

Nội dung bài viết

1. [Bộ 30 bài tập trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Mặt cầu](#)
2. [Đáp án và lời giải câu hỏi trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Mặt cầu](#)

*Bộ 30 bài tập trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Mặt cầu*

**Câu 1:** Cho mặt cầu tâm O bán kính R và điểm A bất kì trong không gian. Điểm A không nằm ngoài mặt cầu khi và chỉ khi:

- A.  $OA = R$  B.  $OA \leq R$  C.  $OA < R$  D.  $OA > R$

**Câu 2:** Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân đỉnh B và  $BC = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = 2a$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Điểm S nằm trong mặt cầu tâm A bán kính a  
B. Điểm S nằm ngoài mặt cầu tâm A bán kính 2a  
C. Điểm C nằm trong mặt cầu tâm A bán kính 2a  
D. Cả ba điểm S, B, C cùng nằm trong mặt cầu tâm A bán kính 2a.

**Câu 3:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và một mặt phẳng (P). Kí hiệu h là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P). Mặt phẳng (P) có nhiều hơn một điểm chung với mặt cầu (S) nếu :

- A.  $h \leq R$  B.  $h \geq R$  C.  $h > R$  D.  $h < R$

**Câu 4:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và một đường thẳng d. Kí hiệu h là khoảng cách từ O đến đường thẳng d. Đường thẳng d có điểm chung với mặt cầu (S) nếu và chỉ nếu:

- A.  $h \leq R$  B.  $h = R$  C.  $h > R$  D.  $h < R$

**Câu 5:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh bằng 2a, SA vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) theo a là:

- A. 2a B. a C.  $a\sqrt{2}/2$  D.  $2a\sqrt{5}/5$

**Câu 6:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật,  $AB = 2AD = 2a$ . SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SB và đáy là  $45^\circ$ . Bán kính mặt cầu tâm A cắt mặt phẳng (SBD) theo một đường tròn có bán kính bằng a là:

A.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

B.  $\frac{a\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}$

C.  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$

D.  $\frac{a\sqrt{30}}{5}$

**Câu 7:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và SA = 2a. Bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với SC theo a là :

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

C.  $a\sqrt{2}$

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Câu 8:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA = AB = 2AD = 2a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu tâm B cắt SC theo một dây có độ dài 2a là :

A.  $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

B.  $\frac{2a\sqrt{11}}{3}$

C.  $\frac{a\sqrt{17}}{3}$

D.  $a\sqrt{10}$

**Câu 9:** Cho hai quả cầu cùng bán kính là 5cm. Để đựng hai quả cầu Nam phải làm một hình hộp chữ nhật từ bìa carton. Hỏi trong các đáp án dưới đây, Nam cần ít nhất bao nhiêu xen-ti-mét vuông bìa carton để làm được chiếc hộp đó?

A. 300(cm<sup>2</sup>) B. 1000(cm<sup>2</sup>) C. 250(cm<sup>2</sup>) D. 1250(cm<sup>2</sup>)

**Câu 10:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi hình chóp có đáy là một tứ giác nội tiếp được đường tròn.

B. Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp nếu nó là hình chóp tam giác

C. Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp nếu nó có các cạnh bên bằng nhau.

D. Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp nếu có cạnh bên vuông góc với đáy.

**Câu 11:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp nếu đáy của nó là hình vuông
- B. Hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp nếu nó là lăng trụ đứng
- C. Hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp nếu nó có đáy là đa giác nội tiếp được đường tròn
- D. Hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp nếu nó là lăng trụ đứng tam giác.

**Câu 12:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và SA = a. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. a
- B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- D.  $a\sqrt{3}$

**Câu 13:** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là:

- A. a
- B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- D.  $a\sqrt{2}$

**Câu 14:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A.  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$
- B.  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$
- C.  $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$
- D.  $V = \frac{5\pi}{3}$

**Câu 15:** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều S,ABC , biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên SA =  $a\sqrt{3}$  .

A.  $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$       B.  $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$   
 C.  $\frac{a\sqrt{3}}{8}$       D.  $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$

**Câu 16:** Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng 2a. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A.  $\frac{a\sqrt{39}}{6}$       B.  $\frac{a\sqrt{12}}{6}$   
 C.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{4a}{\sqrt{3}}$

**Câu 17:** Cho đường thẳng a và điểm A cách đường thẳng a một khoảng bằng 4cm. Trong các mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng a, mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất thì diện tích đó bằng :

A.  $4\pi(\text{cm}^2)$     B.  $16\pi/3(\text{cm}^2)$     C.  $16\pi(\text{cm}^2)$     D.  $64\pi(\text{cm}^2)$

**Câu 18:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và một mặt phẳng (P). Kí hiệu h là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P). Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có điểm chung nếu và chỉ nếu :

A.  $h < R$     B.  $h = R$     C.  $h \leq R$     D.  $h \geq R$

**Câu 19:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  và điểm O cách  $\Delta$  một khoảng bằng 20cm. Mặt cầu (S) tâm O cắt đường thẳng  $\Delta$  theo một dây có độ dài 30cm có bán kính r bằng :

A.  $r = 45\text{cm}$     B.  $r = 30\text{cm}$     C.  $r = 25\text{cm}$     D.  $r = 20\text{cm}$

**Câu 20:** Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có SA tạo với đáy một góc bằng  $30^\circ$  và  $SA=2a$ . Trong các điểm S, B, C điểm nào nằm trong mặt cầu tâm A bán kính 3a.

A. Không điểm nào    C. Chỉ hai điểm B và C

B. Chỉ điểm S    D. Cả ba điểm

**Câu 21:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh bằng 2a,  $\Delta SAB$  là tam giác đều. Bán kính mặt cầu tâm A cắt SB theo một dây có độ dài a là:

A.  $a\sqrt{13}/2$     B.  $2a$     C.  $2a\sqrt{2}$     D.  $a\sqrt{3}$

**Câu 22:** Cho đường tròn (C) ngoại tiếp một tam giác đều ABC có cạnh bằng a, chiều cao AH. Quay đường tròn (C) xung quanh trục AH, ta được một mặt cầu. Thể tích của khối cầu tương ứng là:

- A.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{54}$ .                      B.  $\frac{4\pi a^3}{9}$ .
- C.  $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$ .                      D.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**Câu 23:** Cho tam giác ABC vuông tại A có BC = 2a và  $B^\wedge = 30^\circ$ . Quay tam giác vuông này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi  $S_1$  là diện tích toàn phần của hình nón đó và  $S_2$  là diện

tích mặt cầu có đường kính AB. Khi đó, tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  là:

- A.  $\frac{S_1}{S_2} = 1$ .    B.  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$ .
- C.  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$ .    D.  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 24:** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a.

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .    B.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .
- C.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .    D.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 25:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có AB = 2AD = 2a, SA vuông góc với đáy, SA = a. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là :

- A.  $a\sqrt{3}$                       B.  $a\sqrt{6}$
- C.  $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

**Câu 26:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và SA = a. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

A.  $\frac{3\pi a^2}{7}$

B.  $\frac{7\pi a^2}{12}$

C.  $\frac{7\pi a^2}{3}$

D.  $\frac{\pi a^2}{7}$

**Câu 27:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có góc giữa SA và đáy là  $60^\circ$ , SA = 2a. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là :

A.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. 2a

D.  $a\sqrt{3}$

**Câu 28:** Cho khối chóp tam giác S.ABC có SA = 3, SB = 4, SC = 5 và SA, SB, SC đôi một vuông góc. Khối cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC có thể tích là:

A.  $25\sqrt{2}\pi$

B.  $\frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$

C.  $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$

D.  $\frac{5\sqrt{2}\pi^3}{3}$

**Câu 29:** Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, BC =  $a\sqrt{2}$  và góc giữa A'B và mặt phẳng (ABC) là  $60^\circ$ . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là :

A. 2a

B.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D.  $a\sqrt{5}$

**Câu 30:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD theo a .

A.  $\frac{a\sqrt{12}}{12}$

B.  $\frac{a}{2}$

C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D.  $\frac{a\sqrt{21}}{6}$

**Câu 31:** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ .

A.  $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$ .

B.  $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ .

C.  $\frac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$ .

D.  $\frac{2a\sqrt{2}}{7}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân đỉnh  $A$  và  $AB = SB = a$ ,  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng  $SC$  và  $AB$  là :

A.  $a$

B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

D.  $\frac{a}{2}$

*Đáp án và lời giải câu hỏi trắc nghiệm Toán 12 Bài 2: Mặt cầu*

1. B   2. C   3. D   4. A   5. D   6. C   7. B   8. C   9. B   10. D   11. D  
12. C   13. C   14. B   15. D   16. C   17. C   18. D   19. C   20. C   21. A   22. C  
23. A   24. C   25. D   26. C   27. A   28. B   29. B   30. D   31. A   32. C

**Câu 1:**

**Chọn đáp án B**

**Câu 2:**

Từ giả thiết ta có:  $SA = 2a$ ;  $AB = a$  và  $AC = a\sqrt{2}$ .

**Chọn đáp án C**

**Câu 3:**

Từ vị trí tương đối của một mặt phẳng với mặt cầu

**Chọn đáp án D**

**Câu 4:**

Từ vị trí tương đối của một đường thẳng và mặt cầu ta có đường thẳng  $d$  có điểm chung với mặt cầu (S) khi và chỉ khi đường thẳng  $d$  tiếp xúc hoặc cắt mặt cầu (S).

**Chọn đáp án A**

**Câu 5:**

Ta có mặt cầu  $S(A;r)$  tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) khi và chỉ khi  $r = d(A; (SBC))$ .

Hạ  $AH \perp SB$  tại H. Do  $BC \perp AB$  và  $BC \perp SA$  nên  $BC \perp (SAB)$ , suy ra  $BC \perp AH$ .

Mặt khác  $AH \perp SB$  nên  $AH \perp (SBC)$  hay  $d(A; (SBC)) = AH$  Xét tam giác vuông SAB ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 6:**

Ta có mặt cầu  $S(A;r)$  cắt mặt phẳng (SBD) theo một đường tròn có bán kính bằng a khi và chỉ khi ta có

Ta có:

$$(\widehat{SB; (ABCD)}) = (\widehat{SB; SA}) = \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = 2a$$

Hạ  $AK \perp BD$  tại K, hạ  $AH \perp SK$  tại H. Do  $BD \perp AK$  và  $BD \perp SA$  nên  $BD \perp (SAK)$ , suy ra  $BD \perp AH$ . Mặt khác  $AH \perp SK$  nên ta có  $AH \perp (SBD)$  hay  $d(A; (SBD)) = AH$ . Xét tam giác vuông SAK và tam giác vuông ABD ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{6}}$$

Khi đó ta có:

$$r^2 = \frac{4a^2}{6} + a^2 \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{15}}{3}$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 7:**



Ta có mặt cầu  $S(A; r)$  tiếp xúc với đường thẳng  $SC$  khi và chỉ khi ta có  $r = d(A; SC)$ .

Xét tam giác vuông  $ABC$  ta có  $AC = a\sqrt{2}$ . Hạ  $AH \perp SC$  tại  $H$ . Xét tam giác vuông  $SAC$  ta có :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 8:**

Do  $(SAB) \perp (ABCD)$  và  $(SAD) \perp (ABCD)$  ta có  $SA \perp (ABCD)$ . Theo định lí ba đường vuông góc ta có  $BC \perp SB$ .

Hạ  $BH \perp SC$  tại  $H$ . Xét tam giác vuông  $SBC$  ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BS^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

Ta có mặt cầu  $S(B; r)$  cắt đường thẳng  $SC$  theo một dây cung có độ dài  $2a$  khi và chỉ khi ta có

$$r^2 = d^2(B; SC) + a^2 = BH^2 + a^2 \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{17}}{3}$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 9:**

Hình hộp chữ nhật đựng được hai quả cầu bán kính 5cm thì độ dài các cạnh ít nhất là 10cm, 10cm, 20cm. Khi đó ta có:  $S_{tp} = 2 \times 10^2 + 4 \times 10 \times 20 = 1000(\text{cm}^2)$ .

**Chọn đáp án B**

**Câu 10:**

Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi hình chóp đó có đáy là một đa giác nội tiếp được đường tròn nên mệnh đề A và B đúng. Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau có hình chiếu vuông góc của đỉnh lên mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy nên hình chóp đó có đáy nội tiếp được đường tròn và do đó đáp án C đúng.

**Chọn đáp án D**

**Câu 11:**

**Chọn đáp án D**

**Câu 12:**

Theo định lí ba đường vuông góc ta có tam giác SBC, SDC lần lượt vuông tại B, D. Gọi I là trung điểm của SC. Từ các tam giác SAC, SBC, SDC vuông ta có:

$$IA = IB = ID = IS = IC = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD và bán kính mặt cầu là

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Chọn đáp án C

**Câu 13:**

Ta có:

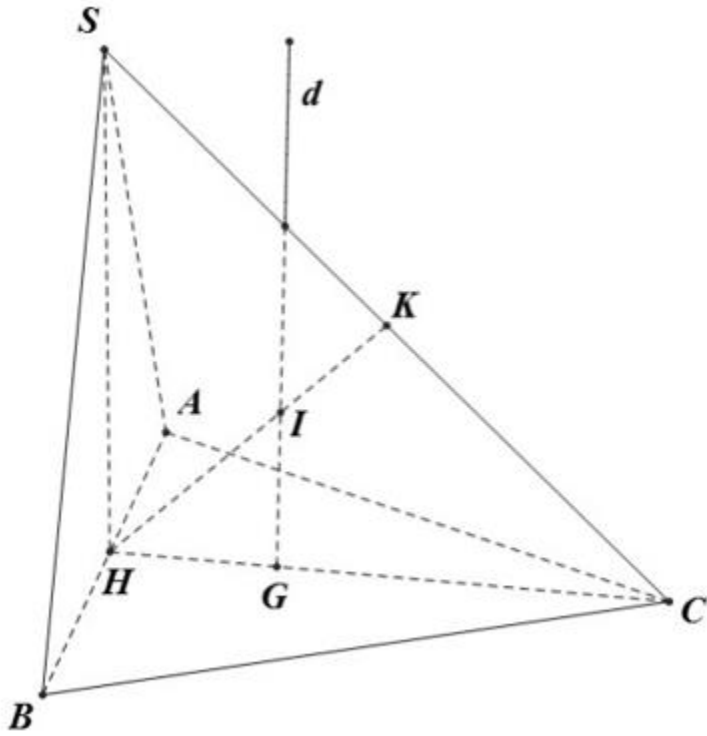
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}; AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Ta nhận thấy tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương chính là tâm của hình lập phương đó. Do đó I chính là trung điểm của AC' và mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính là

$$r = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Chọn đáp án C

**Câu 14:**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$

Vì  $\Delta SAB$  đều nên  $SH \perp AB$

Mà  $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$\Rightarrow SH$  là đường cao của hình chóp  $S.ABC$

Qua  $G$  kẻ đường thẳng  $d$  song song với  $SH$

$\Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$

$\Rightarrow G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

Gọi  $K$  là trung điểm của  $SC$

Vì  $\Delta SHC$  vuông cân tại  $H$  ( $SH = HC$ )

$\Rightarrow HK$  là đường trung trực ứng với  $SC$ .

Gọi  $I = d \cap HK$

Ta có  $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$  là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$

Xét hai tam giác đều

$\Delta ABC = \Delta SAB$  có độ dài các cạnh bằng 1.

$G$  là trọng tâm  $\Delta ABC \Rightarrow CG = \frac{2}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Xét  $\Delta HIG$  vuông tại  $G$

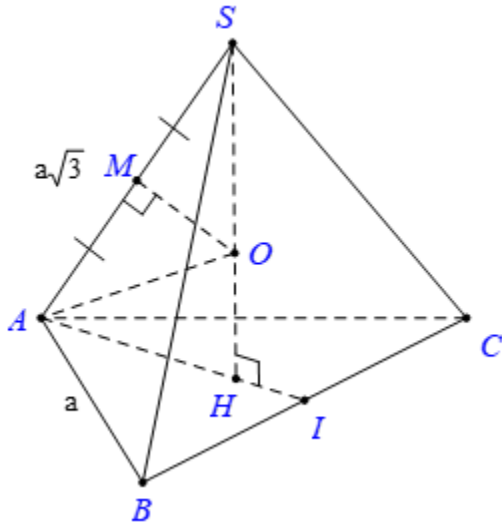
Ta có  $IG = HG = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \frac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp:

$$V = \frac{4}{3}\pi IC^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$$

**Chọn đáp án B.**

Câu 15:



Gọi  $H$  là tâm của tam giác đều  $ABC$ .

Ta có  $SH \perp (ABC)$

Nên  $SH$  là trục của tam giác  $ABC$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$

Trong mp( $SAH$ ) kẻ trung trực của  $SA$  cắt  $SH$  tại  $O$

Thì  $OS = OA = OB = OC$

Nên  $O$  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$

Bán kính mặt cầu là  $R = SO$

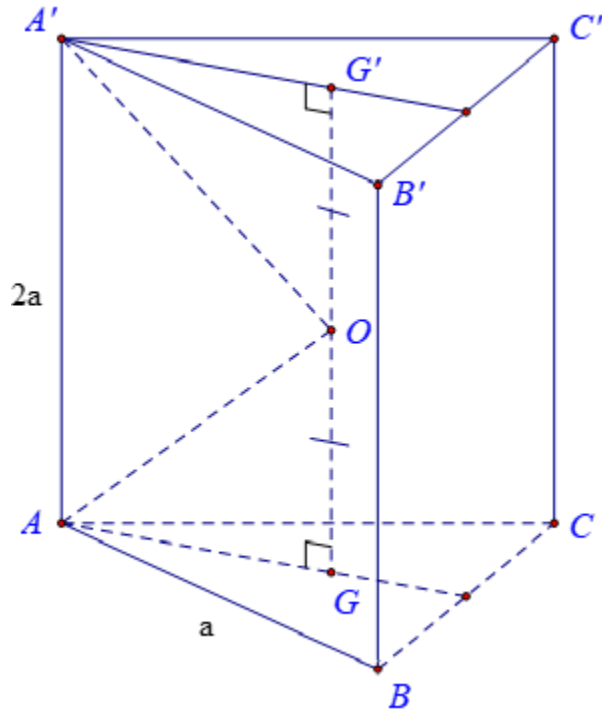
Vì hai tam giác  $SMO$  và  $SHA$  đồng dạng nên ta có:

$$\frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SH}.$$

$$\text{Suy ra } R = SO = \frac{SM \cdot SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

**Chọn đáp án D**

**Câu 16:**



Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ .

Gọi  $G, G'$  lần lượt là tâm của hai đáy  $ABC$  và  $A'B'C'$ .

Ta có  $GG'$  chính là trục của các tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$ .

Gọi  $O$  là trung điểm của  $GG'$  thì  $O$  cách đều 6 đỉnh của hình lăng trụ

nên là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Bán kính mặt cầu là  $R = OA$ .

Xét tam giác  $OAG$  vuông tại  $G$ , ta có:

$$OA = \sqrt{AG^2 + GO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + a^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là  $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

**Chọn C**

**Câu 17:**

Gọi  $S(I; r)$  là mặt cầu đi qua  $A$  và tiếp xúc với  $a$ .

Ta có diện tích của mặt cầu là :  $S = 4\pi r^3$  nên  $S$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $r$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Gọi tiếp điểm của đường thẳng  $a$  và mặt cầu là  $H$  và hình chiếu vuông góc hạ từ  $A$  lên đường thẳng  $a$  là  $A'$ . Khi đó ta có :

$$2r = IA + IH \geq AH \geq AA' \Rightarrow r \geq AA'/2 = 2(\text{cm})$$

Vậy  $r$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $2\text{cm}$  khi  $I$  là trung điểm của  $AA'$ .

Khi đó mặt cầu ( $S$ ) có diện tích nhỏ nhất là  $S = 4\pi 2^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ .

**Chọn đáp án C**

**Câu 18:**

Từ vị trí tương đối của một mặt phẳng và mặt cầu ta có mặt phẳng ( $P$ ) có điểm chung với mặt cầu ( $S$ ) khi và chỉ khi mặt phẳng ( $P$ ) tiếp xúc hoặc cắt mặt cầu ( $S$ )

**Chọn đáp án D**

**Câu 19:**

$$\text{Ta có } r = \sqrt{d^2(O; \Delta) + \frac{30^2}{4}} = 25(\text{cm})$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 20:**

Gọi  $O$  là tâm của tam giác đều  $ABC$ . Ta có:

$$\text{góc } SAO = 30^\circ \Rightarrow AO = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = AC = 3a$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 21:**

Gọi  $S(A;r)$  là mặt cầu tâm  $A$  cắt đường thẳng  $SB$  theo một dây có độ dài  $a$ , khi đó ta có:

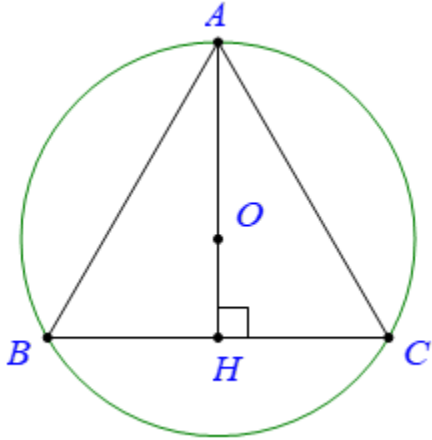
$$r = \sqrt{d^2(A; SB) + \frac{a^2}{4}}$$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $SB$ . Do tam giác  $SAB$  đều nên  $AH \perp SB$  hay  $AH$  là khoảng cách từ  $A$  đến  $SB$ . Xét tam giác đều  $SAB$  ta có :

$$AH = AB \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{AH^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Chọn đáp án C

Câu 22:



AH là đường cao trong tam giác đều cạnh  $a$

Nên  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Gọi  $O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp  $\Delta ABC$

Thì  $O \in AH$  và  $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Bán kính mặt cầu được tạo thành khi quay đường tròn (C) quanh trục AH là

$$R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

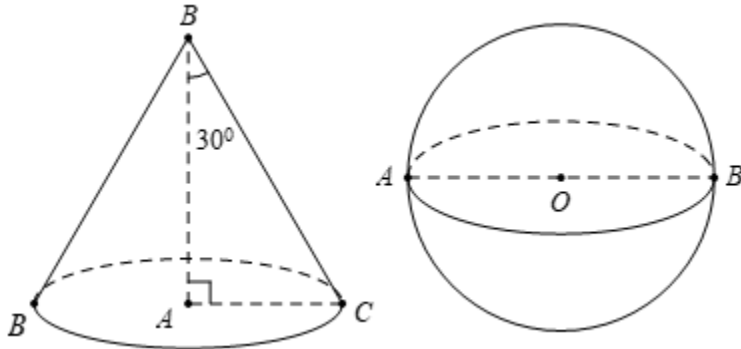
Vậy thể tích của khối cầu tương ứng là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án C

Câu 23:



Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , ta có:

$$AC = BC \sin 30^0 = a; AB = BC \cos 30^0 = a\sqrt{3}.$$

Diện tích toàn phần hình nón là:

$$S_1 = S_{xq} + S_{day} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi a.2a + \pi a^2 = 3\pi a^2.$$

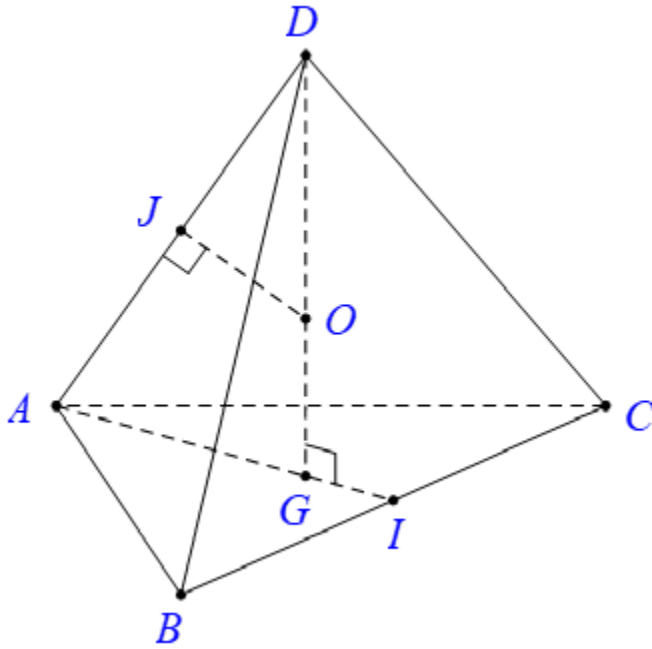
Diện tích mặt cầu đường kính  $AB$  là:

$$S_2 = \pi AB^2 = \pi (a\sqrt{3})^2 = 3\pi a^2.$$

Từ đó suy ra, tỉ số  $\frac{S_1}{S_2} = 1$ .

Chọn đáp án A

Câu 24;



Cho tứ diện  $ABCD$  đều cạnh  $a$ .

Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $BC$

$G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

Ta có :

$$AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } DG \text{ là trục của tam giác } ABC.$$

Trong mp  $(DAG)$  kẻ trung trực của  $DA$  cắt  $DG$  tại  $O$

Thì  $OD = OA = OB = OC$

Nên  $O$  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

Bán kính  $R$  của mặt cầu bằng độ dài đoạn  $OD$ .

Trong tam giác  $ADG$  vuông tại  $G$ , ta có:

$$DA^2 = DG^2 + GA^2 \Rightarrow DG^2 = DA^2 - GA^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{6a^2}{9}$$

$$\Rightarrow DG = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Mặt khác do tứ giác  $AGOI$  nội tiếp nên ta có:

$$DJ \cdot DA = DO \cdot DG \Rightarrow DO = \frac{DA^2}{2DG} \Rightarrow R = DO = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án C

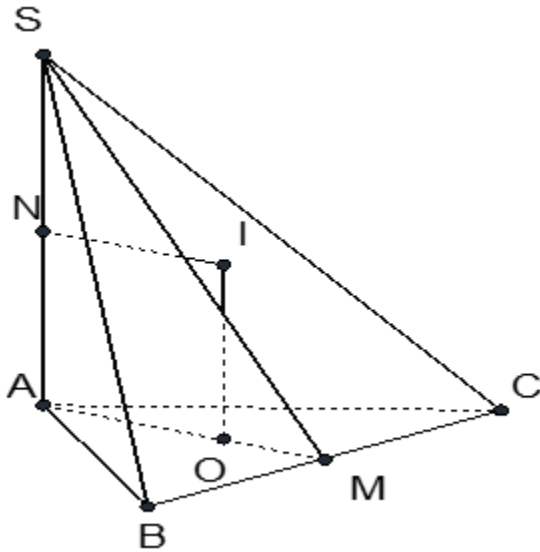
**Câu 25:**

Theo định lí ba đường vuông góc ta có hai tam giác  $SBC$  và  $SDC$  lần lượt vuông góc tại  $B, D$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$  thì ta có :  $IA = IB = ID = SC/2 = IS = IC$  nên  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$r = \frac{SC}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + SA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Chọn đáp án D

Câu 26:



Gọi  $O$  là trọng tâm của tam giác đều  $ABC$

$M, N$  là trung điểm của  $BC$  và  $SA$

$$\Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

$\Rightarrow IO \perp (ABC)$  và  $IN \perp SA$

$\Rightarrow AOIN$  là hình chữ nhật.

$$R = IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{AH^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

$$\Rightarrow S_{cầu} = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}.$$

**Chọn đáp án C.**

Câu 27:

Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Khi đó  $SO \perp (ABCD)$  và  $SO$  là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ . Từ giả thiết ta có :

$$(\widehat{SA; (ABCD)}) = (\widehat{SA; OA}) = \widehat{SAO} = 60^\circ$$

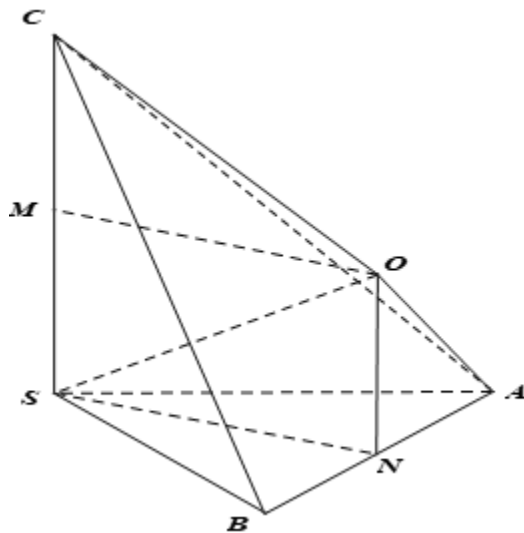
$$\Rightarrow SO = SA \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Trong mặt phẳng (SAO), đường trung trực của SA cắt SO tại I. Khi đó I cách đều các đỉnh của hình chóp nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Gọi M là trung điểm của SA, khi đó ta có :

$$\Delta SIM \sim \Delta SAO \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow r = SI = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{SA^2}{2 \cdot SO} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

**Chọn đáp án A**

**Câu 28:**



Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC, AB

Vì  $\Delta SAB$  vuông góc tại S nên N là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SAB$ .

Trong mặt phẳng (MSN) dựng hình chữ nhật MSNO thì ON là trục đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SAB$  và OM là đường trung trực của đoạn SC trong mặt phẳng (OSC)

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $SABC$ .

$$BN = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + SB^2} = \frac{5}{2}, \quad ON = MS = \frac{1}{2} SC = \frac{5}{2}$$

Bán kính và thể tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là

$$R = OB = \sqrt{ON^2 + BN^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 29:**

Trong tam giác vuông ABC ta có

$$AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a. (\widehat{A'B}; \widehat{ABC}) = (\widehat{A'B}; \widehat{AB}) = \widehat{A'BA} = 60^\circ$$

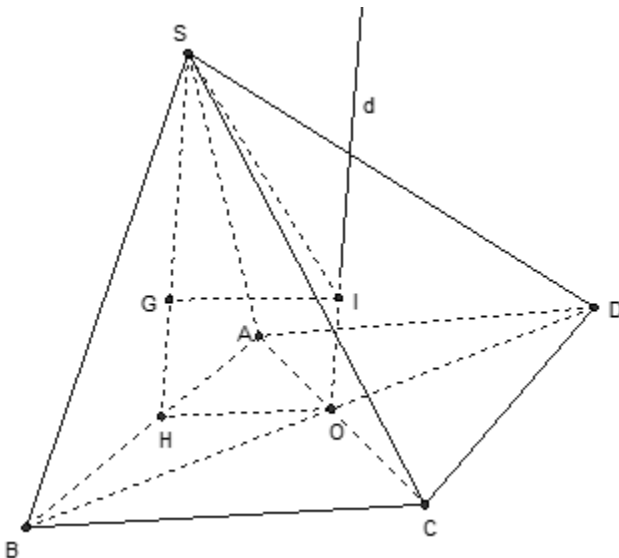
$$\Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Gọi I là tâm của hình chữ nhật BCC'B' và M là trung điểm của BC. Do tam giác ABC vuông tại A nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và do đó IM là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy ABC và I cách đều B, B' nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ. Khi đó ta có :

$$r = IB = \sqrt{MI^2 + MB^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

**Chọn đáp án B**

**Câu 30:**



Gọi H là trung điểm của AB, do tam giác SAB đều nên SH ⊥ AB mà (SAB) ⊥ (ABCD) nên SH ⊥ (ABCD)

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD, d là đường thẳng qua O và song song SH thì d ⊥ (ABCD) hay d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD

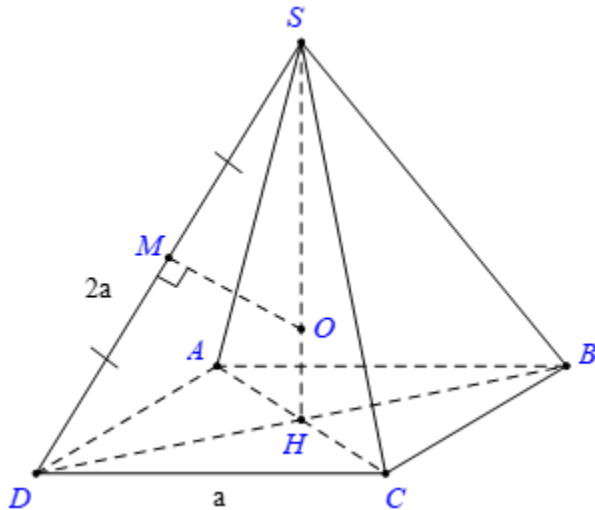
Trong mặt phẳng (SAB) từ G kẻ đường thẳng vuông góc với (SAB) cắt d tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD, bán kính R = IS.

Trong tam giác vuông SGI tại G :

$$SI = \sqrt{SG^2 + HO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

**Chọn đáp án D.**

Câu 31:



Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD.

Gọi H là tâm đáy

thì SH là trục của hình vuông .

Gọi M là trung điểm của ABCD .

Trong mp (SDH) kẻ trung trực của đoạn SD cắt SH tại O

Thì  $OS = OA = OC = OD$

Nên O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD .

Bán kính mặt cầu là  $R = SO$  .

Ta có :

$$\Delta SMO \sim \Delta SHD \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SM}{SH} \Rightarrow R = SO = \frac{SD \cdot SM}{SH} = \frac{SD^2}{2SH}.$$

$$\text{Với } SH^2 = SD^2 - HD^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{SD^2}{2SH} = \frac{2a\sqrt{14}}{7}.$$

Chọn đáp án A

**Câu 32:**

Mặt cầu  $S(I, r)$  tiếp xúc với  $AB, SC$  lần lượt tại  $T, K$ . Khi đó ta có:

$$2r = IT + IK \geq d(AB; SC) \Rightarrow r \geq d(AB, SC)/2$$

Dựng hình bình hành  $ABDC$ , khi đó ta có  $ABDC$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hạ  $BH$  vuông góc với  $SD$  tại  $H$ . Khi đó ta có  $BH \perp (SCD)$ .

Suy ra:  $d(SC; AB) = d(AB, (SCD)) = d(B; (SCD))$

$$= BH = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow r_{\min} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

Chọn đáp án C