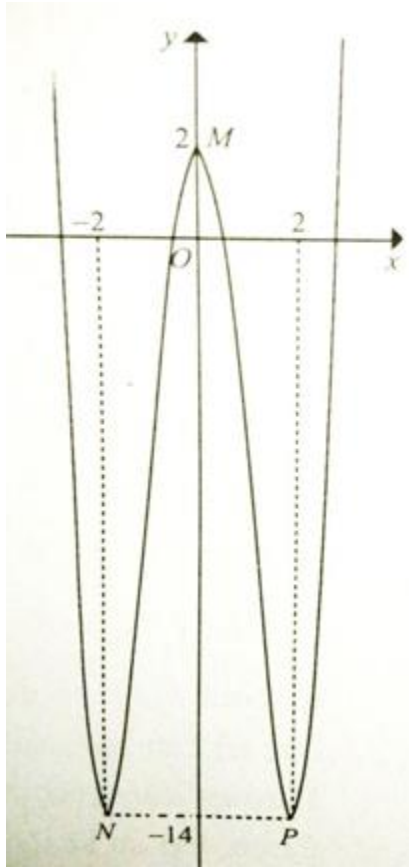


Nội dung bài viết

1. [Bộ 28 bài tập trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Cực trị của hàm số](#)
2. [Đáp án và lời giải câu hỏi trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Cực trị của hàm số](#)

Bộ 28 bài tập trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Cực trị của hàm số

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là



- A. $M(0; 2)$ B. $N(-2; -14)$
 C. $P(2; -14)$ D. $N(-2; -14)$ và $P(2; -14)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có đúng hai cực trị
- B. Hàm số có điểm cực tiểu là -2
- C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$

Câu 3: Tìm a, b, c sao cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có giá trị bằng 0 khi $x = 1$ và đạt cực trị khi bằng 0 khi $x = -1$.

- A. $a = -1; b = 1; c = 1$
- B. $a = \frac{-1}{2}; b = -1; c = \frac{-1}{2}$
- C. $a = 1; b = -1; c = -1$
- D. $a = \frac{1}{2}; b = -1; c = \frac{1}{2}$

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $f(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.
- B. Nếu $f(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- C. Nếu $f(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- D. Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua x_0 thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $m = -1$
- B. $m = 1$
- C. $m = 4/3$
- D. Không tồn tại.

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$. Điểm $M(0; 3)$ là:

- A. Cực đại của hàm số
- B. Điểm cực đại của hàm số
- C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số
- D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số

Câu 7: Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \sin^2x + \sqrt{3}\cos x + 1$ với $x \in (0; \pi)$

A. $x = 0$ B. $x = \pi$ C. $\pi/6$ D. $\pi/3$

Câu 8: Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các phát biểu sau?

1. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.
2. Hàm số không liên tục tại $x = 0$.
3. Hàm số không có cực trị tại $x = 0$.
4. Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = -3x^4 - 2x^3 + 3$

Hàm số có

- A. Một cực đại và hai cực tiểu
- B. Một cực tiểu và hai cực đại
- C. Một cực đại và không có cực tiểu
- D. Một cực tiểu và một cực đại.

Câu 10: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m - 1)x^2 + m^2$. Tìm m để hàm số có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông

A. $m = 0$

B. $m = 1$

C. $m = -1$

D. $m = 2$

C. $y = a^2x^4 - 2x^2 + 3$ D. $y = x^4 + 2x^2 + 3a$

Câu 11: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số f là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 12: Điểm cực đại của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ là:

A. $x = 0$ B. $x = -2$ C. $x = 2$ D. Không tồn tại

Câu 13: Điểm cực tiểu của hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 2$ là:

A. $x = 1$ B. $x = \sqrt{2}$ C. $x = 0$ D. Không tồn tại

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 1$ (1) và các mệnh đề

(1) Điểm cực trị của hàm số (1) là $x = 0$ hoặc $x = 4/3$

(2) Điểm cực trị của hàm số (1) là $x = 0$ và $x = 4/3$

(3) Điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) là $x = 0$ và $x = 4/3$

(4) Cực trị của hàm số (1) là $x = 0$ và $x = 4/3$

Trong các mệnh đề trên, số mệnh đề sai là:

A.0 B.1 C.2 D.3

Câu 15: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ (2). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số (2) đạt cực đại tại $y = -2$

B. Hàm số (2) đạt giá trị cực đại tại $y = -2$

C. Đồ thị hàm số (2) có điểm cực đại là $y = -2$

D. Hàm số (2) có giá trị cực đại là $y = -2$

Câu 16: Hàm số $y = \cos x$ đạt cực trị tại những điểm

A. $x = k\pi$ B. $x = k \frac{\pi}{2}$

C. $x = k \frac{\pi}{4}$ D. $x = k \frac{\pi}{8}$

Câu 17: Với giá trị nào của m , hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx - 1$ không có cực trị?

A. $m \geq \frac{4}{3}$

B. $m < \frac{4}{3}$

C. $m \leq \frac{4}{3}$

D. Không tồn tại

Câu 18: Với giá trị nào của m, hàm số $y = -mx^4 + 2(m - 1)x^2 + 1 - 2m$ có một cực trị

A. $0 \leq m \leq 1$ B. $m > 1$ hoặc $m < 0$ C. $0 < m < 1$ D. $0 < m \leq 1$

Câu 19: Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$ là:

A. $m = 1$ B. $m = 11$ C. $m = -1$ D. Không tồn tại

Câu 20: Với giá trị nào của m, hàm số $y = (x - m)^3 - 3x$ đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ $x = 0$?

A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. Không tồn tại

Câu 21: Với giá trị nào của m, hàm số $y = x^3 + 2(m - 1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x + 2(m^2 + 1)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2} ?$$

A. $m = 1/2$ B. $m = 2$ C. $m = 1/2$ hoặc $m = 2$ D. Không tồn tại

Câu 22: Với giá trị nào của m, đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ có điểm cực đại B, điểm cực tiểu C thỏa mãn $OC = 3OB$, với O là gốc tọa độ?

Câu 23: Với giá trị nào của m, đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m$ có hai điểm cực trị B, C thẳng hàng với điểm $A(-1;3)$?

A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -3/2$ D. $m = -3/2$ hoặc $m = 1$

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ (C). Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) là:

A. $y = 6x - 6$ B. $y = -6x - 6$ C. $y = 6x + 6$ D. $y = -6x + 6$

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên là:

A. $y = -8x + 1$ B. $y = x + 7$ C. $y = -x + 1$ D. Không tồn tại

Câu 26: Với giá trị nào của m , đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$ tạo với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 8 = 0$ một góc 45° ?

A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = 3/4$ D. $m = 2$ hoặc $m = 3/4$

Câu 27: Với giá trị nào của m , đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m^2x + m$ có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng:

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} ?$$

A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. Không tồn tại

Câu 28: Với giá trị nào của m , đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều?

A. $m = 0$ B. $m = \sqrt[3]{3}$ C. $m = -\sqrt[3]{3}$ D. Không tồn tại

Đáp án và lời giải câu hỏi trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Cực trị của hàm số

1. A 2. D 3. C 4. D 5. D 6. C 7. C 8. C 9. C 10. A
11. B 12. A 13. C 14. D 15. D 16. A 17. A 18. A 19. B 20. B
21. D 22. 23. D 24. D 25. A 26. C 27. D 28. C

Câu 1:

Dựa vào định nghĩa cực trị.

Chọn đáp án A

Câu 2:

Dựa vào định nghĩa cực trị và bảng biến thiên.

Chọn đáp án D

Câu 3:

Sử dụng giả thiết và điều kiện cần của cực trị ta có

$$y(1) = 0; y'(-1) = 0; y(-1) = 0$$

Trong đó , $y' = 3x^2 + 2ax + b$

Từ đó suy ra:

$$\begin{cases} 1^3 + a.1^2 + b.1 + c = 0 \\ 3.(-1)^2 + 2a.(-1) + b = 0 \\ (-1)^3 + a.(-1)^2 + b.(-1) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + a + b + c = 0 \\ 3 - 2a + b = 0 \\ -1 + a - b + c = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow a = 1; b = -1; c = -1$$

Với $a = 1; b = -1; c = -1$ thì hàm số đã cho trở thành $y = x^3 + x^2 - x - 1$

Ta có $y' = 3x^2 + 2x - 1, y'' = 6x + 2$. Vì $y''(-1) = -4 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. Vậy $a = 1; b = -1; c = -1$ là các giá trị cần tìm.

Chọn đáp án C

Câu 4:

Xem lại điều kiện cần và đủ để có cực trị của hàm số.

Chọn đáp án D

Câu 5:

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + m$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ thì $y'(1) = 0 \Rightarrow 3.1^2 - 4.1 + m = 0 \Rightarrow m = 1$

Với $m = 1$ thì hàm số đã cho trở thành $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1, y'' = 6x - 4$ Vì $y''(1) = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Do vậy không có m thỏa mãn.

Chú ý. Sai lầm có thể gặp phải: khi giải $y'(1) = 0 \Rightarrow m = 1$ đã vội kết luận mà không kiểm tra lại

Chọn đáp án D

Câu 6:

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$; $y'' = 6x - 4$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$y''(0) = -4 < 0$$

Do đó, điểm $M(0;3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Chú ý. Phân biệt các khái niệm: cực trị, điểm cực trị của hàm số, điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án C

Câu 7:

Ta có:

$$y' = 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sin 2x - \sqrt{3} \sin x$$

$$y'' = 2 \cos 2x - \sqrt{3} \cos x.$$

$$y' = 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

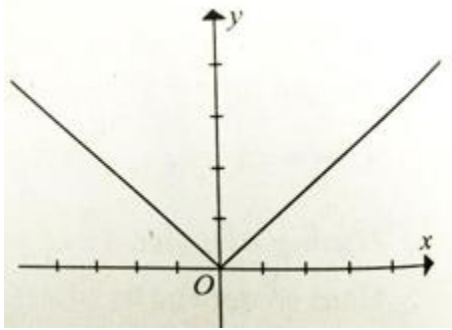
$$x \in (0; \pi) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Mà } y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} < 0$$

Nên hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án C

Câu 8:



Đồ thị hàm số $y = |x|$ có dạng hình vẽ.

Từ đồ thị trong hình ta có hàm số $y = |x|$ liên tục tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm đó. Sử dụng định nghĩa cực trị ta có hàm số $y = |x|$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

Do đó mệnh đề 1 và 4 đúng.

Chọn đáp án C

Câu 9:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Ta có $y' = -12x^3 - 4x$

Xét $y'=0 \Rightarrow x = 0$

Hàm số chỉ có một cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án C

Câu 10:

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \end{cases}$$

Đề hàm số có ba điểm cực trị thì:

$y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là

$$A(0; m^2), B(-\sqrt{m+1}; -2m-1), C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$$

ΔABC vuông khi $\overline{BA} \cdot \overline{CA} = 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^4 = (m+1) \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$$

Đổi chiều điều kiện tồn tại cực trị ta có:

$m = 0$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án A.

Câu 11:

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$									$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. Vậy hàm số có một cực trị

Chọn đáp án B

Câu 12:

Ta có $y' = -3x^2 - 6x$, $y'' = -6x - 6$.

Xét

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$y''(0) = -6 < 0; y''(-2) = 6 > 0$$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Chọn đáp án A

Câu 13:

Ta có: $y' = 4x^3 + 8x$, $y'' = 12x^2 + 8$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$y''(0) = 8 > 0$. Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

Chọn đáp án C

Câu 14:

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$, $y'' = 6x - 4$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$y''(0) = -4 < 0$; $y''(4/3) = 4 > 0$. Do đó hàm số có hai cực trị là $x = 0$ và $x = 4/3$

Các mệnh đề (1); (2) và (3) sai; mệnh đề (4) đúng.

Chọn đáp án D

Câu 15:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$, $y'' = 12x^2 - 4$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$y''(-1) = 8 > 0; y''(1) = 8 > 0$$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và có giá trị cực đại là $y(0) = -2$

Chọn đáp án D**Câu 16:**

$$y' = -\sin x; y'' = -\cos x. y' = 0 \Leftrightarrow -\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

$$y''(k\pi) = \pm 1. \text{ Do đó hàm số đạt cực trị tại } x = k\pi$$

Chọn đáp án A**Câu 17:**

$$y' = 3x^2 - 4x + m. \text{ Hàm số không có cực trị } \Leftrightarrow y' = 0 \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép} \\ \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 2^2 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 4/3$$

Do đó hàm số không có cực trị khi $m \geq 4/3$

Chọn đáp án A**Câu 18:**

$$\text{Xét hàm số } y = -mx^4 + 2(m - 1)x^2 + 1 - 2m(1)$$

$$\text{TH1: } m = 0 \text{ (1) trở thành } y = -2x^2 + 1$$

Vậy với $m = 0$ hàm số luôn có một cực trị.

$$\text{TH2: } m \neq 0. y' = -4mx^3 + 4(m - 1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x(mx^2 - m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{m-1}{m} \end{cases}$$

Để hàm số (1) có một cực trị thì

$$x^2 = \frac{m-1}{m}$$

vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0

$$\Leftrightarrow \frac{m-1}{m} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$$

Kết hợp cả hai trường hợp ta có $0 \leq m \leq 1$

Chọn đáp án A

Câu 19:

$$y' = 3x^2 - 6mx + m^2 - 1; y'' = 6x - 6m$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ khi

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 12m + 11 = 0 \\ 12 - 6m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 11 \Leftrightarrow m = 11 \\ m > 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Câu 20:

$$\text{Xét } y = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 3)x - m^2$$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3, y'' = 6x - 6m$$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ $x = 0$ khi

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 = 0 \\ -6m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

Chọn đáp án B

Câu 21:

Ta có $y' = 3x^2 + 4(m - 1)x + m^2 - 4m + 1$. Hàm số có hai cực trị

$$\Rightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4(m - 1)^2 - 3(m^2 - 4m + 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 + \sqrt{3} \\ m < -2 - \sqrt{3} \end{cases} (*)$$

Áp dụng Vi-ét cho phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-4m + 4}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{m^2 - 4m + 1}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} - \frac{x_1 + x_2}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2) \left(\frac{1}{x_1 x_2} - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-4m + 4}{3} \right) \left(\frac{3}{m^2 - 4m + 1} - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4m + 4}{3} \cdot \frac{6 - (m^2 - 4m + 1)}{2(m^2 - 4m + 1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4m + 4}{3} \cdot \frac{-m^2 + 4m + 5}{2(m^2 - 4m + 1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4m + 4 = 0 \\ -m^2 + 4m + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

Đổi chiều điều kiện (*) có $m = 5$ hoặc $m = 1$

Chọn đáp án D

Câu 22:

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$.

Hàm số có hai cực trị $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 3 \cdot 3(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow 9 > 0$ đúng với mọi m . Ta có điểm cực đại là $B(m - 1; -2m + 2)$ và cực tiểu là $C(m + 1; -2m - 2)$

$$OC = 3OB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + (-2m-2)^2} = 3\sqrt{(m-1)^2 + (-2m+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + (-2m-2)^2 = 9 \cdot [(m-1)^2 + (-2m+2)^2]$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + 4m^2 + 8m + 4 = 9(m^2 - 2m + 1 + 4m^2 - 8m + 4)$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 + 10m + 5 = 45m^2 - 90m + 45$$

$$\Leftrightarrow 40m^2 - 100m + 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 23:

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$ (*)

Tọa độ hai điểm cực trị là B(0;m) và C(2m;-4m³ + m)

$$\overrightarrow{AB} = (1; m - 3); \overrightarrow{AC} = (2m+1; -4m^3 + m - 3)$$

A, B, C thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = k\overline{AB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1=k; & (1) \\ -4m^3+m-3=k(m-3) & (2) \end{cases}$$

Thế (1) vào (2) ta được:

$$-4m^3+m-3=(2m+1).(m-3)$$

$$\Leftrightarrow -4m^3+m-3=2m^2-6m+m-3$$

$$\Leftrightarrow -4m^3-2m^2+6m=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=1 \\ m=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

Đổi chiều với điều kiện (*) có $m \in \left\{ \frac{-3}{2}; 1 \right\}$

Chọn đáp án D

Câu 24:

Cách 1: Ta có $y'=3x^2-6x-6$; $y''=6x-6$

$$y=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+\sqrt{3} \\ x=1-\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-6\sqrt{3} \\ y=6\sqrt{3} \end{cases}; \begin{cases} y''(1+\sqrt{3})>0 \\ y''(1-\sqrt{3})<0 \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(1+\sqrt{3}; -6\sqrt{3})$ và $B(1-\sqrt{3}; 6\sqrt{3})$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$\frac{x-1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}-1-\sqrt{3}} = \frac{y+6\sqrt{3}}{6\sqrt{3}-(-6\sqrt{3})} \Leftrightarrow y = -6x + 6$$

Cách 2: Ta có:

$$y(x) = \frac{x-1}{3} y'(x) - 6x + 6$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y'(x) = 3x^2 - 6x - 6 = 0$. Khi đó ta có $A(x_1, y(x_1))$, $B(x_2, y(x_2))$ là hai cực trị của đồ thị hàm số C với $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$.

Do đó ta có:

$$y(x_1) = \frac{x_1-1}{3} y'(x_1) - 6x_1 + 6 \Rightarrow y(x_1) = -6x_1 + 6$$

$$y(x_2) = \frac{x_2-1}{3} y'(x_2) - 6x_2 + 6 \Rightarrow y(x_2) = -6x_2 + 6$$

Vậy A, B thuộc đường thẳng $y = -6x + 6$.

Chọn đáp án D

Câu 25:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, y'' = 6x - 6$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 & y''(-1) = -12 < 0 \\ y = -23 & y''(3) = 12 > 0 \end{cases}$$

Do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1;9)$ và $B(3;-23)$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$\frac{x+1}{3-(-1)} = \frac{y-9}{-23-9} \Leftrightarrow y = -8x + 1.$$

Chọn đáp án A

Câu 26:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3m$. Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 3^2 - 3.3m > 0 \Leftrightarrow m < 1 (*)$$

Chia y cho y' ta được:

$$y = \frac{x-1}{3} y' + (2m-2)x + 1$$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y'=0$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng (d) : $y = (2m-2)x + 1$

(d) có vector pháp tuyến là $n_1 \rightarrow = (2m - 2; -1)$

(Δ) : $3x + y - 8 = 0$ có vector pháp tuyến là $n_2 \rightarrow (3; 1)$

Vì góc giữa đường thẳng (d) và (Δ) là 45° nên

$$\frac{|(2m-2).3 + (-1).1|}{\sqrt{(2m-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6m-7|}{\sqrt{4m^2 - 8m + 5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow |6m-7| = \sqrt{4m^2 - 8m + 5} \cdot \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow 36m^2 - 84m + 49 = 5(4m^2 - 8m + 5)$$

$$\Leftrightarrow 16m^2 - 44m + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 11m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện (*) có $m = 3/4$

Chọn đáp án C

Câu 27:

$y' = 3x^2 + 6x + m^2$. Hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 3^2 - 3.m^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$

Chia y cho y' ta được:

$$y = \frac{x+1}{3} y' + \left(\frac{2m^2}{3} - 2 \right) x + m - \frac{m^2}{3}.$$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y'=0$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng

$$(d): y = \left(\frac{2m^2}{3} - 2 \right) x + m - \frac{m^2}{3};$$

(d) có vector pháp tuyến là

$$\vec{n}_1 \left(\frac{2m^2}{3} - 2; -1 \right) (\Delta): y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{n}_2 \left(\frac{1}{2}; -1 \right)$$

Vì hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua (Δ) nên $(d) \perp (\Delta)$

$$\Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \left(\frac{2m^2}{3} - 2 \right) \frac{1}{2} + (-1) \cdot (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2}{3} - 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{m^2}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

Thử lại khi $m=0$ ta có: $y = x^3 + 3x^2; y' = 3x^2 + 6x; y'' = 6x + 6$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 4 \end{cases};$$

$$y''(0) = 6 > 0; y''(-2) = -6 < 0$$

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $O(0;0), A(-2;4)$

Trung điểm của OA là $I(-1;2)$.

Ta thấy $I(-1,2)$ không thuộc đường thẳng (Δ) . Vậy không tồn tại m.

Chọn đáp án D

Câu 28:

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Rightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là :

$$A(0; m^4 + 2m), B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$$

ΔABC đều khi $AB=AC$

$$\Leftrightarrow m^4 = 3m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện tồn tại cực trị ta có $m = \sqrt[3]{3}$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án C