Nội dung bài viết

Với bộ tài liệu giải **sách bài tập toán 12 tập 2 Bài 2: Tích phân**, hướng dẫn cách giải chi tiết cho từng câu hỏi, từng phần học bám sát nội dung chương trình SBT bộ môn Toán lớp 12. Nội dung chi tiết các em xem tại đây.

Giải Bài 3.16 trang 170 SBT toán 12 tập 2

Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^1 (y^3 + 3y^2 - 2)dy$

b) $\int_1^4 (t + \frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{1}{t^2})dt$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos x - \sin 2x)dx$

d) $\int_0^1 (3^s - 2^s)^2 ds$

e) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}} \cos 3x dx + \int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos 3x dx + \int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} \cos 3x dx$

Lời giải:

a) $-\frac{3}{4}$

b) $\frac{35}{4}$

c) 1

d) $\frac{4}{\ln 3} - \frac{10}{\ln 6} + \frac{3}{2\ln 2}$

e) $-\frac{1}{3}$

Giải Bài 3.17 trang 170 SBT toán 12 tập 2

Tính các tích phân sau bằng phương pháp đổi biến số:

a) $\int\limits_{1}^{2} x(1-x)^5 dx$ (đặt t = 1 – x)

b) $\int\limits_{0}^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ (đặt $t = \sqrt{e^x - 1}$)

c) $\int\limits_{1}^{9} x\sqrt[3]{1-x} dx$ (đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$)

d) $\int\limits_{0}^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$ (đặt $x = \pi - t$)

e) $\int\limits_{-1}^{1} x^2(1-x^3)^4 dx$

Lời giải:

a) $-\frac{13}{42}$

b) $2-\frac{\pi}{2}$

c) $-\frac{468}{7}$

d) $\pi^2/4$

Hướng dẫn: Đặt x = π − t, ta suy ra:

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi \frac{-d(\cos x)}{1+\cos^2 x}$$

Vậy

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx = \frac{\pi}{2}\int_{-1}^1 \frac{dt}{1+t^2}$$

Đặt tiếp t = tanu

e) $2^5/15$.

Hướng dẫn: Đặt $t = 1 - x^3$

Giải Bài 3.18 trang 171 SBT toán 12 tập 2

Áp dụng phương pháp tính tích phân từng phần, hãy tính các tích phân sau:

a) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2x dx$

b) $\int_{0}^{\ln 2} xe^{-2x} dx$

c) $\int_{0}^{1} \ln(2x+1) dx$

d) $\int_{2}^{3} [\ln(x-1) - \ln(x+1)] dx$

e) $\int_{\frac{1}{2}}^{2} (1+x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}} dx$

g) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\sin^2 x dx$

Lời giải:

a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}(\frac{3}{4} - \frac{\ln 2}{2})$

c) $\frac{3}{2}\ln 3 - 1$

d) $3\ln 3 - 6\ln 2$

e) $\frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}}$.

Hướng dẫn:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{2} (1+x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}} dx$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{2} e^{x+\frac{1}{x}} dx + \int_{\frac{1}{2}}^{2} (x - \frac{1}{x}) e^{x+\frac{1}{x}} dx$$

Tính tích phân từng phần:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{2} e^{x+\frac{1}{x}} dx = x e^{x+\frac{1}{x}} \Big|_{\frac{1}{2}}^{2} - \int_{\frac{1}{2}}^{2} (x - \frac{1}{x}) e^{x+\frac{1}{x}} dx$$

g) $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$

Giải Bài 3.19 trang 171 SBT toán 12 tập 2

Tính các tích phân sau đây:

a) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos(x + \frac{\pi}{2}) dx$

b) $\int_{0}^{1} \frac{x^2+x+1}{x+1} \log_2(x+1) dx$

c) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{x^2-1}{x^4+1} dx$ (đặt $t = x + \frac{1}{x}$)

d) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{3+4\sin x - \cos 2x}$

Lời giải:

a) – 2

b) $\frac{1}{2\ln 2}(\frac{1}{2} + \ln^2 2)$

Hướng dẫn:

$$\frac{x^2+x+1}{x+1}\log_2(x+1) = \frac{1}{\ln 2}\left[x\ln(x+1) + \frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$$

c) $\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}$

Hướng dẫn: Đặt t = x + 1/x, ta nhận được:

$$\int_{\frac{5}{2}}^{2}\frac{dt}{t^2-2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{t-\sqrt{2}}{t+\sqrt{2}}\right|\Bigg|_{\frac{5}{2}}^{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}$$

d) $\ln 2 - \frac{1}{2}$

Hướng dẫn:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x dx}{3+4\sin x-\cos 2x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.\frac{d(\sin x+1)}{(\sin x+1)^2} = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

Giải Bài 3.20 trang 172 SBT toán 12 tập 2

Chứng minh rằng hàm số f(x) cho bởi

$$f(x) = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{1+t^4}}dt, x \in R$$

là hàm số chẵn.

Lời giải:

Đặt t = -s trong tích phân:

$$f(-x) = \int_0^{-x}\frac{t}{\sqrt{1+t^4}}dt$$

Ta được:

$$f(-x)=\int_0^{-x}\frac{t}{\sqrt{1+t^4}}dt=\int_0^{x}\frac{s}{\sqrt{1+s^4}}ds=f(x)$$

Giải Bài 3.21 trang 172 SBT toán 12 tập 2

Giả sử hàm số f(x) liên tục trên đoạn [-a; a]. Chứng minh rằng:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=\begin{cases} 2\int_0^a f(x)dx, (1) \\ 0, (2) \end{cases}$$

(1) : nếu f là hàm số chẵn

(2): nếu f là hàm số lẻ.

Áp dụng để tính:

$$\int_{-2}^{2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})dx$$

Lời giải:

Giả sử hàm số f(x) là hàm số chẵn trên đoạn [-a; a], ta có:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=\int_{-a}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{a} f(x)dx$$

Đổi biến x = - t đối với tích phân

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx$$

Ta được:

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = -\int_{a}^{0} f(-t)dt = \int_{0}^{a} f(t)dt = \int_{0}^{a} f(x)dx$$

Vậy

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

Trường hợp sau chứng minh tương tự. Áp dụng:

Vì $g(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

là hàm số lẻ trên đoạn [-2; 2] nên $g(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

Giải Bài 3.22 trang 172 SBT toán 12 tập 2

Giả sử hàm số f(x) liên tục trên đoạn [a; b]. Chứng minh rằng:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$$

Lời giải:

Đổi biến số: x = π/2 − t,

ta được: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$

$$-\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} f(\sin(\tfrac{\pi}{2} - t))dt = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos t)dt$$

Hay

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$$

Giải Bài 3.23 trang 172 SBT toán 12 tập 2

Đặt:

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx, n \in N^*$$

a) Chứng minh rằng:

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}, n > 2$$

b) Tính I_3 và I_5.

Lời giải:

a) Xét với n > 2, ta có:

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-1} x.\sin x dx$$

Dùng tích phân từng phần với u = $\sin^{n-1}$x và dv = sinx.dx, ta có:

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-1} x \sin x dx$$

$$= -\cos x \sin^{n-1} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + (n-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x \cos^2 x dx$$

$$= (n-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{n-2}x - \sin^n x)dx$$

$$= (n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n$$

Vậy $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$

b) $I_3 = \frac{2}{3}, I_5 = \frac{8}{15}$

Giải Bài 3.24 trang 172 SBT toán 12 tập 2

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sin x dx = 0$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt[3]{\sin x} - \sqrt[3]{\cos x})dx = 0$

c) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln \frac{1-x}{1+x} dx = 0$

d) $\int_0^2 (\frac{1}{1+x+x^2+x^3} + 1)dx = 0$

Lời giải:

a) Đúng

vì vế trái bằng $\int_0^{2\pi} \sin x dx = 0$

b) Đúng (theo bài 3.17)

c) Đúng (theo bài 3.16)

d) Sai

Vì $1+\frac{1}{1+x+x^2+x^3}>1, x\in[0;2]$

►►**CLICK NGAY** vào nút **TẢI VỀ** dưới đây để tải về giải bài tập **SBT toán 12 tập 2 Bài 2: Tích phân**, file PDF hoàn toàn miễn phí.