Nội dung bài viết

Bộ 20 bài tập trắc nghiệm Toán 12 Hàm số lũy thừa

Câu 1: Cho α là một số thực và hàm số $y=\dfrac{1}{x^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}}$ đồng biến trên (0; +∞). Khẳng định nào sau đây là đúng

A. α < 1

B. 0 < α < 1/2

C. 1/2 < α < 1

D. α > 1

Câu 2: Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:

$a=\sqrt{3\sqrt[3]{2}}, b=\sqrt[3]{3\sqrt{2}}, c=\sqrt{2\sqrt[3]{3}}, d=\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$

A. b,c,d,a

B. a,b,c,d

C.c,d,a,b.

D. d,b,c,a.

Câu 3: Tìm đạo hàm của hàm số

$y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

A. $y=-\dfrac{2x+1}{\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

B. $y=-\dfrac{2x+1}{3.\left(x^2+x+1\right)\sqrt[3]{x^2+x+1}}$

C. $y=\dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

D. $y=\dfrac{2x+1}{3.\left(x^2+x+1\right)\sqrt[3]{x^2+x+1}}$

Câu 4: Tìm đạo hàm của hàm số

$y=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$.

A. $y'=\dfrac{7}{8\sqrt[8]{x}}$.   B. $y'=\dfrac{7}{8}.x^{\frac{1}{8}}$.

C. $y'=\dfrac{3}{8\sqrt[8]{x^5}}$.   D. $y'=\dfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$

Câu 5: Đồ thị hàm số y = $x^{1/4}$ cắt đường thẳng y=2x tại một điểm nằm bên phải trục tung. Tìm tọa độ điểm này.

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.   B. $\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{8}};\sqrt[4]{2}\right)$

C. $\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}};\sqrt[3]{2}\right)$.   D. $\left(\dfrac{1}{2\sqrt[3]{2}};\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$

Câu 6: Đường thẳng x = α (α là số thực dương) cắt đồ thị các hàm số

$y=f(x)=x^{\frac{1}{4}}$ và $y=g(x)=x^{\frac{1}{5}}$

lần lượt tại hai điểm A và B. Biết rằng tung độ điểm A bé hơn tung độ điểm B. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < \alpha < 1$

B. $\alpha > 1$

C. $1/5 < \alpha < 4$

D. $1/4 < \alpha < 5$

Câu 7: Cho hàm số

$$y = x^{\frac{1}{4}}(10 - x), x > 0$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên (0;2).

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

D. Hàm số không có điểm cực trị nào.

Câu 8: Tìm các điểm cực trị của hàm số

$$y = x^{\frac{3}{4}} - 2x^{\frac{1}{4}}, x > 0.$$

A. x=1. B. $x = \frac{2}{3}$

C. $x = \frac{4}{9}$. D. $x = -\frac{2}{3}$

Câu 9: Tìm các điểm cực trị của hàm số

$$y = x^{\frac{4}{5}}(x - 4)^2, x > 0$$

A. x=4 và x = 8/7 .

B. x=4.

C. x=2.

D. x=2 và x = 4/9 .

Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$y = \sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{1+x}$.

A. max y = $2\sqrt{2}$, min y = $\sqrt[4]{2}$.

B.max y=2, min y=0.

C. max y = $2\sqrt{2}$, min y=0

D.max y=2, min y= $\sqrt[4]{2}$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây đồng biến trên (0; +∞) ?

A . $y = x^{2-\sqrt{5}}$

B. $y = (x+1)^{-2}$

C. $y = \dfrac{1}{x^{1-\sqrt{2}}}$.

D. $y = \dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

B. $\left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{7}{8}\right)^{\sqrt{2}}$

C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\sqrt{2}\right)^{200}$.

D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$

Câu 13: Số nào sau đây là lớn hơn 1?

A. $(1,5)^{-0,2}$ B. $(0,4)^{-0,3}$.

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{0,5}$. D. $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{e}$.

Câu 14: Sắp xếp các số theo thứ tự tăng dần:

$$a=\left(\frac{9}{10}\right)^{2000}, b=\left(\frac{10}{11}\right)^{-2000}, c=\left(\frac{1}{2}\right)^{2000},\ d=\pi^{2000}.$$

A. d,c,a,b.

B.d,c,b,a.

C. c,d,b,a.

D.c,a,b,d.

Câu 15: Tìm đạo hàm của hàm số

$$y=\sqrt[5]{x}+4\sqrt{x^5}.$$

A. $y'=\frac{1}{5}\sqrt[5]{x^4}+10\sqrt{x^3}$ B. $y'=\frac{1}{2\sqrt[5]{x}}+\frac{10x^4}{\sqrt{x^5}}$

C. $y'=\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}+10\sqrt{x^3}$. D. $y'=\frac{1}{2\sqrt[5]{x}}+\frac{2}{\sqrt{x^5}}$.

Câu 16: Tìm đạo hàm của hàm số

$$y=\sqrt[4]{\left(x^2-x+3\right)^3}.$$

A. $y'=\frac{3(2x-1)}{4.\sqrt[4]{\left(x^2-x+3\right)}}$. B. $y'=\frac{3}{4}(2x-1).\left(x^2-x+3\right)^{\frac{1}{4}}$

C. $y'=\frac{3}{4.\sqrt[4]{\left(x^2-x+3\right)}}$ D. $y'=\frac{3}{2.\sqrt[4]{\left(x^2-x+3\right)}}$.

Câu 17: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = $x^{1/5}$ tại điểm có tung độ bằng 2.

A. $y=\frac{1}{80}x+\frac{79}{40}$ B. $y=\frac{1}{80}x+\frac{8}{5}$.

C. $y=\frac{1}{80}x\frac{8}{5}$ D. $y=-\frac{1}{80}x+\frac{8}{5}$.

Câu 18: Tính tổng các nghiệm của phương trình

$\sqrt[4]{x}=\frac{12}{7-\sqrt[4]{x}}$.

A. 7.

B. 25.

C. 73.

D.337.

Câu 19: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị

hàm số $y=x^{\frac{1}{5}}(x>0)$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2$.

A. $(\sqrt[9]{32};\sqrt[9]{2})$. B. $(\sqrt[9]{4};\sqrt[9]{64})$.

C. $(2\sqrt[3]{4};\sqrt[3]{16})$. D. $(\sqrt[9]{32};\frac{1}{2}\sqrt[3]{32})$.

Câu 20: Cho 2 hàm số f(x) = x^2 và g(x) = $x^{1/2}$. Biết rằng α > 0, f(α) < g(α). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. 0 < α < 1/2

B. 0 < α < 1

C. 1/2 < α < 2

D. α > 1

Đáp án và lời giải câu hỏi trắc nghiệm Toán 12 Hàm số lũy thừa

1. B	2. D	3. B	4. A	5. D	6. A	7. B	8. C	9. A	10. D
11. C	12. D	13. B	14. D	15. C	16. C	17. B	18. D	19. A	20. B

Câu 1:

$$y = x^{\frac{2\alpha-1}{\alpha}}$$

Hàm số đồng biến khi và chỉ khi

$$\frac{2\alpha-1}{\alpha} > 0 \Leftrightarrow 0 < \alpha < \frac{1}{2}$$

Chọn đáp án B

Câu 2:

Viết lại các số dưới dạng cùng căn bậc 6:

$$a = \sqrt{3\sqrt[3]{2}} = \sqrt{\sqrt[3]{3^3 2}} = \sqrt[6]{54};$$

$$b = \sqrt[3]{3\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 2}} = \sqrt[6]{18};$$

$$c = \sqrt{2\sqrt[3]{3}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^3 3}} = \sqrt[6]{24};$$

$$d = \sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2 3}} = \sqrt[6]{12}.$$

Do 12 < 18 < 24 < 54 nên d < b < c < a các số theo thứ tự tăng dần là d,b,c,a.

Chọn đáp án D

Câu 3:

Viết lại hàm số dưới dạng lũy thừa $y = (x^2 + x + 1)^{-1/3}$.

Sử dụng công thức đạo hàm hàm hợp ta có

$$y'=-\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{-4}{3}}.\left(2x+1\right)=-\frac{2x+1}{3.\left(x^2+x+1\right)\sqrt[3]{x^2+x+1}}$$

Chọn đáp án B

Câu 4:

Viết lại hàm số dưới dạng lũy thừa

$$y=\left(x\left(x.x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(x\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(x\left(x^{\frac{3}{4}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}=\left(x^{\frac{7}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{7}{8}}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{7}{8}.x^{-\frac{1}{8}}=\frac{7}{8\sqrt[8]{x}}$$

Chọn đáp án A

Câu 5:

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^{\frac{1}{4}}=2x\Leftrightarrow x^{\frac{1}{4}}-2x=0$$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{1}{4}}(1-2x^{\frac{3}{4}})=0\Leftrightarrow 1-2x^{\frac{3}{4}}=0(x>0)$$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}=\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}.$$

Vậy giao điểm là $\left(\frac{1}{2\sqrt[3]{2}};\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$.

Chọn đáp án D

Câu 6:

Từ giả thiết suy ra f(α) < g(α)

$$\Rightarrow \alpha^{\frac{1}{4}} < \alpha^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 0 < \alpha < 1 \text{(do } \frac{1}{4} > \frac{1}{5}\text{)}.$$

Nhận xét. Ở đây ta sử dụng tính chất:

Nếu a > 1 thì $a^{\alpha} > a^{\beta} \Leftrightarrow \alpha > \beta$;

Nếu 0 < a < 1 thì $a^{\alpha} > a^{\beta} \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

Học sinh có thể không áp dụng tính chất trên mà giải tiếp:

$$\alpha^{\frac{1}{4}} < \alpha^{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow \alpha^{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}} < 1 \Leftrightarrow \alpha^{\frac{1}{20}} < 1 \Rightarrow 0 < \alpha < 1$$

Chọn đáp án A

Câu 7;

Ta có

$$y = 10x^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{5}{4}}; y' = 10.\frac{1}{4}.x^{\frac{-3}{4}} - \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}} = \frac{5(2-x)}{4.x^{\frac{3}{4}}}$$

Ta thấy y'(x) < 0 <=> x > 2 nên hàm số nghịch biến trên (2; +∞) , và do đó, hàm số nghịch biến trên (5; +∞) .

Chọn đáp án B

Câu 8:

$$y' = \frac{3}{4}x^{\frac{-1}{4}} - \frac{2}{4}x^{\frac{-3}{4}} = \frac{1}{4}.x^{\frac{-3}{4}}.(3x^{\frac{1}{2}} - 2) = \frac{3\sqrt{x} - 2}{4\sqrt[4]{x^3}} \quad y' = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{9}$$

y’ đổi dấu khi qua điểm x = 4/9 nên hàm số có một điểm cực trị là x = 4/9 .

Chọn đáp án B

Câu 9:

$$y'=\frac{4}{5}x^{\frac{-1}{5}}(x-4)^2+x^{\frac{4}{5}}.2(x-4)$$

$$y'=\frac{1}{5}x^{\frac{-1}{5}}(x-4)\left[4(x-4)+10x\right]$$
$$=\frac{(x-4)(14x-16)}{5x^{\frac{1}{5}}}=\frac{2(x-4)(7x-8)}{5\sqrt[5]{x}},x>0.$$

y’=0 $\Leftrightarrow x=4$ hoặc $x=\frac{8}{7}$

Ta thấy y’ đổi dấu khi đi qua 2 điểm x=4 và x = 8/7 nên đây là 2 điểm cực trị của các hàm số đã cho.

Chọn đáp án A

Câu 10:

Tập xác định D = [-1;1].

Viết lại $y=(1-x)^{\frac{1}{4}}+(1+x)^{\frac{1}{4}}$.

$$y'=\frac{1}{4}(1-x)^{\frac{-3}{4}}(-1)+\frac{1}{4}(1+x)^{\frac{-3}{4}}$$
$$=\frac{-1}{4\sqrt[4]{(1-x)^3}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{(1+x)^3}},x\in(-1;1).$$

$$y'=0\Leftrightarrow\sqrt[4]{(1-x)^3}=\sqrt[4]{(1+x)^3}$$
$$\Leftrightarrow(1-x)^3=(1+x)^3\Leftrightarrow 1-x=1+x\Leftrightarrow x=0.$$

$y(-1)=y(1)=\sqrt[4]{2}.$; y(0)=2.

Vậy $\min\limits_{[-1;1]} y=y(-1)=y(1)=\sqrt[4]{2}.$;

$\max\limits_{[-1;1]} y=y(0)=2.$

Chọn đáp án D

Câu 11:

Hàm số y = x^α đồng biến trên (0; +∞) khi và chỉ khi $\alpha > 0$.

Hàm số $y=\frac{1}{x^{1-\sqrt{2}}}=x^{\sqrt{2}-1}$ có $\alpha=\sqrt{2}-1>0$

nên hàm số đồng biến trên (0; +∞).

Chọn đáp án C

Câu 12:

Viết lại sao cho hai vế của mỗi bất đẳng thức đều là lũy thừa cùng số mũ. Lưu ý, từ tính đơn điệu của hàm số lũy thừa y = x^α , ta có

• Nếu $\alpha > 0$ thì $a^\alpha < b^\alpha \Leftrightarrow a < b$

• Nếu $\alpha < 0$ thì $a < b \Rightarrow a^\alpha > b^\alpha$

* Ta có : $3^{-\sqrt{2}} = \left(3^{-1}\right)^{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$

Mà $\frac{1}{3} > \frac{1}{5};\ \sqrt{2} > 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$

Do đó, A sai.

* $\frac{6}{7} < \frac{7}{8};\ \sqrt{2} > 0 \Rightarrow \left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{7}{8}\right)^{\sqrt{2}}$

Do đó, B sai .

*

$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{2}} < 1^{\sqrt{2}} = 1;\ \left(\sqrt{2}\right)^{200} = 2^{100} > 1$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\sqrt{2}\right)^{200}$

Do đó, C sai.

* ta có $-\pi < 0,\ \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ nên $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$

Suy ra, D đúng.

Chọn đáp án D

Câu 13:

Lưu ý với

$$0 < a \neq 1,\ a^\alpha > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a > 1\ \wedge \alpha > 0 \\ 0 < a < 1 \wedge \alpha < 0 \end{array}\right.$$

Do đó, trong các số đã cho thì $(0,4)^{-0,3} > 1$

Chọn đáp án B

Câu 14:

Viết lại $b=\left(\frac{10}{11}\right)^{-2000}=\left[\left(\frac{10}{11}\right)^{-1}\right]^{2000}=\left(\frac{11}{10}\right)^{2000}$

Ta có $\frac{1}{2}<\frac{9}{10}<\frac{11}{10}<\pi$ nên $c<a<b<d$

Chọn đáp án D

Câu 15:

$$y=x^{\frac{1}{5}}+4x^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}+4.\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}+10\sqrt{x^3}$$

Chọn đáp án C

Câu 16:

Viết lại:

$$y=\left(x^2-x+3\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{3}{4}\left(x^2-x+3\right)^{-\frac{1}{4}}(2x-1)=\frac{3}{4}\frac{2x-1}{\sqrt[4]{x^2-x+3}}$$

Chọn đáp án C

Câu 17:

$y = x^{\frac{1}{5}} = 2 \Rightarrow x = 2^5 = 32.\ y' = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}};$

$y'(2^5) = \frac{1}{5}(2^5)^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5}.2^{-4} = \frac{1}{5.16} = \frac{1}{80}$

Tiếp tuyến $y = \frac{1}{80}(x-32)+2$ hay $y = \frac{1}{80}x + \frac{8}{5}$

Chọn đáp án B

Câu 18:

Đặt $t = \sqrt[4]{x};\ (x \geq 0;\ t \geq 0)$

Phương trình đã cho trở thành : $t = \frac{12}{7-t}$

$\Rightarrow t(7-t) = 12 \Leftrightarrow -t^2 + 7t - 12 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt[4]{x} = 3 \\ \sqrt[4]{x} = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 81 \\ x = 256 \end{array}\right.$

Tổng hai nghiệm : 81 + 256 = 337

Chọn đáp án D

Câu 19:

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2-2x^{\frac{1}{5}}=0 \Leftrightarrow x^{\frac{1}{5}}\left(x^{\frac{9}{5}}-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{9}{5}}=2 \Leftrightarrow x=2^{\frac{5}{9}}=\sqrt[9]{32} \Rightarrow y=\left(2^{\frac{5}{9}}\right)^{\frac{1}{5}}=\sqrt[9]{2}$$

Giao điểm là $\left(\sqrt[9]{32};\sqrt[9]{2}\right)$

Chọn đáp án A

Câu 20:

$$f(\alpha)<g(\alpha) \Leftrightarrow \alpha^2<\alpha^{\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \alpha^{\frac{1}{2}}\left(\alpha^{\frac{3}{2}}-1\right)<0 \Leftrightarrow \alpha^{\frac{3}{2}}<1$$
$$\Leftrightarrow 0<\alpha<1 \text{ (do } \alpha>0) \Rightarrow 0<\alpha<1$$

Chọn đáp án B