

Nội dung bài viết

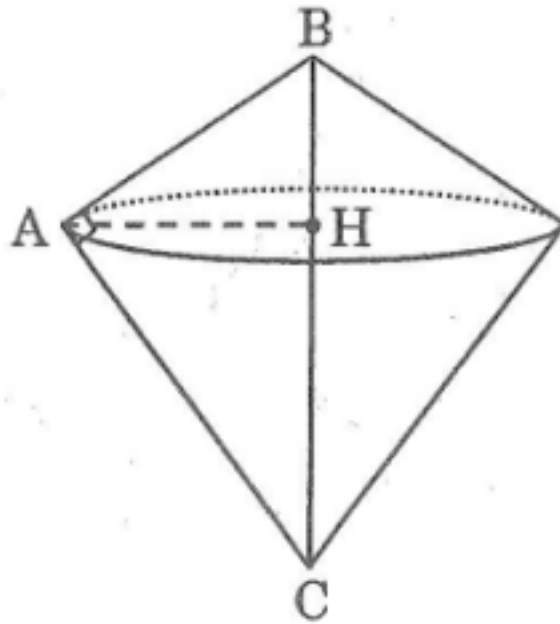
1. [Bài 14 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
2. [Bài 15 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
3. [Bài 16 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
4. [Bài 17 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
5. [Bài 18 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
6. [Bài 19 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
7. [Bài 20 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
8. [Bài 21 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
9. [Bài 22 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
10. [Bài 23 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
11. [Bài 24 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
12. [Bài 25 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)
13. [Bài 26 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:](#)

BÀI 2: HÌNH NÓN - HÌNH NÓN CỤT - DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH NÓN, HÌNH NÓN CỤT

Bài 14 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC vuông tại A ,góc B = 60° và BC =2a (đơn vị độ dài). Quay tam giác đó một vòng quanh cạnh huyền BC. Hãy tính diện tích xung quanh và thể tích của hình tạo thành.

Lời giải:



Khi quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh huyền BC ta được hai hình nón có đáy úp vào nhau, bán kính đường tròn đáy bằng đường cao AH kẻ từ A đến cạnh huyền BC .

Trong tam giác vuông ABC ta có:

Trong tam giác vuông ABC ta có:

$$AB = BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 2a \cdot \cos 60^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a$$

$$AC = BC \cdot \sin \widehat{ABC} = 2a \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích xung quanh hình tạo thành :

$$S = \pi \cdot AH \cdot AB + \pi \cdot AH \cdot AC = \pi \cdot AH (AB + AC)$$

$$= \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} (a + a\sqrt{3}) = \frac{\pi \cdot a^2 (3 + \sqrt{3})}{2} \text{ (đvdt)}$$

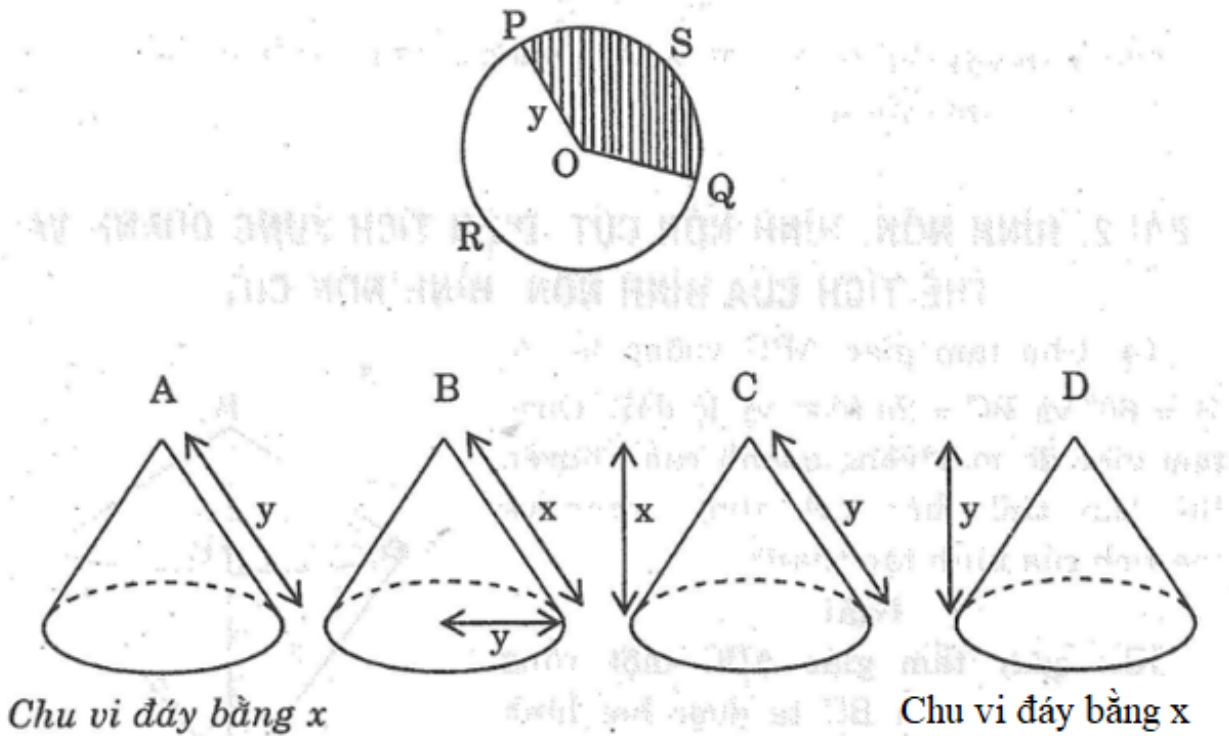
Thể tích hình tạo thành :

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AH^2 \cdot HB + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AH^2 \cdot HC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AH^2 \cdot (HB + HC)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot 2a = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^2 \cdot 3}{4} \cdot 2a = \frac{\pi \cdot a^3}{2} \text{ (đvdt)}$$

Bài 15 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cắt bỏ hình quạt OPSQ (xem hình bên – phần gạch sọc). Biết độ dài \widehat{PQ} là x thì phần còn lại có thể ghép thành hình nón nào dưới đây?



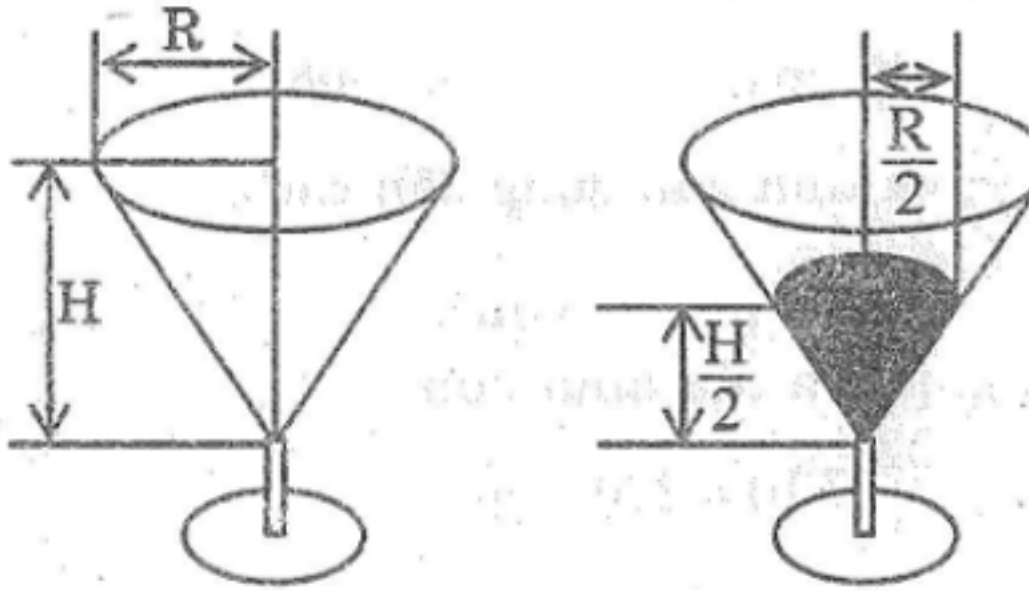
Lời giải:

Khi ghép thành hình nón thì cạnh OP trùng với OQ và chính là đường sinh của hình nón
 Chu vi đáy hình nón chính bằng độ dài cung PRQ

Chọn đáp án A

Bài 16 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một chiếc cốc dạng hình nón chứa đầy rượu (hình sau). Cụ Bá uống một lượng rượu nên “chiều cao” của rượu còn lại trong cốc bằng một nửa chiều cao ban đầu. Hỏi cụ Bá đã uống bao nhiêu phần rượu trong cốc?



Lời giải:

Thể tích rượu ban đầu có trong ly là:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Thể tích rượu còn lại sau khi cụ Bá uống là:

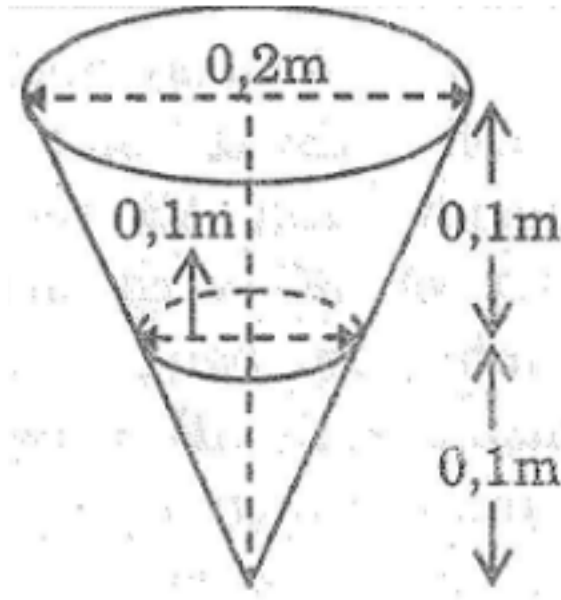
$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \frac{H}{2} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{3} \pi R^2 H\right)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{3} \pi R^2 H\right)}{\frac{1}{3} \pi R^2 H} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8} V$$

Vậy cụ Bá đã uống $\frac{7}{8}$ lượng rượu trong cốc

Bài 17 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Người ta minh họa một cái xô đựng nước như hình dưới. Thể tích nước chứa đầy xô sẽ là (tính theo cm^3):



A. $\frac{1000\pi}{3}$

B. $\frac{1750\pi}{3}$

C. $\frac{2000\pi}{3}$

D. $\frac{2750\pi}{3}$

Lời giải:

Thể tích hình nón có đường kính đáy 0,2m:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{0,2}{2}\right)^2 \cdot 0,2 = \frac{1}{1500} \pi (m^3) = \frac{2000}{3} \pi (cm^3)$$

Thể tích hình nón có đường kính đáy 0,1m:

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{0,1}{2}\right)^2 \cdot 0,1 = \frac{0,00025\pi}{3} (m^3) = \frac{250\pi}{3} (cm^3)$$

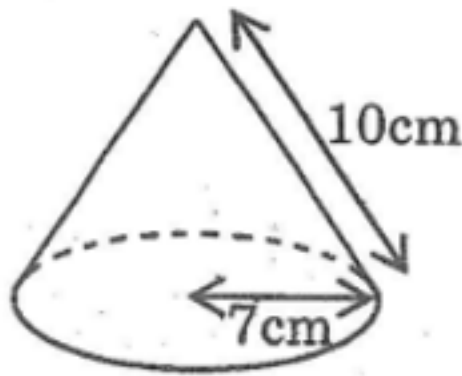
Thể tích nước chứa đầy xô là :

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1750\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Vậy chọn đáp án B

Bài 18 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Diện tích toàn phần của hình nón theo các kích thước của hình bên dưới là:



A.220

B.264

C.308

D.374

(Chọn $\pi = 22/7$ và tính gần đúng đến cm^2)

Hãy chọn kết quả đúng.

Lời giải:

Diện tích xung quanh của hình nón :

$$S_{xq} = \pi.r.l = (22/7).7.10 = 220 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích đáy của hình nón:

$$S_{\text{đáy}} = \pi.r^2 = (22/7).7^2 = 154 \text{ (cm}^2\text{)}$$

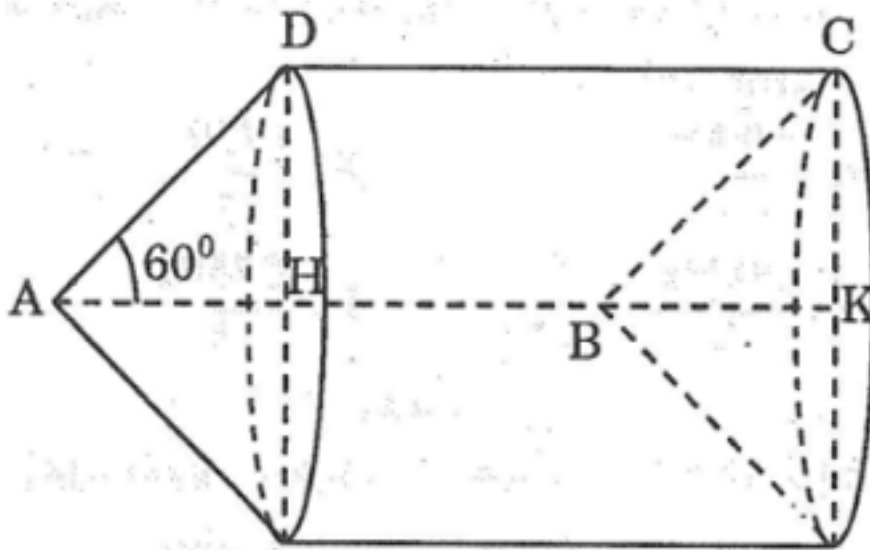
Diện tích toàn phần của hình nón :

$$S_{TP} = S_{xq} + S_{đáy} = 220 + 154 = 374 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy chọn đáp án D

Bài 19 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho hình bình hành ABCD với $AB=1, AD=x$ ($x > 0$) và góc $BAD = 60^\circ$



a. Tính diện tích toàn phần S của hình tạo thành khi quay hình bình hành ABCD đúng một vòng quanh cạnh AB và diện tích toàn phần S_1 của hình tạo thành khi quay quanh cạnh AD

b. Xác định giá trị x khi $S = S_1$ và $S = 2S_1$

Lời giải:

a.*Khi quay hình bình hành ABCD một vòng quanh cạnh AB thì cạnh AD và BC vạch nên hai hình nón bằng nhau có đường sinh $AD = BC = x$, cạnh CD vạch nên hình trụ có bán kính đáy bằng bán kính hình nón

Trong tam giác AHD , ta có:

$$\widehat{AHD} = 90^\circ, \widehat{DAH} = 60^\circ$$

$$\text{Suy ra: } DH = AD \cdot \sin 60^\circ = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích toàn phần của hình tạo thành bằng tổng diện tích xung quanh của hai hình nón và diện tích xung quanh của hình trụ.

$$\begin{aligned} S &= 2\pi \cdot DH \cdot AD + 2\pi DH \cdot DC = 2\pi \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot x + 2\pi \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \\ &= \pi \cdot x\sqrt{3} + \pi \cdot x^2 \cdot \sqrt{3} = \pi \cdot x \cdot \sqrt{3} (1+x) \text{ (đvdt)} \end{aligned}$$

*Khi quay hình bình hành ABCD một vòng quanh AD thì cạnh AB và DC vạch nên hai hình nón bằng nhau có đường sinh AB = DC = 1, cạnh BC vạch nên hình trụ có bán kính đáy bằng bán kính đáy của hình nón

Ta có:

$$BH = AB \cdot \sin 60^\circ = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích toàn phần của hình tạo thành bằng tổng diện tích xung quanh của hai hình nón và diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_1 = S_{\text{xq trụ}} + 2 \cdot S_{\text{xq nón}} = 2\pi \cdot BH \cdot BC + 2\pi \cdot BH \cdot AB$$

$$S_1 = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x + 2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \pi \sqrt{3} (x+1) \text{ (đvdt)}$$

$$\text{b. *Ta có: } S = S_1 \Leftrightarrow \pi \cdot x \cdot \sqrt{3} (1+x) = \pi \cdot \sqrt{3} (x+1)$$

$$\Leftrightarrow x(1+x) = x+1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1) = 0$$

Vì $x > 0$ nên $x+1 > 0$

suy ra: $x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

*Ta có: $S = 2S_1 \Leftrightarrow \pi.x.\sqrt{3}(1+x) = 2.\pi.\sqrt{3}(x+1)$

$\Leftrightarrow x(x+1) = 2(x+1) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

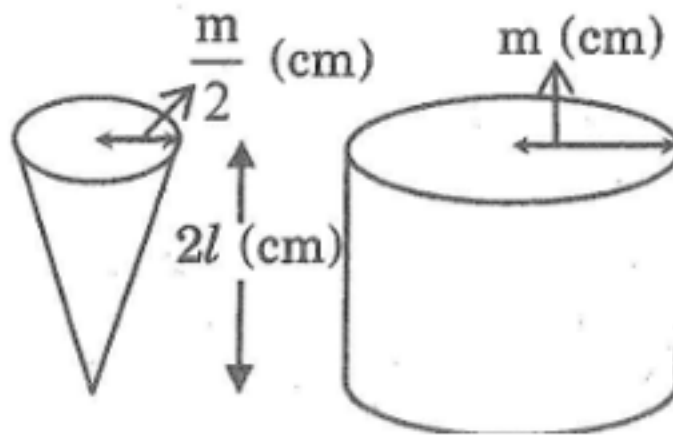
$\Leftrightarrow x^2 - 2x + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$

Vì $x > 0$ nên $x+1 > 0$

suy ra : $x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bài 20 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hình bên có một hình nón ,bán kính đường tròn đáy là $\frac{m}{2}$ (cm),chiều cao $2l$ (cm) và một hình trụ ,bán kính đường tròn đáy là m (cm), chiều cao $2l$ cm. Người ta múc đầy nước vào hình nón và đổ vào hình trụ (không chứa gì cả) thì độ cao của nước trong hình trụ là:



A. $\frac{l}{6}$ (cm)

B. l (cm)

C. $\frac{5l}{6}$ (cm)

D. $\frac{11l}{6}$ (cm)

Hãy chọn kết quả đúng

Lời giải:

Thể tích hình nón :

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{m}{2}\right)^2 \cdot 2l$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{m^2}{4} \cdot 2l = \frac{\pi \cdot m^2 \cdot l}{6}$$

Thể tích hình trụ :

$$V_2 = \pi \cdot m^2 \cdot 2l = 2\pi m^2 l. \text{ Ta có:}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\pi m^2 l}{6}}{2\pi m^2 l} = \frac{\pi m^2 l}{6} \cdot \frac{1}{2\pi m^2 l} = \frac{1}{12}$$

Vậy khi mức đầy nước vào hình nón và đổ vào hình trụ (Không chứa gì cả) thì độ cao của nước trong hình trụ là $1/12 \cdot 2l = 1/6$ (cm)

Vậy chọn đáp án A

Bài 21 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Nếu chiều cao và bán kính của đáy của một hình nón đều tăng lên và bằng $5/4$ so với các kích thước tương ứng ban đầu thì trong các tỉ số sau đây, tỉ số nào là tỉ số giữa thể tích của hình nón mới với thể tích hình nón ban đầu?

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{15}{12}$

C. $\frac{25}{16}$

D. $\frac{125}{64}$

Lời giải:

Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường cao hình nón

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Thể tích hình nón :

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{5}{4}r\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{4}h\right) = \frac{1}{3} \pi r^2 h \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

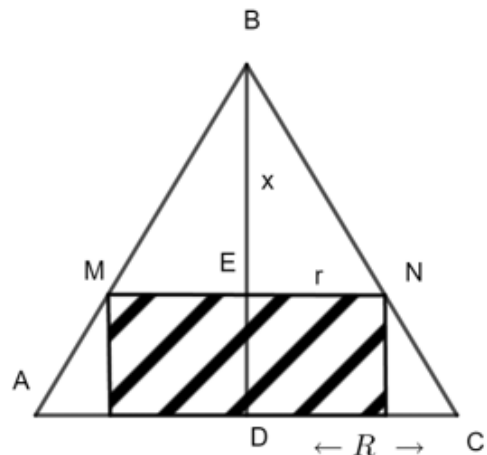
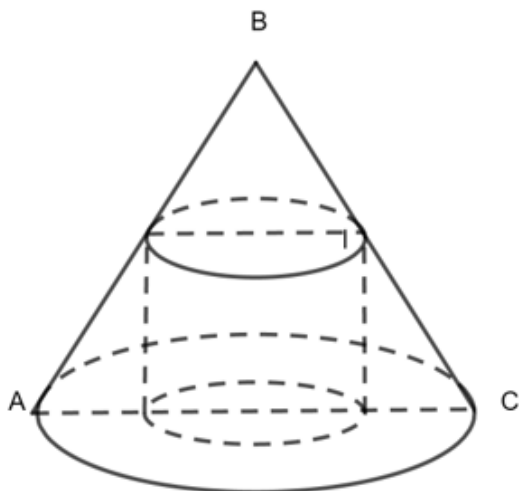
$$\Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$$

Vậy chọn đáp án D

Bài 22 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Từ một hình nón , người thợ tiện có thể tiện ra một hình trụ cao nhưng hẹp hoặc một hình trụ rộng như thấp. Trong trường hợp nào thì người thợ tiện loại bỏ ít vật liệu hơn.

Lời giải:



Gọi R là bán kính đáy, h là chiều cao hình nón, r là bán kính đáy hình trụ $x=BE$ là chiều cao phần hình nón bị cắt đi

Ta có: $MN \parallel AC$

$$\Rightarrow \frac{ME}{AD} = \frac{BE}{BD}$$

$$\text{hay } \frac{r}{R} = \frac{x}{h} \Rightarrow r = \frac{Rx}{h}$$

Thể tích hình trụ:

$$V = \pi r^2 (h - x)$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{Rx}{h}\right)^2 \cdot (h - x) = \pi \cdot \frac{R^2 x^2}{h^2} \cdot (h - x)$$

$$\Rightarrow \frac{Vh^2}{\pi R^2} = x^2 (h - x) \Leftrightarrow \frac{2Vh^2}{\pi R^2} = 2x^2 (h - x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2Vh^2}{\pi R^2} = x^2 (2h - 2x)$$

Phần bỏ đi của hình nón ít nhất tương đương với thể tích hình trụ là lớn nhất

Vì π, R, h là các hằng số nên thể tích hình trụ lớn nhất khi và chỉ khi $x^2(2h-2x)$ lớn nhất

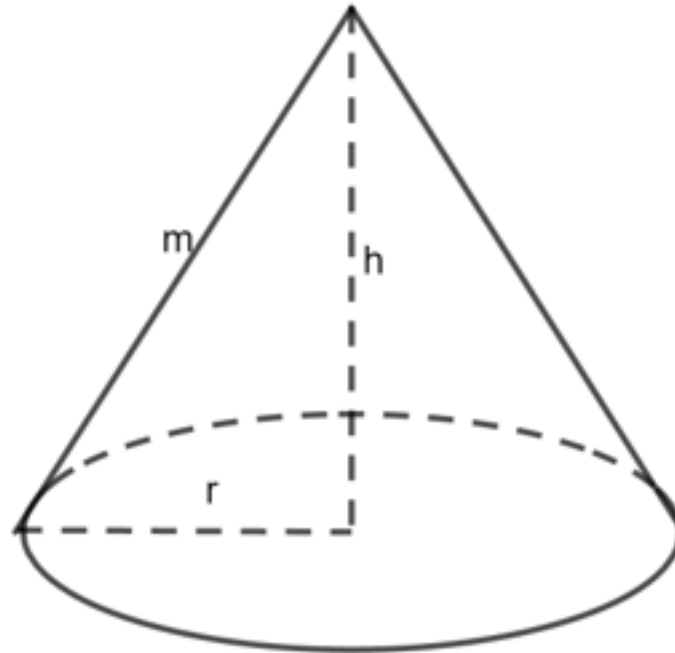
Vì $x + x + (2h - 2x) = 2h$ là một hằng số không đổi nên tích $x \cdot x(2h - 2x)$ đạt giá trị lớn nhất khi

$$x = 2h - 2x \Leftrightarrow 3x = 2h \Rightarrow x = \frac{2}{3}h$$

Vậy khi phần cắt bỏ ở phía trên hình nón có chiều cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao hình nón thì phần bỏ đi là ít nhất.

Bài 23 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hình bên là hình nón .chiều cao là $h(\text{cm})$, bán kính đường tròn đáy là $r(\text{cm})$ và độ dài đường sinh là $m(\text{cm})$ thì thể tích hình nón này là:



- A. $\pi.r^2h$ (cm^3)
- B. $(1/3)\pi.r^2h$ (cm^3)
- C. $\pi.r.m$ (cm^3)
- D. $\pi.r(r+m)$ (cm^3)

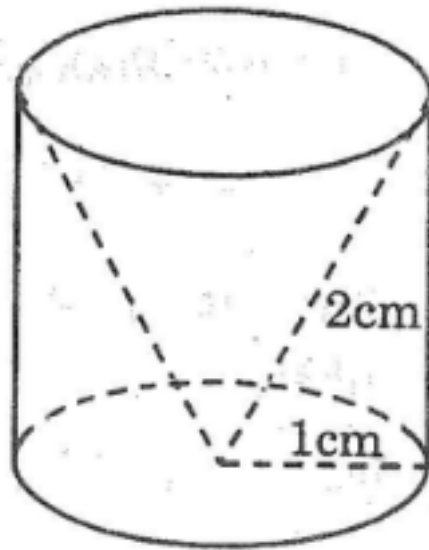
Lời giải:

Thể tích hình nón : $V = (1/3)\pi.r^2h$ (cm^3)

Vậy chọn đáp án B

Bài 24 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một hình trụ có bán kính đáy 1cm và chiều cao 2cm người ta khoan đi một phần có dạng hình nón như hình vẽ thì phần thể tích còn lại của nó sẽ là :



A. $\frac{2\pi}{3} (\text{cm}^3)$

B. $\frac{4\pi}{3} (\text{cm}^3)$

C. $2\pi (\text{cm}^3)$

D. $\frac{8\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Lời giải:

Thể tích của hình trụ là:

$$V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi (\text{cm}^3)$$

Thể tích hình nón:

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{2}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

Thể tích phần còn lại của hình trụ:

$$V = V_1 - V_2 = 2\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

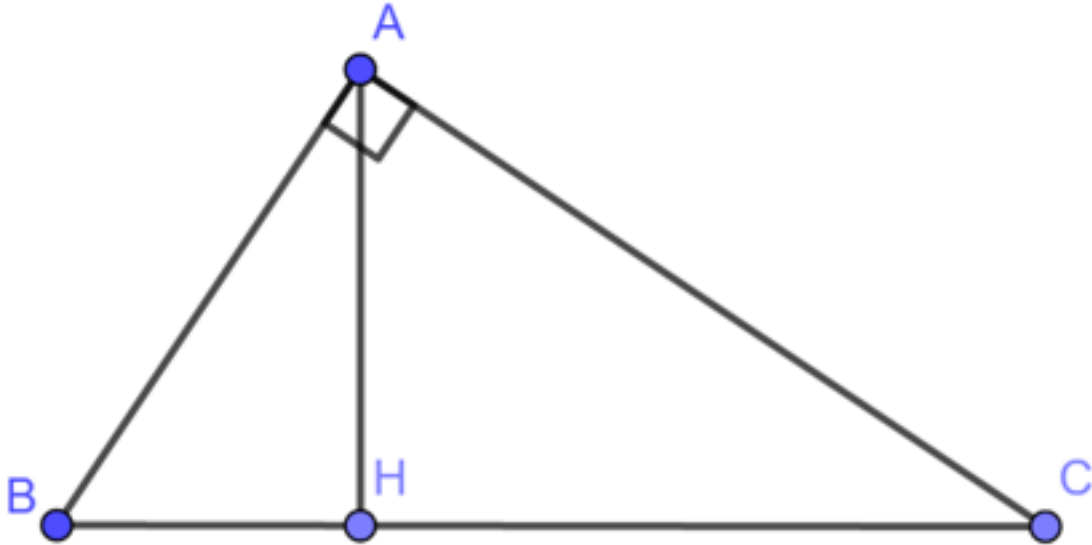
Vậy chọn đáp án B

Bài 25 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC vuông tại A .Gọi V_1, V_2, V_3 theo thứ tự là thể tích của những hình sinh ra khi quay tam giác ABC một vòng xung quanh các cạnh BC , AB và AC.Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$$

Lời giải:



Đặt $AB = c, AC = b, BC = a, AH = h$ là đường cao kẻ từ đỉnh A đến cạnh huyền BC

Vì tam giác ABC vuông tại A nên ta có: $h = bc/a$

*Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh huyền BC thì cạnh AB và AC vạch nên hai hình nón chung đáy có bán kính đáy bằng đường cao AH và tổng chiều cao hai hình nón bằng cạnh huyền BC

Thể tích của hai hình nón:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HB + \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HC \\
 &= \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{bc}{a}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi \cdot b^2 \cdot c^2}{3a} \\
 \text{suy ra: } \frac{1}{V_1^2} &= \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot b^2 \cdot c^2}{3a}\right)^2} = \frac{9a^2}{\pi^2 \cdot b^4 \cdot c^4} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AB thì ta thu được hình nón có chiều cao $AB = c$, bán kính đáy $AC = b$

$$\text{Thể tích hình nón: } V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot AC^2 \cdot AB = \frac{1}{3} \pi \cdot b^2 \cdot c$$

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot b^2 \cdot c}{3}\right)^2} = \frac{9}{\pi^2 \cdot b^4 \cdot c^2}$$

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AC thì ta thu được hình nón có chiều cao AC=b, bán kính đáy AB=c

Thể tích hình nón:

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot AB^2 \cdot AC = \frac{1}{3} \pi \cdot c^2 \cdot b$$

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot c^2 \cdot b}{3}\right)^2} = \frac{9}{\pi^2 \cdot c^4 \cdot b^2}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2} = \frac{9}{\pi^2 \cdot b^4 \cdot c^2} + \frac{9}{\pi^2 \cdot c^4 \cdot b^2} = \frac{9(b^2+c^2)}{\pi^2 \cdot b^4 \cdot c^4} \quad (2)$$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$\text{Hay } c^2 + b^2 = a^2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra: } \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2} = \frac{9a^2}{\pi^2 \cdot b^4 \cdot c^4} \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4) suy ra: } \frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$$

Bài 26 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hình bên (sbt) có một hình nón, chiều cao k(cm), bán kính đường tròn đáy là m(cm) và một hình trụ có cùng chiều cao và bán kính đường tròn đáy với hình nón. Chứa đầy cát vào hình nón rồi đổ hết vào hình trụ thì độ cao của cát trong hình trụ sẽ là:

A. $\frac{k}{4}$ (cm)

B. $\frac{k}{3}$ (cm)

C. $\frac{2k}{3}$ (cm)

D. $\frac{3k}{4}$ (cm)

Lời giải:

Thể tích của hình trụ là: $\pi m^2 k$

Thể tích của hình nón là: $\frac{1}{3} \pi m^2 k$

Vậy thể tích của hình nón bằng $\frac{1}{3}$ thể tích hình trụ. Do đó, khi chứa đầy cát vào hình nón rồi đổ hết sang hình trụ thì độ cao của cát trong hình trụ sẽ là $k/3$.