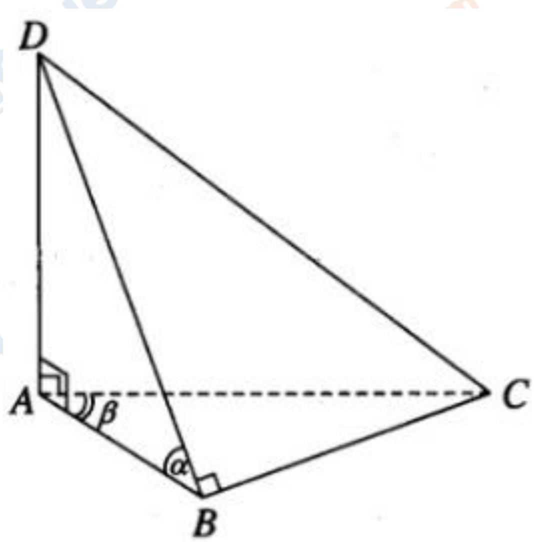
Nội dung bài viết

Với bộ tài liệu giải **sách bài tập toán Hình học 12 tập 1 Đề toán tổng hợp chương 2**, hướng dẫn cách giải chi tiết cho từng câu hỏi, từng phần học bám sát nội dung chương trình SBT bộ môn Toán lớp 12. Nội dung chi tiết các em xem tại đây.

Giải Bài 2.24 trang 62 SBT toán 12 tập 1

Cho tứ diện ABCD có AD ⊥ (ABC) và BD ⊥ BC. Khi quay tất cả các cạnh của tứ diện đó quanh cạnh AB có những hình nón nào được tạo thành ? Hãy kể tên các hình nón đó.

Lời giải:



Tứ diện ABCD có ∠BAD = 90° nên ∠ABD = α là một góc nhọn. Khi quay các cạnh của tứ diện đó xung quanh cạnh AB thì cạnh BD tạo thành một hình nón tròn xoay đỉnh B có trục là AB, cạnh AD vuông góc với AB tạo thành đáy của hình nón đó.

Mặt khác theo giả thiết ta có BD ⊥ BC nên AB ⊥ BC. Ta có ∠BAC = β là một góc nhọn. Do đó khi quay các cạnh của tứ diện xung quanh cạnh AB thì cạnh AC tạo thành một hình nón tròn xoay đỉnh A có trục là AB, còn cạnh BC tạo thành đáy của hình nón.

Như vậy khi quay tất cả các cạnh của tứ diện xung quanh trục AB thì các cạnh BD và AC tạo thành hai hình nón.

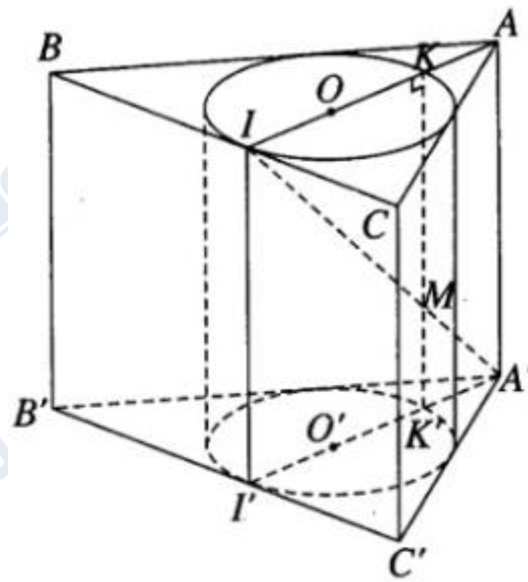
Giải Bài 2.25 trang 62 SBT toán 12 tập 1

Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A’B’C’ có cạnh đáy bằng a và có đường cao h.

a) Một hình trụ có các đường tròn đáy tiếp xúc với các cạnh của tam giác đáy được gọi là hình trụ nội tiếp trong lăng trụ. Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ nội tiếp đó.

b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Đường thẳng A’I cắt hình trụ nội tiếp nói trên theo một đoạn thẳng. Tính độ dài đoạn thẳng đó.

Lời giải:



a) Hình trụ nội tiếp trong lăng trụ tam giác đều có đường tròn đáy tiếp xúc tại trung điểm các cạnh của tam giác đáy. Gọi I là trung điểm của cạnh BC, r là bán kính đáy của hình trụ nội tiếp trong lăng trụ

Ta có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó: $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ nội tiếp lăng trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi\frac{a\sqrt{3}}{6}.h = \frac{\sqrt{3}\pi ah}{3}$$

b) Ta có mặt phẳng (AA'I) là mặt phẳng qua trục hình trụ. Mặt phẳng này cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật IKK'I'. Đoạn A'I cắt KK' tại M nên cắt hình trụ theo đoạn IM.

Ta có:

$$\frac{KM}{AA'} = \frac{IK}{IA} = \frac{2}{3} \Rightarrow KM = \frac{2}{3}h$$

Xét tam giác vuông IKM ta có:

$IM^2 = IK^2 + KM^2$

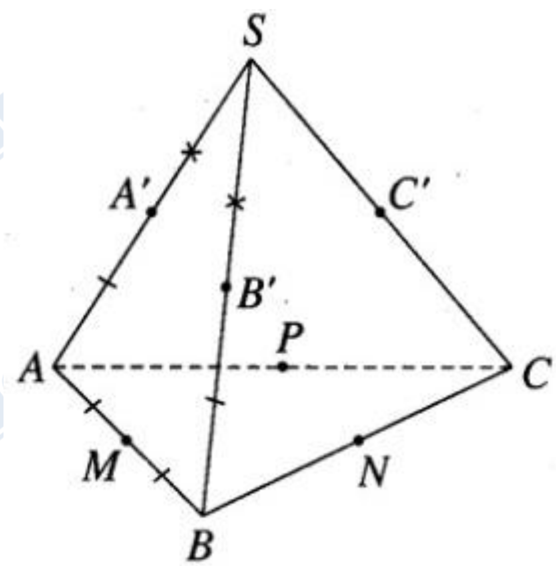
$$= \frac{3a^2}{9} + \frac{4h^2}{9} = \frac{3a^2+4h^2}{9}$$

Vậy $IM = \frac{\sqrt{3a^2+4h^2}}{3}$

Giải Bài 2.26 trang 62 SBT toán 12 tập 1

Cho hình chóp S.ABC và biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh bên của hình chóp đồng thời tiếp xúc với ba cạnh của đáy tại trung điểm của mỗi cạnh đáy. Chứng minh hình chóp đó là hình chóp đều.

Lời giải:



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA và A’ , B’, C’ là các điểm tiếp xúc của các cạnh bên SA, SB, SC với mặt cầu. Ta có AA’ và AM là hai tiếp tuyến nên AM = AA’. Vì M là trung điểm của AB nên AM = MB.

Mặt khác BM = BB’, ta suy ra AA’ = BB’

Vì SA’ = SB’ nên SA’ + A’A = SB’ + B’B hay SA = SB.

Tương tự, ta chứng minh được SB = SC

Do đó SA = SB = SC.

Mặt khác AB = 2BM = 2BN = BC = 2CN = 2CP = CA

Vậy AB = BC = CA và ABC là một tam giác đều nên là một hình chóp đều. Ta có đường cao kẻ từ S có chân H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC.

Giải Bài 2.27 trang 62 SBT toán 12 tập 1

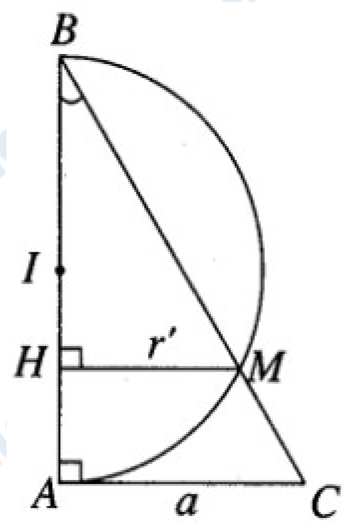
Trong mặt phẳng (α) , cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AC = a và có cạnh huyền BC = 2a. Cũng trong mặt phẳng (α) đó cho nửa đường tròn đường kính AB cắt cạnh BC tại M.

a) Chứng minh rằng khi quay mặt phẳng (α) xung quanh trục AB có một mặt nón tròn xoay và một mặt cầu được tạo thành. Hãy xác định các mặt tròn xoay đó.

b) Chứng minh rằng giao tuyến của hai mặt tròn xoay đó là một đường tròn. Hãy xác định bán kính của đường tròn đó.

c) So sánh diện tích toàn phần của hình nón và diện tích của mặt cầu nói trên.

Lời giải:



a) Tam giác vuông ABC có BC = 2a và AC = a nên ta suy ra ∠ABC = 30^o. Khi quay xung quanh trục AB cạnh BC tạo nên mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh bằng 60^o và có đường tròn đáy có bán kính AC = a. Khi xoay xung quanh trục AB nửa đường tròn đường kính AB tạo nên mặt cầu có tâm là trung điểm I để đoạn AB và bán kính r = AB/2.

b) Khi quay xung quanh trục AB, giao điểm M của nửa đường tròn đường kính AB và cạnh CD sẽ tọ nên giao tuyến của mặt nón và mặt cầu.

Vẽ MH ⊥ AB

Ta có:

$$\frac{MH}{MB} = \frac{CA}{CB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

Mặt khác ta có CA^2 = CM.CB nên ta có

$$CM = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}$$

Do đó: BM = CB − CM = 3a/2 và HM = 3a/4

c) Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón và S_2 là diện tích mặt cầu.

Ta có: $S_1 = \pi rl + \pi r^2 = 3\pi a^2$

$S_2 = 4\pi r^2 = 3\pi a^2$

Vậy $S_1 = S_2$

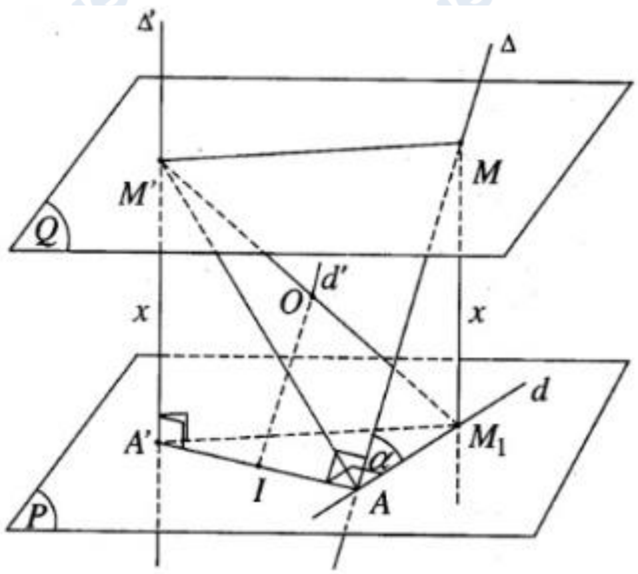
Giải Bài 2.28 trang 62 SBT toán 12 tập 1

Cho hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau nhận AA' làm đoạn vuông góc chung, trong đó A thuộc Δ và A' thuộc Δ' . Gọi (P) là mặt phẳng qua A vuông góc với Δ' và d là hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (P). Đặt AA' = a, góc nhọn giữa Δ và d là α. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) cắt Δ và Δ' lần lượt tại M và M'. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P).

a) Chứng minh 5 điểm A, A', M, M', M_1 cùng nằm trên mặt cầu (S). xác định tâm O của (S). Tính bán kính của (S) theo a, α và khoảng cách x giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

b) Khi x thay đổi, tâm O của mặt cầu (S) di động trên đường nào? Chứng minh rằng khi (Q) thay đổi mặt cầu (S) luôn luôn đi qua một đường tròn cố định.

Lời giải:



a) Vì mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với Δ' nên AA' thuộc (P). Vì M thuộc Δ mà d là hình chiếu vuông góc của Δ trên (P) nên M_1 thuộc d. Vì $MA \perp AA' \Rightarrow M_1A \perp AA'$

Mặt khác $M_1A \perp M'A'$ nên ta suy ra $M_1A \perp (AA'M')$. Do đó $M_1A \perp M'A$ và điểm A thuộc mặt cầu đường kính $M'M_1$.

Ta có $M'A' \perp (P)$ nên $M'A' \perp A'M_1$, ta suy ra điểm A' cũng thuộc mặt cầu đường kính $M'M_1$

Ta có (Q) // (P) nên ta suy ra

$MM_1 \perp (Q)$ mà MM' thuộc (Q), do đó $M_1M \perp MM'$

Như vậy 5 điểm A, A', M, M', M_1 cùng thuộc mặt cầu (S) có đường kính $M'M_1$. Tâm O của mặt cầu (S) là trung điểm của đoạn $M'M_1$.

Ta có $M'M_1^2 = M'A'^2 + A'M_1^2 = M'A'^2 + A'A^2 + AM_1^2 = x^2 + a^2 + x^2\cot^2\alpha$ vì $MM_1 = x$

$$\cot\alpha = \frac{AM_1}{M_1M} = \frac{AM_1}{x}$$

Bán kính r của mặt cầu (S) bằng $(M'M_1)/2$ nên

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2(1+\cot^2\alpha)}$$

b) Hình tứ giác $A'M'MM_1$ là hình chữ nhật nên tâm O cũng là trung điểm của A'M. Do đó khi x thay đổi thì mặt phẳng (Q) thay đổi và điểm O luôn luôn thuộc đường thẳng d' đi qua trung điểm I của đoạn AA' và song song với đường thẳng Δ. Vì mặt cầu tâm O luôn luôn đi qua hai điểm cố định A, A'nên nó có tâm O di động trên đường thẳng d'. Do đó mặt cầu tâm O luôn luôn chứa đường tròn tâm I cố định có đường kính AA' cố định và nằm trong mặt phẳng cố định vuông góc với đường thẳng d'.

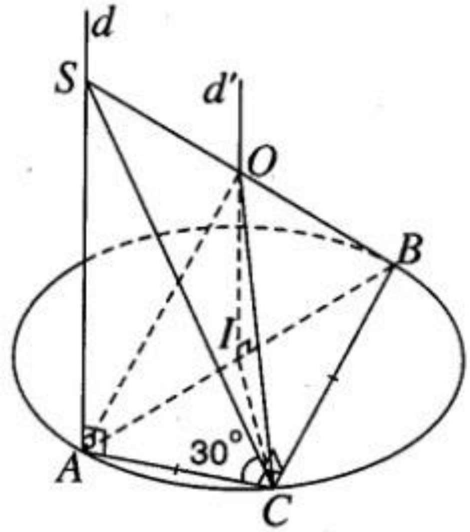
Giải Bài 2.29 trang 63 SBT toán 12 tập 1

Cho tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền AB = 2a. Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC), lấy một điểm S khác A, ta được tứ diện SABC.

a) Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC.

b) Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC trong trường hợp mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 300.

Lời giải:



a) Gọi I là trung điểm của cạnh AB. Vì tam giác ABC vuông cân tại C nên ta có IA = IB = IC. Vậy I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC phải nằm trên đường thẳng d' vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại I. Ta suy ra d' // d. Do đó d' cắt SB tại trung điểm O của đoạn SB. Ta có OB = OS = OA = OC và như vậy O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ diện SABC.

b) Trường hợp mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° thì góc của hai mặt phẳng đó chính là góc ∠SCA. Thực vậy vì SA ⊥ (ABC) mà AC⊥CB nên ta có SC ⊥ CB. Do đó ∠SCA = 30°.

Vì AB = 2a nên ta có AC = a√2 ta suy ra

$$SA = AC.\tan 30^0 = a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Gọi r là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện khi ∠SCA = 30°.

Ta có r = SB/2 = OA = OB = OC = OS, trong đó $SB^2 = SA^2 + AB^2$

Vậy

$$SB^2 = \frac{6a^2}{9} + 4a^2 = \frac{42a^2}{9}$$

Do đó $SB = \frac{a\sqrt{42}}{3}$

Ta suy ra $r = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{42}}{6}$

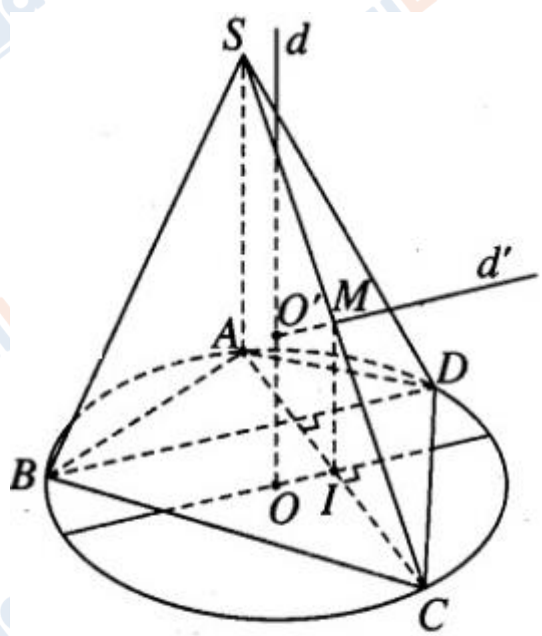
Giải Bài 2.30 trang 63 SBT toán 12 tập 1

Cho đường tròn tâm O bán kính r’. Xét hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, S và A cố định, SA = h cho trước và có đáy ABCD là một tứ giác tùy ý nội tiếp đường tròn đã cho, trong đó các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

a) Tính bán kính r của mặt cầu đi qua năm đỉnh của hình chóp

b) Hỏi đáy ABCD là hình gì để thể tích hình chóp đạt giá trị lớn nhất?

Lời giải:



a) Trong mặt phẳng chứa đường tròn tâm O ngoại tiếp tứ giác ABCD ta kẻ đường kính qua O vuông góc với dây cung AC tại I. Ta có IA = IC và OI // BD. Gọi O’ là tâm mặt cầu đi qua 5 đỉnh của hình chóp. Khi đó điểm O’ phải nằm trên trục d của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD. Ta có d ⊥ (ABCD) tại O. Gọi M là trung điểm của cạnh SC. Ta có MI // SA nên MI ⊥ (ABCD) tại I. Từ M kẻ đường thẳng d’ // OI cắt d tại O’. Vì d′ ⊥ (SAC) tại M nên ta có O’C = O’S và O’C là bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD

Ta có:

$$r = O'C = \sqrt{OO'^2 + OC'^2} = \sqrt{MI^2 + r'^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r'^2} = \frac{\sqrt{h^2+4r'^2}}{2}$$

Vì SA không đổi nên ta có V_{SABCD} lớn nhất khi và chỉ khi S_{ABCD} lớn nhất. Ta có S_{ABCD} = AC.BD/2 trong đó AC và BD là hai dây cung vuông góc với nhau. Vậy AC.BD lớn nhất khi và chỉ khi AC = BD = 2r’, nghĩa là tứ giác ABCD là một hình vuông.

Giải Bài 2.31 trang 63 SBT toán 12 tập 1

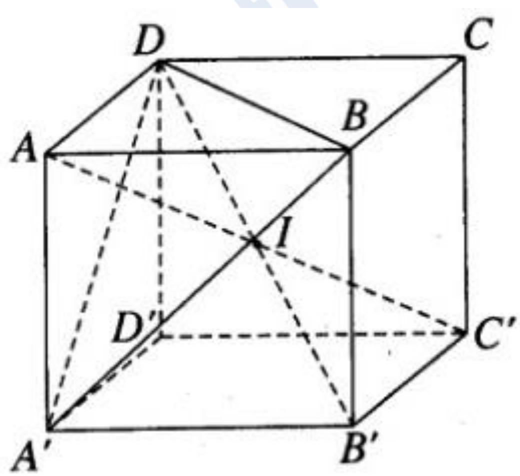
Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường tròn hai đáy ngoại tiếp các hình vuông ABC.D và A’B’C’D’.

b) Tính diện tích mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lập phương.

c) Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay nhận đường thẳng AC’ làm trục và sinh ra bởi cạnh AB.

Lời giải:



a) Hình trụ có chiều cao h = a và bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Do đó ta có: Sxq = 2πrh = $\pi a^2\sqrt{2}$

b) Gọi I là tâm của hình lập phương. Tất cả các đỉnh của hình lập phương đều có khoảng cách đến I bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên chúng nằm trên mặt cầu tâm I bán kính $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có diện tích mặt cầu đó là $S = 4\pi r^2 = 3\pi a^2$

c) Đường tròn đáy của hình nón tròn xoay đỉnh A tạo nên bởi cạnh AB là đường tròn ngoại tiếp tam giác đều A'BD, tam giác này có cạnh bằng a√2 và có đường cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Do đó đường tròn đáy hình nón có bán kính $r' = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy hình nón tròn xoay này có đường sinh l = a và có diện tích xung quanh là:

$$S_{xq} = \pi r' l = \pi . \frac{a\sqrt{6}}{3} . a = \frac{\pi a^2\sqrt{6}}{3}$$

Giải Bài 2.32 trang 63 SBT toán 12 tập 1

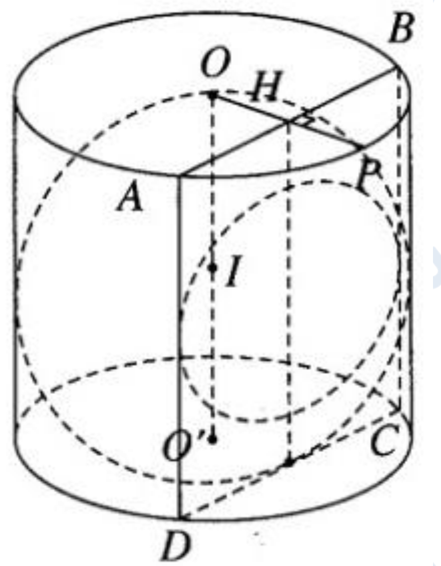
Hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng r, có chiều cao bằng 2r và có trục là OO'.

a) Chứng minh rằng mặt cầu đường kính OO' tiếp xúc với hai mặt đáy của hình trụ và tiếp xúc với tất cả các đường sinh của mặt trụ.

b) Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục OO' và cách trục một khoảng bằng r/2. Tính diện tích thiết diện thu được.

c) Thiết diện nói trên cắt mặt cầu đường kính OO' theo thiết diện là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Lời giải:



a) Vì các mặt đáy của hình trụ vuông góc với trục OO’ tại O và O’ nên chúng tiếp xúc với mặt cầu đường kính OO’.

Gọi I là trung điểm của đoạn OO’. Ta có I là tâm của mặt cầu. Kẻ IM vuông góc với một đường sinh nào đó (M nằm trên đường sinh) ta đều có IM = r là bán kính của mặt trụ đồng thời điểm M cũng thuộc mặt cầu. Vậy mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của mặt trụ.

b) Trên mặt đáy tâm O ta gọi H là trung điểm của bán kính OP. Qua H kẻ dây cung AB ⊥ OP và nằm trong đáy (O; r). Các đường sinh AD và BC cùng với các dây cung AB và DC (thuộc đáy (O’, r)) xác định cho ta thiết diện cần tìm là một hình chữ nhật. Gọi S là diện tích hình chữ nhật này, ta có: SABCD= AB.AD trong đó AD = 2r còn AB = 2AH. Vì H là trung điểm của OP nên ta tính được AB = $r\sqrt{3}$. Vậy $S_{ABCD} = 2r^2\sqrt{3}$.

c) Đường tròn giao tuyến của mặt cầu đường kính OO’ và mặt phẳng (ABCD) có bán kính bằng $\frac{AB}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$. Đường tròn này có tâm là tâm của hình chữ nhật ABCD và tiếp xúc với hai cạnh AD, BC của hình chữ nhật đó.

►►**CLICK NGAY** vào nút **TẢI VỀ** dưới đây để tải về giải bài tập **SBT toán hình lớp 12 tập 1 Đề toán tổng hợp chương 2**, file PDF hoàn toàn miễn phí.