b)



Thể tích hình chóp C.A'B'FE bằng tổng thể tích hai hình chóp:

- V1 là thể tích hình chóp đỉnh B', đáy là tam giác CEF.
- V2 là thể tích hình chóp đỉnh B', đáy là tam giác A'EC.

$$EF = \frac{2}{3} AB = \frac{2}{3} a$$

Do $(ABC) \parallel (A'B'C')$ nên dễ thấy $EF \parallel AB$. Ta cũng có:

Hình chóp B'.CEF có chiều cao $BB' = a$ và diện tích đáy là:

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} EF \cdot CG = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{9} \text{ (với G là trọng tâm tam giác ABC)}$$

$$\text{Từ đây ta có: } V_1 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{9} = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$$

$$\text{Do } EC = \frac{2}{3} AC = \frac{2}{3} a$$

$$\text{Nên } S_{AEC} = \frac{1}{2} A'A \cdot EC = \frac{1}{2} a \cdot \frac{2}{3} a = \frac{a^2}{3}$$

Gọi I là trung điểm của $A'C'$ ta có: $\left. \begin{array}{l} B'I \perp A'C' \\ B'I \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow B'I \perp (ACC'A') \Rightarrow B'I \perp ($

Hình chóp $B'.A'EC$ có chiều cao là $B'I$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên:

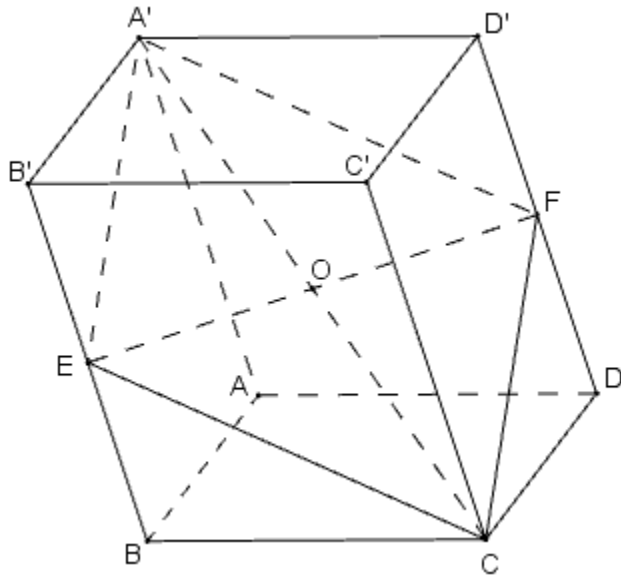
$$V_2 = \frac{1}{3} B'I \cdot S_{AEC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

Vậy thể tích hình chóp $C.A'B'FE$ là

$$V = V_1 + V_2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{27} + \frac{a^3\sqrt{3}}{18} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$$

Bài 11 (trang 27 SGK Hình học 12): Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BB' và DD' . Mặt phẳng (CEF) chia khối hộp trên làm hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó.

Lời giải:



Gọi O là tâm hình hộp và tâm của hình bình hành $BB'D'D$. Khi đó O là trung điểm của EF.

Ta có: $A' \in CO$ (1)

$CO \subset mp(CEF)$ (2)

Mặt khác $A'E \parallel CF, A'F \parallel CE$

Nên $mp(CEF)$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $A'ECF$.

$mp(CEF)$ chia hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện $(Đ)$ và $(Đ')$.

Gọi $(Đ)$ là khối đa diện có các đỉnh là A, B, C, D, A', E, F và $(Đ')$ là khối đa diện còn lại.

Phép đối xứng qua tâm O biến các đỉnh A, B, C, D, A', E, F của đa diện $(Đ)$ lần lượt thành các đỉnh C', D', A', B', C, F, E của khối đa diện $(Đ')$

Suy ra phép đối xứng qua tâm O biến $(Đ)$ thành $(Đ')$, nghĩa là hai hình đa diện $(Đ)$ và $(Đ')$ bằng nhau.

Vậy tỉ số thể tích của $(Đ)$ và $(Đ')$ bằng 1.

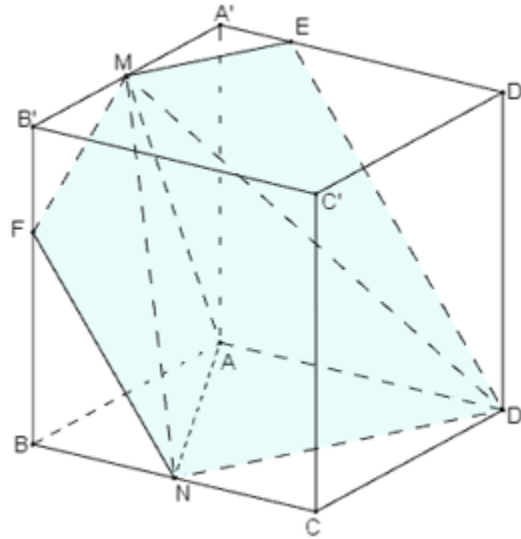
Bài 12 (trang 27 SGK Hình học 12): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M là trung điểm $A'B'$, N là trung điểm BC.

a) Tính thể tích khối tứ diện ADMN

b) Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A, (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $V_{(H)}/V_{(H')}$

Lời giải:

a)



Gọi M' là hình chiếu của M lên mp(ABCD). Khi đó $MM' = AA' = a$.

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = S_{ABN} + S_{AND} + S_{CND}$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2} + S_{AND} + \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow S_{AND} = \frac{a^2}{2}$$

Thể tích của khối tứ diện ADMN là:

$$V_{ADMN} = V_{M.ADN} = \frac{1}{3}S_{AND} \cdot MM' = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$$

b) Mặt phẳng (DMN) cắt hình lập phương theo thiết diện MEDNF trong đó ME // ND, FN // DE và chia hình lập phương thành hai khối đa diện (H) và (H'), gọi phần khối lập phương chứa A, B, A', mặt phẳng (DMN) là (H).

Chia (H) thành các hình chóp F.DBN, D.ABFMA' và D.A'EM.

Ta có: FN // ED \Rightarrow Δ FBN đồng dạng với Δ DD'E

$$\Rightarrow \frac{BF}{BN} = \frac{DD'}{ED'} = \frac{4}{3} \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BN = \frac{4}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Ta có: } S_{BDN} = \frac{1}{2}S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{a^2}{4}$$

Thể tích của khối chóp F.DBN là:

$$V_{F.BDN} = \frac{1}{3}S_{BND} \cdot FB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Lại có: } S_{FMB'} = \frac{1}{2}FB' \cdot B'M = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{12}$$

$$S_{ABFMA'} = S_{ABB'A'} - S_{FMB'} = a^2 - \frac{a^2}{12} = \frac{11a^2}{12}$$

Diện tích ngũ giác ABFMA' là:

Thể tích của khối chóp D.ABFMA' là:

$$V_{D.ABFMA'} = \frac{1}{3} \cdot DA \cdot S_{ABFMA'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{11a^2}{12} = \frac{11a^3}{36}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } S_{AME} = \frac{1}{2}A'M \cdot A'E = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^2}{16}$$

Thể tích của khối chóp D.A'EM là:

$$V_{D.AEM} = \frac{1}{3} S_{AEM} \cdot DD' = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{16} \cdot a = \frac{a^3}{48}$$

Do đó thể tích của (H) là:

$$V_{(H)} = V_{F.DBN} + V_{D.ABFMA'} + V_{D.AEM} = \frac{a^3}{18} + \frac{11a^3}{36} + \frac{a^3}{48} = \frac{55a^3}{144}$$

Suy ra thể tích của (H') là:

$$V_{(H')} = V_{ABCD.AB'C'D'} - V_{(H)} = a^3 - \frac{55a^3}{144} = \frac{89a^3}{144}$$

$$\text{Vậy tỉ số thể tích cần tìm là: } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{\frac{55a^3}{144}}{\frac{89a^3}{144}} = \frac{55}{89}.$$

Lý thuyết Toán Hình lớp 12 Ôn tập chương 1

A. Tóm tắt lý thuyết

I. NHẮC LẠI MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA

- Hình lăng trụ là hình có hai đáy là hai đa giác bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và các mặt bên đều là các hình bình hành.

1. Hình lăng trụ đứng

Định nghĩa. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

2. Hình lăng trụ đều

Định nghĩa. Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau và vuông góc với mặt đáy.

- **Hình hộp** là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

1. Hình hộp đứng

Định nghĩa. Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Hình hộp đứng có 2 đáy là hình bình hành, 4 mặt xung quanh là 4 hình chữ nhật.

2. Hình hộp chữ nhật

Định nghĩa. Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Tính chất. Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

3. Hình lập phương

Định nghĩa. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật 2 đáy và 4 mặt bên đều là hình vuông

Tính chất. Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông.

- **Hình chóp** là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

II. THỂ TÍCH

1. Công thức tính thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

Trong đó: S là diện tích đáy, h là chiều cao khối chóp.

2. Công thức tính thể tích khối lăng trụ

$$V = B.h$$

Trong đó: B là diện tích đáy, h là chiều cao khối lăng trụ

- **Thể tích khối hộp chữ nhật:** $V = abc$

Trong đó: a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

- **Thể tích khối lập phương:** $V = a^3$

Trong đó a là độ dài cạnh của hình lập phương.

3. TỈ SỐ THỂ TÍCH

Cho khối chóp $S.ABC$ và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

