

Nội dung bài viết

1. [Giải bài tập Toán 12 Bài 3: Phép chia số phức](#)
2. [Lý thuyết Toán lớp 12 Bài 3: Phép chia số phức](#)

**Giải bài tập Toán 12 Bài 3: Phép chia số phức**

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 136:** Cho  $z = 2 + 3i$ . Hãy tính  $z + u^-$  và  $z \cdot u^-$ . Nêu nhận xét.

**Lời giải:**

$$u^- = 2 - 3i$$

$$z + u^- = 2 + 3i + 2 - 3i = 4$$

$$z \cdot u^- = (2 + 3i) \cdot (2 - 3i) = 4 - 3i \cdot 3i = 4 + 9 = 13.$$

Ta có:  $z + u^- = \text{Re}z$  và  $z \cdot u^- = |z|^2$ .

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 138:** Thực hiện các phép chia **sau**:

$$\frac{1 + i}{2 - 3i} \cdot \frac{6 + 3i}{5i}$$

**Lời giải:**

$$\frac{1 + i}{2 - 3i} = \frac{(1 + i)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{2 + 5i - 3}{13} = \frac{-1}{13} + \frac{5i}{13}$$

$$\frac{6 + 3i}{5i} = \frac{(6 + 3i)(-5i)}{5i(-5i)} = \frac{6i - 3}{5}$$

**Bài 1 (trang 138 SGK Giải tích 12):** Thực hiện các phép chia **sau**:

$$a) \frac{2+i}{3-2i};$$

$$b) \frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}};$$

$$c) \frac{5i}{2-3i};$$

$$d) \frac{5-2i}{i}.$$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} a) \frac{2+i}{3-2i} &= \frac{(2+i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} \\ &= \frac{(2 \cdot 3 - 1 \cdot 2) + (2 \cdot 2 + 1 \cdot 3)i}{3^2 + 2^2} \\ &= \frac{4}{13} + \frac{7}{13}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}} \\
 &= \frac{(1+i\sqrt{2})(2-i\sqrt{3})}{(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3})} \\
 &= \frac{(1 \cdot 2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + 2\sqrt{2})i}{2^2 + (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{2 + \sqrt{6}}{7} + \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{7}i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \frac{5i}{2-3i} \\
 &= \frac{5i(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} \\
 &= \frac{10i + 15i^2}{2^2 + 3^2} = \frac{-15}{13} + \frac{10}{13}i.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & \frac{5-2i}{i} \\
 &= (5-2i) \cdot (-i) \\
 &= -5i + 2i^2 = -2 - 5i.
 \end{aligned}$$

### Kiến thức áp dụng

Chia số phức  $z_1 = a_1 + b_1i$  cho  $z_2 = a_2 + b_2i$ .

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \\ &= \frac{(a_1 + b_1i)(a_2 - b_2i)}{(a_2 + b_2i)(a_2 - b_2i)} \\ &= \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{-a_1b_2 + a_2b_1}{a_2^2 + b_2^2}i \end{aligned}$$

**Bài 2 (trang 138 SGK Giải tích 12):** Tìm nghịch đảo của  $z$  là:

a)  $z = 1 + 2i$

b)  $z = \sqrt{2} - 3i$

c)  $z = i$

d)  $z = 5 + i\sqrt{3}$

**Lời giải:**

Nghịch đảo của số phức  $z = a + bi$  là:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{(a + bi)(a - bi)} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

a)  $\frac{1}{z} = \frac{1}{1 + 2i} = \frac{1 - 2i}{1^2 + 2^2} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$  ;

b)  $\frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} - 3i} = \frac{\sqrt{2} + 3i}{(\sqrt{2})^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$

c)  $\frac{1}{z} = \frac{1}{i} = -i$

d)  $\frac{1}{z} = \frac{1}{5 + i\sqrt{3}} = \frac{5 - i\sqrt{3}}{5^2 + (\sqrt{3})^2} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$

**Bài 3 (trang 138 SGK Giải tích 12):** Thực hiện các phép tính **sau**:

a)  $2i(3 + i)(2 + 4i)$ ;

b)  $\frac{(1+i)^2(2i)^3}{-2+i}$ ;

c)  $3 + 2i + (6 + i)(5 + i)$ ;

d)  $4 - 3i + \frac{5 + 4i}{3 + 6i}$ .

**Lời giải:**

a)  $2i(3 + i)(2 + 4i)$

$= (6i + 2i^2)(2 + 4i)$

$= (-2 + 6i)(2 + 4i)$

$= (-2 \cdot 2 - 6 \cdot 4) + (6 \cdot 2 - 2 \cdot 4) \cdot i$

$= -28 + 4i$ .

b) Ta có:

$(1 + i)^2 \cdot (2i)^3 = (1 + 2i + i^2) \cdot 8i \cdot i^2$

$= (1 + 2i - 1) \cdot 8i \cdot (-1) = -16i^2 = 16$ .

Do đó:

$$\frac{(1+i)^2(2i)^3}{-2+i} = \frac{16}{-2+i}$$

$$= \frac{16(-2-i)}{(-2+i)(-2-i)}$$

$$= \frac{-32-16i}{(-2)^2+1^2} = \frac{-32}{5} - \frac{16}{5}i$$

c)  $3 + 2i + (6 + i)(5 + i)$

$$= 3 + 2i + (6.5 - 1.1) + (6.1 + 5.1).i$$

$$= 3 + 2i + 29 + 11i$$

$$= 32 + 13i.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{5+4i}{3+6i} &= \frac{(5+4i).(3-6i)}{(3+6i).(3-6i)} \\ &= \frac{15-30i+12i-24i^2}{3^2+6^2} \\ &= \frac{(15+24)+(-30+12)i}{45} \\ &= \frac{39}{45} - \frac{18i}{45} = \frac{13}{15} - \frac{2i}{5} \end{aligned}$$

Do đó:

$$\begin{aligned} 4-3i + \frac{5+4i}{3+6i} &= 4-3i + \frac{13}{15} - \frac{2}{5}i \\ &= \left(4 + \frac{13}{15}\right) - \left(3 + \frac{2}{5}\right)i = \frac{73}{15} - \frac{17}{5}i \end{aligned}$$

### Kiến thức áp dụng

Chia số phức  $z_1 = a_1 + b_1i$  cho  $z_2 = a_2 + b_2i$ .

$$\begin{aligned} z_1.z_2 &= (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) \\ &= a_1a_2 - b_1b_2 + (a_1b_2 + a_2b_1)i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \\ &= \frac{(a_1 + b_1i)(a_2 - b_2i)}{(a_2 + b_2i)(a_2 - b_2i)} \\ &= \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{-a_1b_2 + a_2b_1}{a_2^2 + b_2^2}.i \end{aligned}$$

**Bài 4 (trang 138 SGK Giải tích 12):** Giải các phương trình *sau*:

a)  $(3 - 2i)z + (4 + 5i) = 7 + 3i;$

b)  $(1 + 3i)z - (2 + 5i) = (2 + i)z;$

c)  $\frac{z}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i .$

**Lời giải:**

a)  $(3 - 2i)z + (4 + 5i) = 7 + 3i$

$\Leftrightarrow (3 - 2i).z = (7 + 3i) - (4 + 5i)$

$\Leftrightarrow (3 - 2i).z = 3 - 2i$

$\Leftrightarrow z = 1.$

b)  $(1 + 3i)z - (2 + 5i) = (2 + i)z$

$\Leftrightarrow (1 + 3i).z - (2 + i).z = 2 + 5i$

$\Leftrightarrow [(1 + 3i) - (2 + i)].z = 2 + 5i$

$\Leftrightarrow (-1 + 2i).z = 2 + 5i$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2 + 5i}{-1 + 2i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(2 + 5i)(-1 - 2i)}{(-1 + 2i)(-1 - 2i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2i) + 5i \cdot (-1) + 5i \cdot (-2i)}{(-1)^2 + 2^2}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-2 - 4i - 5i + 10}{5} = \frac{8}{5} - \frac{9i}{5}$$

$$c) \frac{z}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i$$

$$\Leftrightarrow \frac{z}{4 - 3i} = 5 - 2i - (2 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow \frac{z}{4 - 3i} = 3 + i$$

$$\Leftrightarrow z = (3 + i)(4 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = 12 - 9i + 4i - 3i^2$$

$$\Leftrightarrow z = 15 - 5i.$$

### Kiến thức áp dụng

Chia số phức  $z_1 = a_1 + b_1i$  cho  $z_2 = a_2 + b_2i$ .



$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) \\ &= a_1 a_2 - b_1 b_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} \\ &= \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} \\ &= \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{-a_1 b_2 + a_2 b_1}{a_2^2 + b_2^2} i \end{aligned}$$

### Lý thuyết Toán lớp 12 Bài 3: Phép chia số phức

#### A. Tóm tắt lý thuyết

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  và  $z_2 = c + di$  thì:

- Số phức nghịch đảo của  $z = a + bi \neq 0$ : 
$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot \bar{z}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i \quad (\text{với } z_2 \neq 0)$$

**Ví dụ 1:** Số phức nghịch đảo của  $z$  có phần ảo là:

- A. 1      B. 1/2      C. -1      D. -1/2

#### Hướng dẫn:

Chọn D.

Ta có: 
$$\frac{1}{z} = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} i$$

$$z = \frac{3 - 4i}{4 - i}$$

**Ví dụ 2:** Phần thực của số phức  $z = \frac{3 - 4i}{4 - i}$  bằng

- A. 16/17      B. 3/4      C. -13/17      D. -3/4

**Hướng dẫn:**

Chọn A.

Ta có: 
$$z = \frac{3 - 4i}{4 - i} = \frac{(3 - 4i)(4 - i)}{17} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i.$$

$$z = \frac{7 - 17i}{5 - i}$$

**Ví dụ 3:** Số phức  $z = \frac{7 - 17i}{5 - i}$  có phần thực là

- A. 3      B. 9/13      C. 2      D. -3

**Hướng dẫn:**

Chọn C.

Ta có: 
$$z = \frac{7 - 17i}{5 - i} = \frac{(7 - 17i)(5 + i)}{(5 - i)(5 + i)} = \frac{52 - 78i}{26} = 2 - 3i$$

⇒ Phần thực của z là: 2