Nội dung bài viết

Với bộ tài liệu giải **sách bài tập toán 12 tập 1 Bài tập ôn tập chương 1**, hướng dẫn cách giải chi tiết cho từng câu hỏi, từng phần học bám sát nội dung chương trình SBT bộ môn Toán lớp 12. Nội dung chi tiết các em xem tại đây.

Giải Bài 1.75 trang 39 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số: $y = 4x^3 + mx$ (m là tham số) (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với m = 1.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng y = 13x + 1.

c) Xét sự biến thiên của hàm số (1) tùy thuộc vào giá trị m.

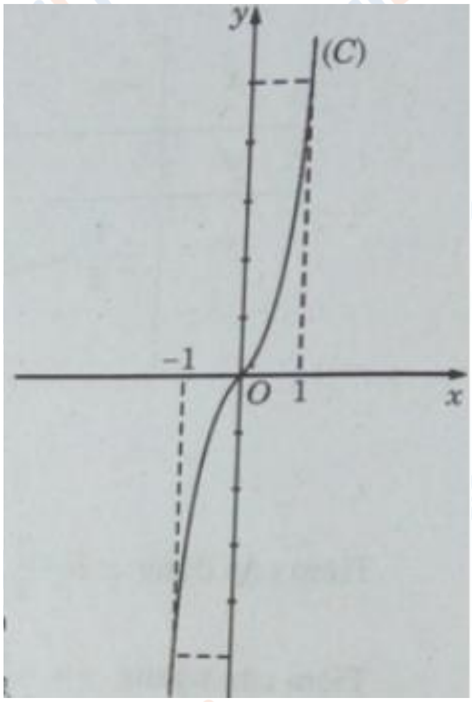
Lời giải:

a) $y = 4x^3 + x$, $y' = 12x^2 + 1 > 0, \forall x \in R$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị:



b) Giả sử tiếp điểm cần tìm có tọa độ (x_0; y_0) thì $f'(x_0) = 12x^2_0 + 1 = 13$ (vì tiếp tuyến song song với đường thẳng (d): $y = 3x + 1$). Từ đó ta có: $x_0 = 1$ hoặc $x_0 = -1$

Vậy có hai tiếp tuyến phải tìm là $y = 13x + 8$ hoặc $y = 13x - 8$

c) Vì $y' = 12x^2 + m$ nên $m \geq 0$; $y'' = -6(m^2 + 5m)x + 12m$

+) Với $m \geq 0$ ta có $y' > 0$ (khi $m = 0$; $y' = 0$ tại $x = 0$).

Vậy hàm số (1) luôn luôn đồng biến khi $m \geq 0$; $y'' = -6(m^2 + 5m)x + 12m$

+) Với $m < 0$ thì $y = 0 \Leftrightarrow$ $x = \pm\sqrt{\frac{-m}{12}}$

Từ đó suy ra:

$y' > 0$ với

$-\infty < x < -\sqrt{\frac{-m}{12}}$ và $\sqrt{\frac{-m}{12}} < x < +\infty$

$y' < 0$ với

$-\sqrt{\frac{-m}{12}} < x < \sqrt{\frac{-m}{12}}$

Vậy hàm số (1) đồng biến trên các khoảng

$(-\infty; -\sqrt{\frac{-m}{12}}), (\sqrt{\frac{-m}{12}}; +\infty)$

và nghịch biến trên khoảng

$(-\sqrt{\frac{-m}{12}}; \sqrt{\frac{-m}{12}})$

Giải Bài 1.76 trang 40 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số: $y = -(m^2 + 5m)x^3 + 6mx^2 + 6x - 5$

a) Xác định m để hàm số đơn điệu trên R. Khi đó, hàm số đồng biến hay nghịch biến? Tại sao?

b) Với giá trị nào của m thì hàm số đạt cực đại tại x = 1 ?

Lời giải:

a) $y = -(m^2 + 5m)x^3 + 6mx^2 + 6x - 5$

$y' = -3(m^2 + 5m)x^2 + 12mx + 6$

Hàm số đơn điệu trên R khi và chỉ khi y’ không đổi dấu.

Ta xét các trường hợp:

+) $m^2 + 5m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -5 \end{array}\right.$

– Với m = 0 thì y’ = 6 nên hàm số luôn đồng biến.

– Với m = -5 thì y’ = -60x + 6 đổi dấu khi x đi qua .

+) Với $m^2 + 5m \neq 0$. Khi đó, y’ không đổi dấu nếu

$\Delta' = 36m^2 + 18(m^2 + 5m) \le 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 5m \le 0 \Leftrightarrow -5/3 \le m \le 0$

– Với điều kiện đó, ta có $-3(m^2 + 5m) > 0$ nên y' > 0 và do đó hàm số đồng biến trên R.

Vậy với điều kiện $-5/3 \le m \le 0$ thì hàm số đồng biến trên R.

b) Nếu hàm số đạt cực đại tại x = 1 thì y'(1) = 0. Khi đó:

$$y'(1) = -3m^2 - 3m + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2 \end{array}\right.$$

Mặt khác, $y'' = -6(m^2 + 5m)x + 12m$

+) Với m = 1 thì y'' = -36x + 12. Khi đó, y''(1) = -24 < 0 , hàm số đạt cực đại tại x = 1.

+) Với m = -2 thì y'' = 36x – 24. Khi đó, y''(1) = 12 > 0, hàm số đạt cực tiểu tại x = 1.

Vậy với m = 1 thì hàm số đạt cực đại tại x = 1.

Giải Bài 1.77 trang 40 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số

$$y = \frac{(a-1)x^3}{3} + ax^2 + (3a - 2)x$$

a) Xác định a để hàm số luôn đồng biến.

b) Xác định a để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với a = 3/2.

Từ đó suy ra đồ thị của hàm số

$$y = \left|\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2}\right|$$

Lời giải:

a) Ta có

$$y = \frac{(a-1)x^3}{3} + ax^2 + (3a-2)x$$

y' = (a - 1)x^2 + 2ax + 3a - 2.

Với a = 1, y' = 2x + 1 đổi dấu khi x đi qua -1/2. Hàm số không đồng biến.

Với a ≠ 1 thì với mọi x mà tại đó y' ≥ 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1>0 \\ \Delta' = -2a^2+5a-2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 2$$

(y' = 0 chỉ tại x = -2, khi a = 2).

Vậy với a ≥ 2 hàm số luôn đồng biến

b) Đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình y = 0 có ba nghiệm phân biệt. Ta có

$$y = 0 \Leftrightarrow x\left[\frac{(a-1)x^2}{3} + ax + 3a - 2\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow x[(a-1)x^2 + 3ax + 9a - 6] = 0$$

y = 0 có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình

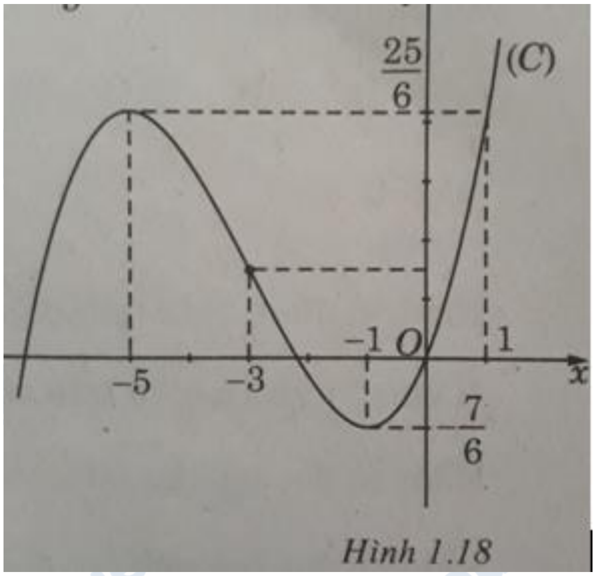
(a - 1)x^2 + 3ax + 9a - 6 = 0

Có hai nghiệm phân biệt khác 0. Muốn vậy, ta phải có

$$\begin{cases} a-1 \ne 0 \\ \Delta = 9a^2 - 4(a-1)(9a-6) > 0 \\ 9a-6 \ne 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên, ta được:

$$\frac{10-\sqrt{28}}{9} < a < \frac{2}{3}; \frac{2}{3} < a < 1; 1 < a < \frac{10+\sqrt{28}}{9}$$



Hình 1.18

c) Khi a = 3/2 thì

$$y = \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} \quad y' = \frac{x^2}{2} + 3x + \frac{5}{2}$$

y' = 0 ⇔ $x^2 + 6x + 5 = 0$ ⇔ x = -1 hoặc x = -5.

x	$-\infty$		-5		-1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	$\frac{25}{6}$	↘	$-\frac{7}{6}$	↗	$+\infty$

Đồ thị như trên Hình 1.18

Vì

$$\left|\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2}\right| = \begin{cases} \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} \text{ nếu } \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} \geq 0 \\ -\left(\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2}\right) \text{ nếu } \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} < 0 \end{cases}$$

nên từ đồ thị (C) ta suy ngay ra đồ thị của hàm số

$$y = \left|\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2}\right|$$

như trên Hình 1.19

x	$-\infty$		-5		-1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	$\frac{25}{6}$	↘	$-\frac{7}{6}$	↗	$+\infty$

Giải Bài 1.78 trang 40 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số : $y = x^3 - 3x^2$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

(Đề thi tốt nghiệp THPT năm 2008).

Lời giải:

a) TXĐ: D = R

Sự biến thiên:

$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng (0; 2).

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CĐ} = y(0) = 0$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$; $y_{CT} = y(2) = -4$.

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$

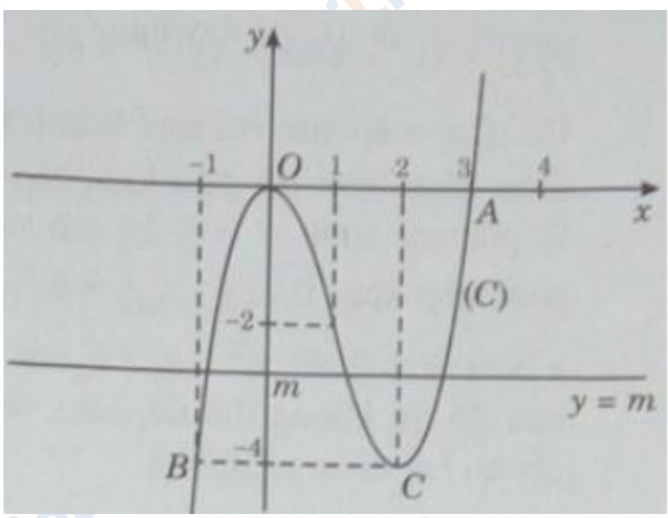
Điểm uốn: $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$; $y(1) = -2$

Suy ra đồ thị có điểm uốn I(1; -2)

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0		$-$		0	$+$	
y	$-\infty$		0		-2		-4		$+\infty$

Đồ thị:



Đồ thị cắt trục hoành tại O(0;0), A(3;0). Đồ thị đi qua điểm B(-1;-4); C(2;-4).

b) $x^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = mx^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m$ (∗)

Phương trình (∗) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Từ đó suy ra: $-4 < m < 0$.

Giải Bài 1.79 trang 40 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số: $y = –x^4 – x^2 + 6$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng: $y = x/6 –1$

Lời giải:

a) Học sinh tự làm

b) Ta có: $y' = –4x^3 – 2x$

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = x/6 – 1$ nên tiếp tuyến có hệ số góc là $–6$. Vì vậy:

$–4x^3 – 2x = –6$

$\Leftrightarrow 2x^3 + x – 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2(x^3 – 1) + (x – 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x – 1)(2x^2 + 2x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1(2x^2 + 2x + 3 > 0, \forall x)$

Ta có: $y(1) = 4$

Phương trình phải tìm là: $y – 4 = -6(x – 1) \Leftrightarrow y = -6x + 10$

Giải Bài 1.80 trang 40 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số: $y = f(x) = x^4 – 2mx^2 + m^3 – m^2$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.

b) Xác định m để đồ thị (C_m) của hàm số đã cho tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải:

a) $y = x^4 - 2x^2$

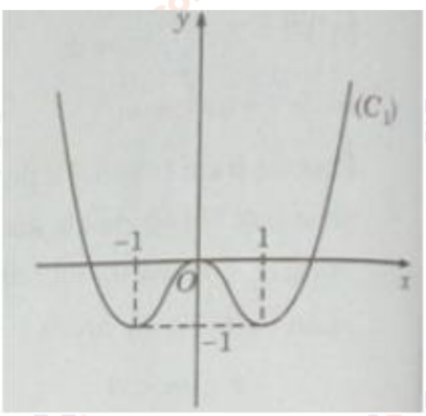
$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị



b) $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

Để (C_m) tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt thì điều kiện cần và đủ là phương trình y' = 0 có hai nghiệm phân biệt khác 0 và $y_{CT} = 0$.

+) Nếu $m \le 0$ thì $x^2 - m \ge 0$ với mọi x nên đồ thị không thể tiếp xúc với trục Ox tại hai điểm phân biệt.

+) Nếu $m > 0$ thì y' = 0 khi $x = 0$; $x = \sqrt{m}$ hoặc $x = -\sqrt{m}$.

$f(\sqrt{m}) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + m^3 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2(m - 2) = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (do $m > 0$)

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

Giải Bài 1.81 trang 41 SBT toán 12 tập 1

Cho hàm số:

$$y = \frac{3(x+1)}{x-2}$$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Viết phương trình các đường thẳng đi qua O(0;0) và tiếp xúc với (C) .

c) Tìm tất cả các điểm trên (C) có tọa độ là các số nguyên.

Lời giải:

a) Học sinh tự làm

b) Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; y_0)$ là:

$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$

Trong đó:

$$y'(x_0) = \frac{-9}{(x_0-2)^2}$$

Ta có:

$$y = -\frac{9}{(x_0-2)^2}(x - x_0) + y_0 \text{ với } y_0 = \frac{3(x_0+1)}{x_0-2}$$

Để đường thẳng đó đi qua O(0; 0), điều kiện cần và đủ là:

$$\frac{9x_0}{(x_0-2)^2} + \frac{3(x_0+1)}{x_0-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq 2 \\ {x_0}^2 + 2x_0 - 2 = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x_0 = -1 - \sqrt{3}$ hoặc $x_0 = -1 + \sqrt{3}$

+) Với $x_0 = -1 + \sqrt{3}$, ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y = -\frac{3}{2}(2+\sqrt{3})x$$

+) Với $x_0 = -1 - \sqrt{3}$, ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y = -\frac{3}{2}(2-\sqrt{3})x$$

c) Để tìm trên (C) các điểm có tọa độ nguyên ta có:

$$y = \frac{3(x+1)}{x-2} \Leftrightarrow y = 3 + \frac{9}{x-2}$$

Điều kiện cần và đủ để M(x, y) ∈ (C) có tọa độ nguyên là:

$$\begin{cases} x \in Z \\ \frac{9}{x-2} \in Z \end{cases}$$

tức (x – 2) là ước của 9.

Khi đó, x – 2 nhận các giá trị -1; 1; -3; 3; -9; 9 hay x nhận các giá trị 1; 3; -1; 5; -7; 11.

Do đó, ta có 6 điểm trên (C) có tọa độ nguyên là: (1;-6), (3;12), (-1;0), (5;6), (-7;2), (11;4).

Giải Bài 1.82 trang 41 SBT toán 12 tập 1

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

$$y = \frac{x+2}{x-3}$$

b) Chứng minh rằng giao điểm I của hai tiệm cận của (C) là tâm đối xứng của (C).

c) Tìm điểm M trên đồ thị của hàm số sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

Lời giải:

a) Học sinh tự làm.

b) Tiệm cận đứng là đường thẳng x = 3.

Tiệm cận ngang là đường thẳng y = 1.

Do đó, giao điểm của hai đường tiệm cận là I(3; 1). Thực hiện phép biến đổi:

$$\begin{cases} x = X + 3 \\ y = Y + 1 \end{cases}$$

Ta được

$$Y + 1 = \frac{X+5}{X} \Leftrightarrow Y = \frac{X+5}{X} - 1 \Leftrightarrow Y = \frac{5}{X}$$

Vì Y = 5/X là hàm số lẻ nên đồ thị (C) của hàm số này có tâm đối xứng là gốc tọa độ I của hệ tọa độ IXY.

c) Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$. Gọi d_1 là khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và d_2 là khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang, ta có:

$$d_1 = |x_0 - 3|, d_2 = |y_0 - 1| = \frac{5}{|x_0 - 3|}$$

Có hai điểm thỏa mãn đầu bài, đó là hai điểm có hoành độ $x_0 = 3 + \sqrt{5}$ hoặc $x_0 = 3 - \sqrt{5}$

Giải Bài 1.83 trang 41 SBT toán 12 tập 1

Chứng minh rằng phương trình $3x^5 + 15x - 8 = 0$ chỉ có một nghiệm thực

Lời giải:

Hàm số $f(x) = 3x^5 + 15x - 8$ là hàm số liên tục và có đạo hàm trên R.

Vì $f(0) = -8 < 0$, $f(1) = 10 > 0$ nên tồn tại một số $x_0 \in (0;1)$ sao cho $f(x_0) = 0$, tức là phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Mặt khác, ta có $y' = 15x^4 + 5 > 0, \forall x \in R$ nên hàm số đã cho luôn đồng biến. Vậy phương trình đó chỉ có một nghiệm.

►►**CLICK NGAY** vào nút **TẢI VỀ** dưới đây để tải về giải bài tập **SBT toán lớp 12 tập 1 Bài tập ôn tập chương 1**, file PDF hoàn toàn miễn phí.