Nội dung bài viết

Với bộ tài liệu giải **sách bài tập toán Hình học 12 tập 2 Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian**, hướng dẫn cách giải chi tiết cho từng câu hỏi, từng phần học bám sát nội dung chương trình SBT bộ môn Toán lớp 12. Nội dung chi tiết các em xem tại đây.

Giải Bài 3.1 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz cho ba vecto $\vec{a} = (2; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 1)$, $\vec{c} = (-4; 1; -1)$. Tìm tọa độ của các vecto $\vec{m}$ và $\vec{n}$ biết rằng:

a) $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$

b) $\vec{n} = 2\vec{a} + \vec{b} + 4\vec{c}$

Lời giải:

a) $\vec{m} = (-4; -2; 3)$

b) $\vec{n} = (-9; 2; 1)$

Giải Bài 3.2 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz cho vecto $\vec{a}$ = (1; −3; 4).

a) Tìm y_0 và z_0 để cho vecto $\vec{b}$ = (2; y_0; z_0) cùng phương với $\vec{a}$

b) Tìm tọa độ của vecto $\vec{c}$ biết rằng $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng và $|\vec{c}| = 2|\vec{a}|$

Lời giải:

a) Ta biết rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi $\vec{a} = k\vec{b}$ với k là một số thực. Theo giả thiết ta có: $\vec{b}$ = (x_0; y_0; z_0) với x_0 = 2. Ta suy ra k = 1/2 nghĩa là l = x_0/2

Do đó: −3 = y_0/2 nên y_0 = -6

4 = z_0/2 nên z_0 = 8

Vậy ta có $\vec{b}$ = (2; −6; 8)

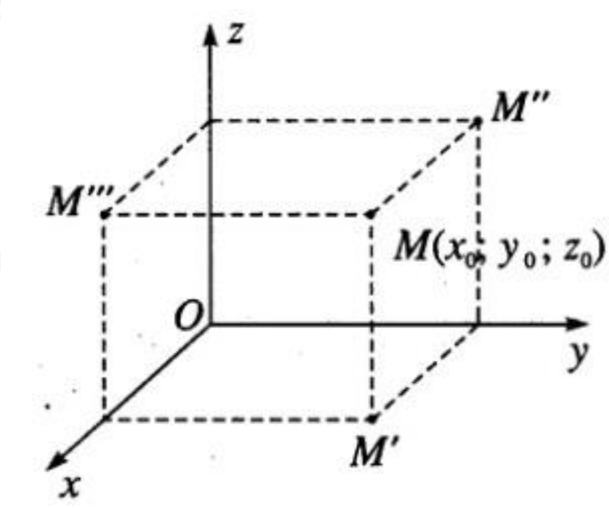
b) Theo giả thiết ta có $\vec{c} = -2\vec{a}$

Do đó tọa độ của $\vec{c}$ là: $\vec{c}$ = (-2; 6; -8).

Giải Bài 3.3 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz cho điểm M có tọa độ (x_0; y_0; z_0). Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oyz), (Ozx).

Lời giải:



Gọi M’, M’’, M’’’ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx).

Ta có:

- M’(x_0; y_0; 0)
- M’’ (0; y_0; z_0)
- M’’’(x_0; 0; z_0)

Giải Bài 3.4 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Cho hai bộ ba điểm:

a) A = (1; 3; 1), B = (0; 1; 2), C = (0; 0; 1)

b) M = (1; 1; 1), N = (-4; 3; 1), P = (-9; 5; 1)

Hỏi bộ nào có ba điểm thẳng hàng?

Lời giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1)$

$\overrightarrow{AC} = (-1; -3; 0)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương, nghĩa là $\overrightarrow{AB}$ = k$\overrightarrow{AC}$ với k là một số thực.

Giả sử ta có $\overrightarrow{AB}$ = k$\overrightarrow{AC}$

khi đó $\left\{\begin{array}{l} k.(-1) = -1 \\ k.(-3) = -2 \\ k.(0) = 1 \end{array}\right.$

Ta không tìm được số k nào thỏa mãn đồng thời cả ba đẳng thức trên. Vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Ta có: $\overrightarrow{MN}$ = (−5; 2; 0) và $\overrightarrow{MP}$ = (−10; 4; 0). Hai vecto $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MN}$ = k$\overrightarrow{MP}$ với k = k/2 nên ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Giải Bài 3.5 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz, hãy tìm trên mặt phẳng (Oxz) một điểm M cách đều ba điểm A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(3; 1; -1).

Lời giải:

Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là (x; 0; z), cần phải tìm x và z. Ta có:

$MA^2 = (1 – x)^2 + 1 + (1 – z)^2$

$MB^2 = (–1 – x)^2 + 1 + z^2$

$MC^2 = (3 – x)^2 + 1 + (–1 – z)^2$

Theo giả thiết M cách đều ba điểm A, B, C nên ta có $MA^2 = MB^2 = MC^2$

Từ đó ta tính được $M(\frac{5}{6}; 0; -\frac{7}{6})$

Giải Bài 3.6 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Cho hình tứ diện ABCD. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$

Lời giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

Do đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ vì $\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{CD}$

b)
Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$

Do đó: $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{DB}$

Vậy

$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$$

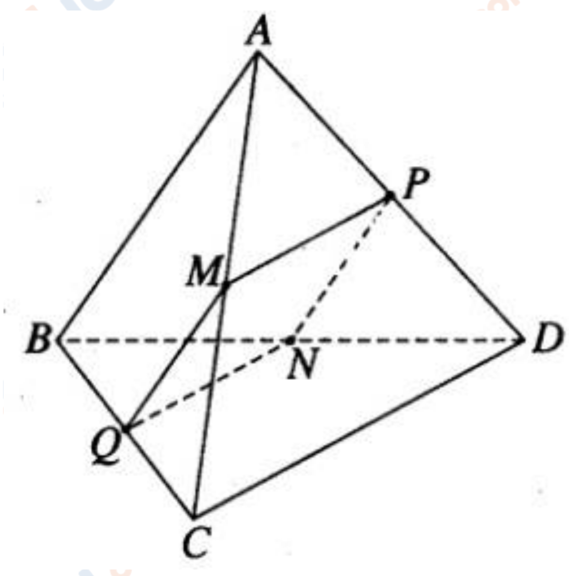
Giải Bài 3.7 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Cho hình tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, AD, BC. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{MN}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC}\ \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{PQ}$

Lời giải:



a) Ta có MPNQ là hình bình hành vì

$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{QN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Do đó

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MP} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2} + \frac{\overrightarrow{CD}}{2}$$

hay $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ (1)

Mặt khác $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$$

Nên

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \quad (2)$$

Vì

$$\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{BD}$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{MN}$$

là đẳng thức cần chứng minh

b) Ta có:

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MP} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{CD}}{2}$$

Do đó:

$$2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} \quad (3)$$

Mặt khác:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$
$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$$

Nên

$$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD} \qquad (4)$$

Vì $\overrightarrow{CB}-(-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{0}$

Từ (3) và (4) ta suy ra

$$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{PQ}$$

là đẳng thức cần chứng minh.

Giải Bài 3.8 trang 103 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian cho ba vecto tùy ý $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

Gọi $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$, $\vec{v}=3\vec{b}-\vec{c}$, $\vec{w}=2\vec{c}-3\vec{a}$.

Chứng tỏ rằng ba vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng.

Lời giải:

Muốn chứng tỏ rằng ba vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng ta cần tìm hai số thực p và q sao cho $\vec{w}=p\vec{u}+q\vec{v}$.

Giả sử có $\vec{w}=p\vec{u}+q\vec{v}$

$2\vec{c}-3\vec{a}=p(\vec{a}-2\vec{b})+q(3\vec{b}-\vec{c})$

$\Leftrightarrow (3+p)\vec{a}+(3q-2p)\vec{b}-(q+2)\vec{c}=\vec{0}$ (1)

Vì ba vecto lấy tùy ý $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ nên đẳng thức (1) xảy ra khi và chỉ khi:

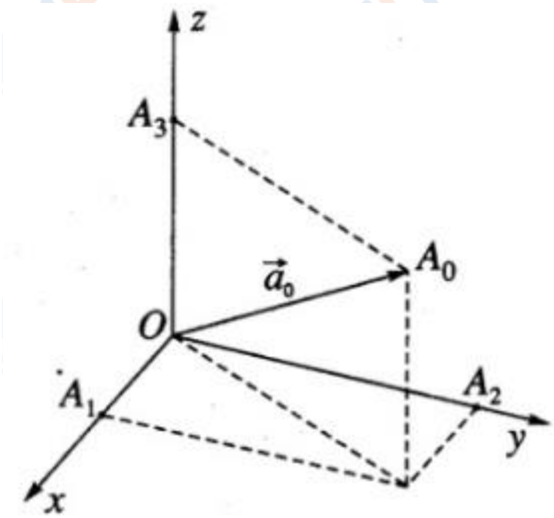
$$\begin{cases} 3+p=0 \\ 3q-2p=0 \\ q+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=-3 \\ q=-2 \end{cases}$$

Như vậy ta có: $\vec{w}=-3\vec{u}-2\vec{v}$ nên ba vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng.

Giải Bài 3.9 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz cho một vecto $\vec{a}$ tùy ý khác vecto $\vec{0}$. Gọi α, β, γ là ba góc tạo bởi ba vecto đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ trên ba trục Ox, Oy, Oz và vecto $\vec{a}$. Chứng minh rằng: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

Lời giải:



Gọi $\vec{a_0}$ là vecto đơn vị cùng hướng với vecto $\vec{a}$

ta có $\overrightarrow{a_0} = \frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$

Gọi $\overrightarrow{OA_0} = \vec{a_0}$ và các điểm A_1, A_2, A_3 theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm A_0 trên các trục Ox, Oy, Oz.

Khi đó ta có:

$$\frac{|\overrightarrow{OA_1}|}{|\overrightarrow{OA_0}|} = \cos\alpha, \frac{|\overrightarrow{OA_2}|}{|\overrightarrow{OA_0}|} = \cos\beta, \frac{|\overrightarrow{OA_3}|}{|\overrightarrow{OA_0}|} = \cos\gamma$$

Vì

$$|\overrightarrow{OA_0}| = 1 \text{ nên } |\overrightarrow{OA_1}| = \cos\alpha,$$

$$|\overrightarrow{OA_2}| = \cos\beta, |\overrightarrow{OA_3}| = \cos\gamma$$

Ta có:

$$\overrightarrow{OA_0} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_2} + \overrightarrow{OA_3}$$

ta suy ra:

$$\overrightarrow{OA_0} = \cos\alpha\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j} + \cos\gamma\,\vec{k}$$

hay

$$\overrightarrow{OA_0} = (\cos\alpha; \cos\beta; \cos\gamma)$$

Vì $OA_0\rightarrow = a_0\rightarrow$ mà $|a_0\rightarrow| = 1$ nên ta có: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

Giải Bài 3.10 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Cho hình tứ diện ABCD.

a) Chứng minh hệ thức:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = 0$$

b) Từ hệ thức trên hãy suy ra định lí: "Nếu một hình tứ diện có hai cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau thì cặp cạnh đối diện thứ ba cũng vuông góc với nhau."

Lời giải:

a) Ta có

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} \quad (3)$$

Lấy (1) + (2) + (3) ta có hệ thức cần chứng minh là:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=0$$

b) Từ hệ thức trên ta suy ra định lí: "Nếu tứ diện ABCD có AB ⊥ CD, AC ⊥ DB, nghĩa là $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$ và $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}=0$ thì $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=0$ và do đó AD ⊥ BC."

Giải Bài 3.11 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Tính tích vô hướng của hai vecto $\vec{a}$, $\vec{b}$ trong không gian với các tọa độ đã cho là:

a) $\vec{a}=(3;0;-6)$, $\vec{b}=(2;-4;c)$

b) $\vec{a}=(1;-5;2)$, $\vec{b}=(4;3;-5)$

c) $\vec{a}=(0;\sqrt{2};\sqrt{3})$, $\vec{b}=(1;\sqrt{3};-\sqrt{2})$

Lời giải:

a) $\vec{a}.\vec{b}=6(1-c)$;

b) $\vec{a}.\vec{b}=-21$;

c) $\vec{a}.\vec{b}=0$

Giải Bài 3.12 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) A(4; -1; 1), B(2; 1; 0)

b) A(2; 3; 4), B(6; 0; 4)

Lời giải:

a) $|\overrightarrow{AB}|=3$

b) $|\overrightarrow{AB}|=5$

Giải Bài 3.13 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là:

A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)

Chứng minh rằng tam giác ABC có ba góc nhọn.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-a; b; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

Vì $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a^2 > 0$ nên góc ∠BAC là góc nhọn.

Lập luận tương tự ta chứng minh được các góc ∠B và ∠C cũng là góc nhọn.

Giải Bài 3.14 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz hãy lập phương trình mặt cầu trong các trường hợp sau:

a) Có tâm I(5; -3; 7) và có bán kính r = 2.

b) Có tâm là điểm C(4; -4; 2) và đi qua gốc tọa độ;

c) Đi qua điểm M(2; -1; -3) và có tâm C(3; -2; 1)

Lời giải:

a) $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 4$;

b) $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 36$;

c) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 18$.

Giải Bài 3.15 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz hãy xác định tâm và bán kính các mặt cầu có phương trình sau đây:

a) $x^2 + y^20 + z^2 - 6^x + 2^y - 16^z - 26 = 0$;

b) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x - 4y - 12z - 100 = 0$

Lời giải:

a) Tâm I(3; -1; 8), bán kính r = 10;

b) Tâm I(-2; 1; 3), bán kính r = 8.

Giải Bài 3.16 trang 104 SBT toán 12 tập 2

Trong không gian Oxyz hãy viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 4) và gốc tọa độ O. Hãy xác định tâm và bán kính của mặt cầu đó.

Lời giải:

Phương trình mặt cầu (S) cần tìm có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 – 2ax – 2by – 2cz + d = 0$.

Vì

A ∈ (S) nên ta có: 1 – 2a + d =0 (1)

B ∈ (S) nên ta có: 4 + 4b + d = 0 (2)

C ∈ (S) nên ta có: 16 – 8c + d = 0 (3)

D ∈ (S) nên ta có: d = 0 (4)

Giải hệ 4 phương trình trên ta có: d = 0, a = 1/2, b = −1,c = 2.

Vậy mặt cầu (S) cần tìm có phương trình là: $x^2 + y^2 + z^2 –x + 2y – 4z = 0$

Phương trình mặt cầu (S) có thể viết dưới dạng:

$$(x-\frac{1}{2})^2+(y+1)^2+(z-2)^2-\frac{1}{4}-1-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-\frac{1}{2})^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{21}{4}$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm I(1/2; -1; 2) và có bán kính $r=\frac{\sqrt{21}}{2}$

►►**CLICK NGAY** vào nút **TẢI VỀ** dưới đây để tải về giải bài tập **SBT toán hình lớp 12 tập 2 Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian**, file PDF hoàn toàn miễn phí.