ÔN TẬP CHƯƠNG 3

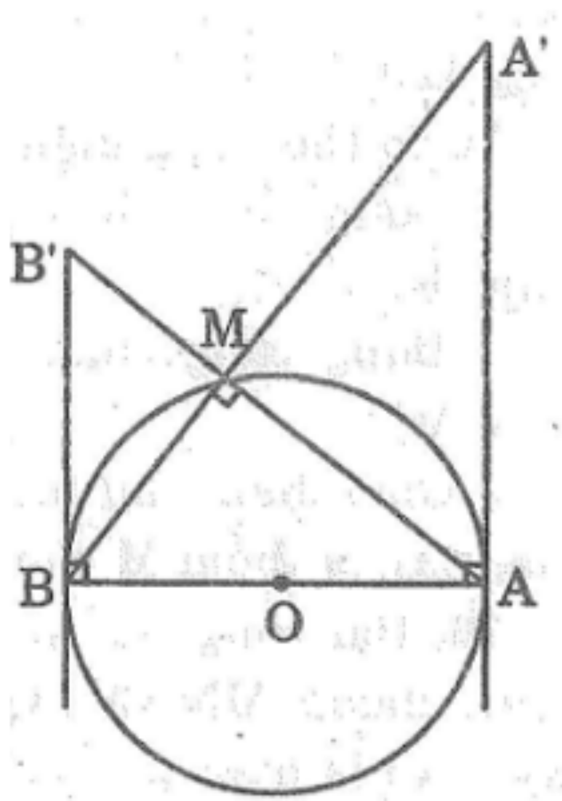
Bài 73 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn đường kính AB.Qua A và B kẻ hai tiếp tuyến của đường tròn đó.Gọi M là một điểm trên đường tròn .Các đường thẳng AM và BM cắt tiếp tuyến trên lần lượt tại B’ và A’

a.Chứng minh rằng : AA’.BB’ = AB^2

b. Chứng minh rằng : $A'A^2$= A’M.A’B

Lời giải:



a. Xét △AA’B và △BB’A ta có:

$\widehat{A'AB} = \widehat{B'BA} = 90°$

$\widehat{BB'A} = \widehat{ABA'}$ (cùng phụ với $\widehat{BAB'}$)

Suy ra: △AA’B đồng dạng △BAB'

Suy ra: $\dfrac{AA'}{BA} = \dfrac{AB}{BB'}$ => AA’.BB’ = AB^2

b. Ta có: $\widehat{AMB} = 90°$

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra: AM ⊥ A'B

tam giác AA’B vuông tại A

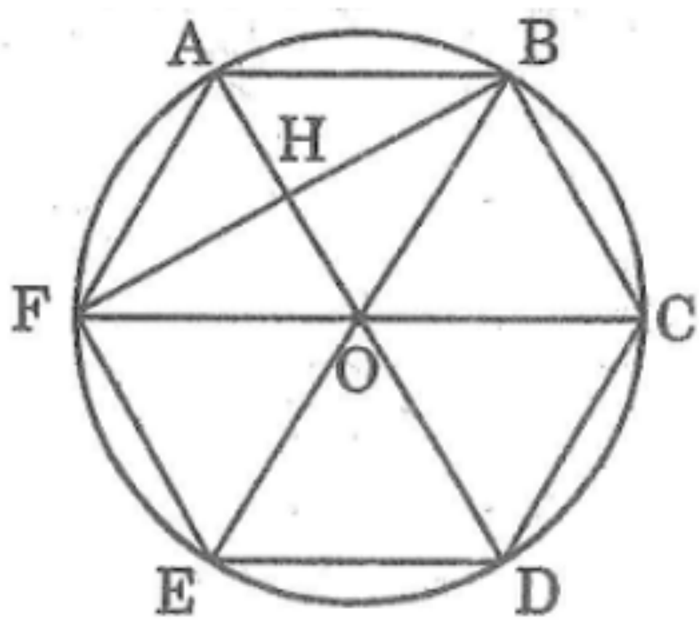
Theo hệ thức lượng giác trong tam giác vuông ta có;

$A'A^2 = A'M.A'B$.

Bài 74 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho lục giác đều ABCDEF.Chứng minh rằng đường chéo BF chia AD thành hai đoạn thẳng theo tỉ lệ 1 : 3

Lời giải:



Giả sử lục giác ABCDEF nội tiếp đường tròn (O) ta có:

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EF} = \overset{\frown}{FA} = 60°$

Suy ra : sđ$\overset{\frown}{ABCD}$ = sđ$\overset{\frown}{AB}$ + sđ$\overset{\frown}{BC}$ +sđ$\overset{\frown}{CD}$= 180°

Do vậy AD là đường kính của đường tròn (O)

Vì OA=OB=OF=AB=AF=R nên tứ giác ABOF là hình thoi

Gọi giao điểm của AD và BF là H

ta có: $AH = HO = \frac{AO}{2} = \frac{R}{2}$

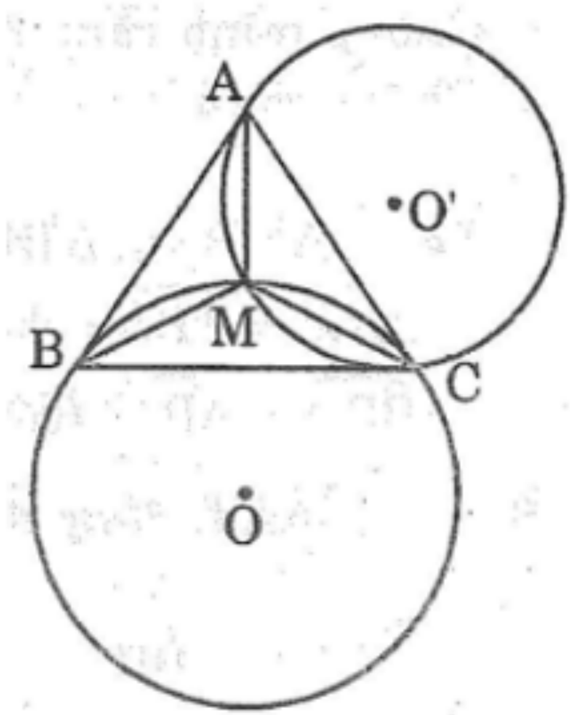
Mà $HD = HO + OD = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$

Suy ra: $\frac{AH}{HD} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}$

Bài 75 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn .Dựng điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA}$

Lời giải:



Vì M nằm trong tam giác ABC nên ta có:

$$\widehat{AMB} + \widehat{BMC} + \widehat{CMA} = 360^0$$

Khi đó điểm M nhìn các cạnh AB,BC,CA của tam giác ABC dưới một góc bằng 120°

Ta có thẻ dựng điểm M như sau:

Dựng cung chứa góc 120° vẽ trên đoạn BC

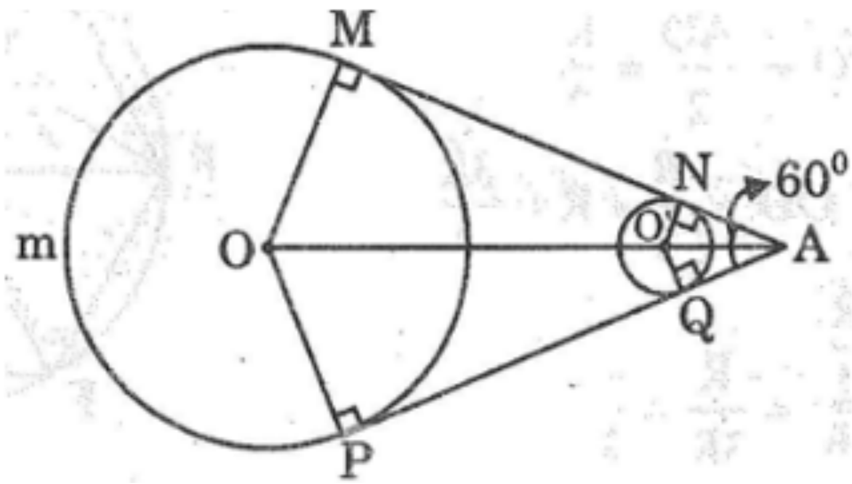
Dựng cung chứa góc 120° vẽ trên đoạn AC

Giao điểm thứ hai ngoài C của hai cung này là điểm M cần dựng.

Bài 76 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hai ròng rọc có tâm O,O’ và bán kính R=4a, R’=a.Hai tiếp tuyến chung MN và PQ cắt nhau tại A theo góc 60° .Tìm độ dài của dây cua-roa mắc qua hai ròng rọc

Lời giải:



Vì hai tiếp tuyến chung của đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại A nên O,O’ và A thẳng hàng

Ta có: $\widehat{OAM} = \widehat{OAP} = \frac{\widehat{MAP}}{2} = 30°$

Trong tam giác vuông OMA,ta có: $\widehat{OMA} = 90°$

Suy ra: MA= $OM.\cot\widehat{OAM} = 4a.\cot 30° = 4a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông O'NA ta có: $\widehat{O'NA} = 90°$

Suy ra: NA=O'N.cot $\widehat{O'NA}$ =a.cot 30°= $a\sqrt{3}$

Mà MN = MA – NA= $4a\sqrt{3} - a\sqrt{3} = 3a\sqrt{3}$

Trong tứ giác O'NAQ ta có: $\widehat{O'NA} = \widehat{O'QA} = 90°$; $\widehat{NAQ} = 60°$

Suy ra: $\widehat{NO'Q} = 120°$

Độ dài cung nhỏ NQ là $l_1 = \frac{\pi.a.120}{180} = \frac{\pi 2a}{3}$

Trong tứ giác OMAP ta có: $\widehat{OMA} = \widehat{OPA} = 90°$; $\widehat{MAP} = 60°$

Suy ra: $\widehat{MOP} = 120°$ => sđ $\overset{\frown}{MP}_{nhỏ} = 120°$

suy ra: sđ $\overset{\frown}{MmP} = 360° - 120° = 240°$

Độ dài cung lớn MmP là $l_2 = \frac{\pi.4a.240}{180} = \frac{\pi 16a}{3}$

Độ dài dây cua-roa mắc qua hai ròng rọc là:

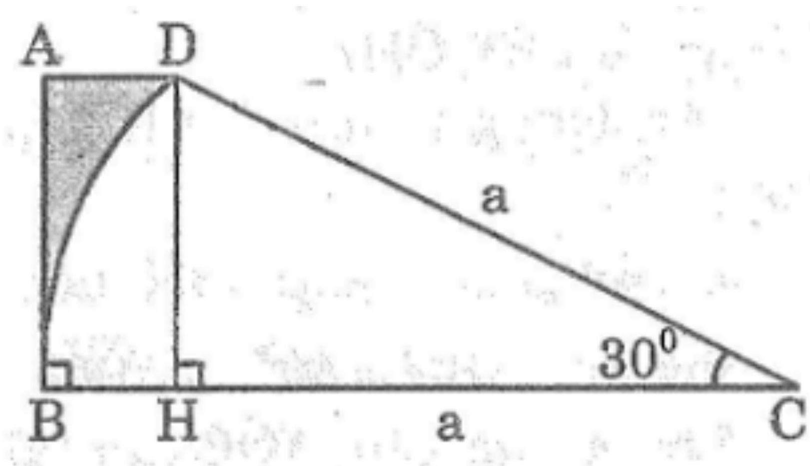
$l = MN + PQ + l_1 + l_2 = 2MN + l_1 + l_2$

$$=2.\ 3a\sqrt{3} + \frac{\pi 2a}{3} + \frac{\pi 16a}{3} = 6a\sqrt{3} + 6\pi a = 6a(\sqrt{3} + \pi)$$

Bài 77 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tính diện tích phần tô màu trên hình sau (theo kich thước đã cho trên hình)

Lời giải:



Diện tích phần tô màu trên hình bằng hiệu giữa diện tích hình thang ABCD và diện tích hình quạt tròn có góc ở tâm 30° của đường tròn tâm C bán kính bằng a

Từ D kẻ DH ⊥ BC

Trong tam giác vuông CHD,ta có: $\widehat{CHD} = 90°$

Suy ra: $DH = DC.\sin\widehat{DCH} = a.\sin 30° = \dfrac{a}{2}$

| $CH = DC.\cos\widehat{DCH} = a.\cos 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra: $BH = BC - HC = a - \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a(2-\sqrt{3})}{2}$

Mà BH = AD suy ra: $AD = \dfrac{a(2-\sqrt{3})}{2}$

Diện tích hình thang ABCD là :

$$S_1 = \frac{AD + BC}{2}.DH = \frac{\frac{a(2-\sqrt{3})}{2}+a}{2}.\ \frac{a}{2} = \frac{a^2(4-\sqrt{3})}{8}$$

Diện tích hình quạt tròn là :

$$S_2 = \frac{\pi.a^2.30}{360} = \frac{\pi.a^2}{12}$$

Diện tích phần tô màu là: $S = S_1 - S_2$

$$= \frac{a^2(4-\sqrt{3})}{8} - \frac{\pi.a^2}{12} = \frac{3a^2(4-\sqrt{3})-2\pi a^2}{24} = \frac{a^2}{24}(12 - 3\sqrt{3} - 2\pi)$$

Bài 78 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

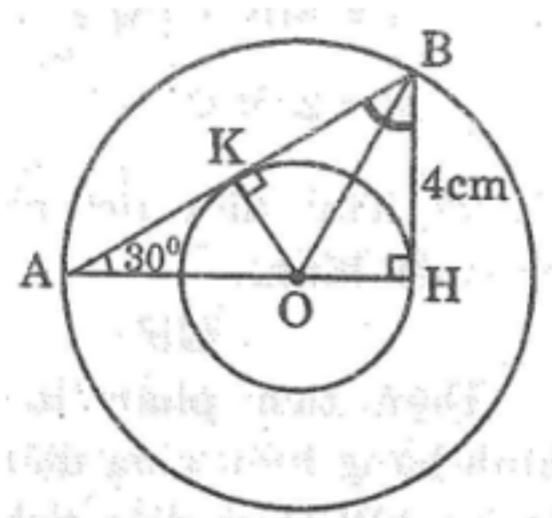
Cho tam giác AHB có góc H = 90° ,góc A = 30° và BH =4cm.Tia phân giác góc B cắt AH tại O

Vẽ đường tròn (O;OH) và đường tròn (O;OA)

a. Chứng minh đường tròn (O;OH) tiếp xúc với cạnh AB

b. Tính diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn trên

Lời giải:



Kẻ OK ⊥ AB (1)

Theo giả thiết ,OB là đường phân giác của góc B nên ta có:

OK = OH (tính chất đường phân giác) (2)

Từ (1) và (2) suy ra (O;OH) tiếp xúc với AB tại K b.Trong tam giác ABH,ta có: $\widehat{AHB} = 90°$, $\widehat{HAB} = 30°$

Suy ra: $\widehat{ABH} = 60° \Rightarrow \widehat{ABO} = 30°$

Suy ra: tam giác AOB cân tại O hay OA = OB

Do vậy B thuộc đường tròn (O;OA)

Trong tam giác OBH,ta có: $\widehat{BHO} = 90°$;$\widehat{OBH} = 30°$

Suy ra: $OH = BH.\tan\widehat{OBH} = 4.\tan 30° = 4.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

$$OB = \frac{BH}{\cos\widehat{OBH}} = \frac{4}{\cos 30°} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Diện tích đường tròn nhỏ là $S_1 = \pi\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{16\pi}{3}$ (cm^2)

Diện tích đường tròn lớn là $S_2 = \pi\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{64\pi}{3}$ (cm^2)

Diện tích hình vành khăn là :

$$S = S_2 - S_1 = \frac{64\pi}{3} - \frac{16\pi}{3} = \frac{48\pi}{3} = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

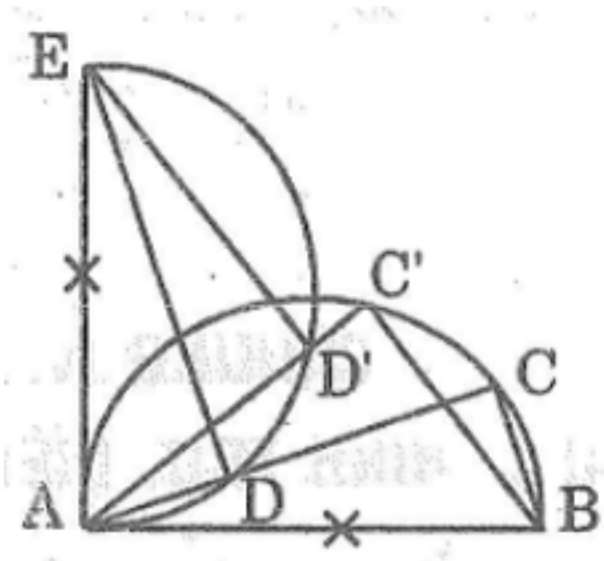
Bài 79 trang 114 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho nửa đường tròn đường kính AB.Gọi C là điểm chạy trên nửa đường tròn đó.Trên AC lấy điểm D sao cho AD= BC.Qua A kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn rồi lấy AE =AB (E và C cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB)

a.Tính quỹ tích điểm D

b.Tính diện tích phần chung của hai nửa hình tròn đường kính AB và AE

Lời giải:



*Chứng minh thuận:

Nối DE

xét ΔABC và ΔAED ta có:

AB = AE (gt)

AD = BC (gt)

$$\widehat{EAD} = \widehat{ABC}$$

(hệ quả góc giưa tiếp tuyến và dây cung)

Suy ra: $\triangle ABC = \triangle AED$ (c.g.c)

Suy ra: $\widehat{EDA} = \widehat{ACB}$

Mà $\widehat{ACB} = 90° \Rightarrow \widehat{EDA} = 90°$

Điểm C chuyển động trên nửa đường tròn đường kính AB thì điểm D luôn nhìn đoạn AE cố định dưới một góc bằng 90° nên điểm D nằm trên nửa đường tròn đường kính AE nằm trong nửa mặt phẳng bờ AE chứa nửa đường tròn đường kính AB

Chứng minh đảo:

Trên nửa đường tròn đường kính AE lấy điểm D' bất kì ,đường thẳng AD' cắt nửa đường tròn đường kính AB tại C'.Nối ED' ,BC'

Xét ΔAD'E và ΔBC'A ta có:

AB = AE (gt)

$\widehat{ED'A} = \widehat{AC'B}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{EAD'} = \widehat{ABC'}$ (cùng phụ $\widehat{C'AB}$)

Suy ra: ΔAD'E = ΔBC'A ⇒ AD' = BC'

Vậy khi điểm C chạy trên nửa đường tròn đường kính AB thì quỹ tích điểm D là nửa đường tròn đường kính AE

Gọi O và O' lần lượt là tâm hai đường tròn đường kính AB và AE ,M là giao điểm thứ hai của hai đường tròn

Vì AB = AE nên ta có : OA = OM = O'A = O'M

góc (BAE) =90°

Suy ra tứ giác AOMO' là hình vuông

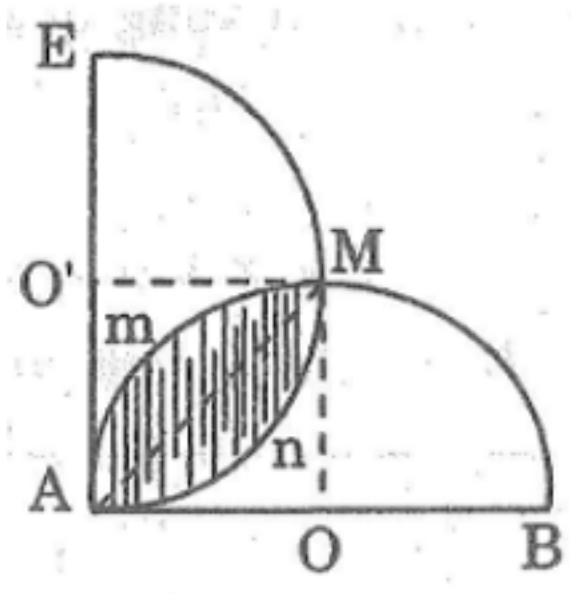
Diện tích phần chung của hai nửa đường tròn bằng diện tích hai quạt tròn có chung AmM trừ đi diện tích hình vuông

Diện tích hình quạt tròn AOM: $\dfrac{\pi(\frac{AB}{2})^2.90}{360} = \dfrac{\pi.AB^2}{16}$

Diện tích hình vuông AOMO' : $\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = \dfrac{AB^2}{4}$

Diện tích phần chung của hai nửa đường tròn :

$$2.\frac{\pi.AB^2}{16} - \frac{AB^2}{4} = \frac{\pi.AB^2}{8} - \frac{2AB^2}{8} = \frac{AB^2}{8}(\pi - 2)\text{ (đvdt)}$$


E
M
O'
m
n
A
O
B