

BÀI 10: DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN - HÌNH QUẠT TRÒN

Bài 63 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

a. Điền vào ô trống trong bảng sau (S là diện tích hình tròn có bán kính R)

R	0	1	2	3	4	5	10	20
S								

b. Vẽ đồ thị biểu diễn diện tích hình tròn theo bán kính của nó

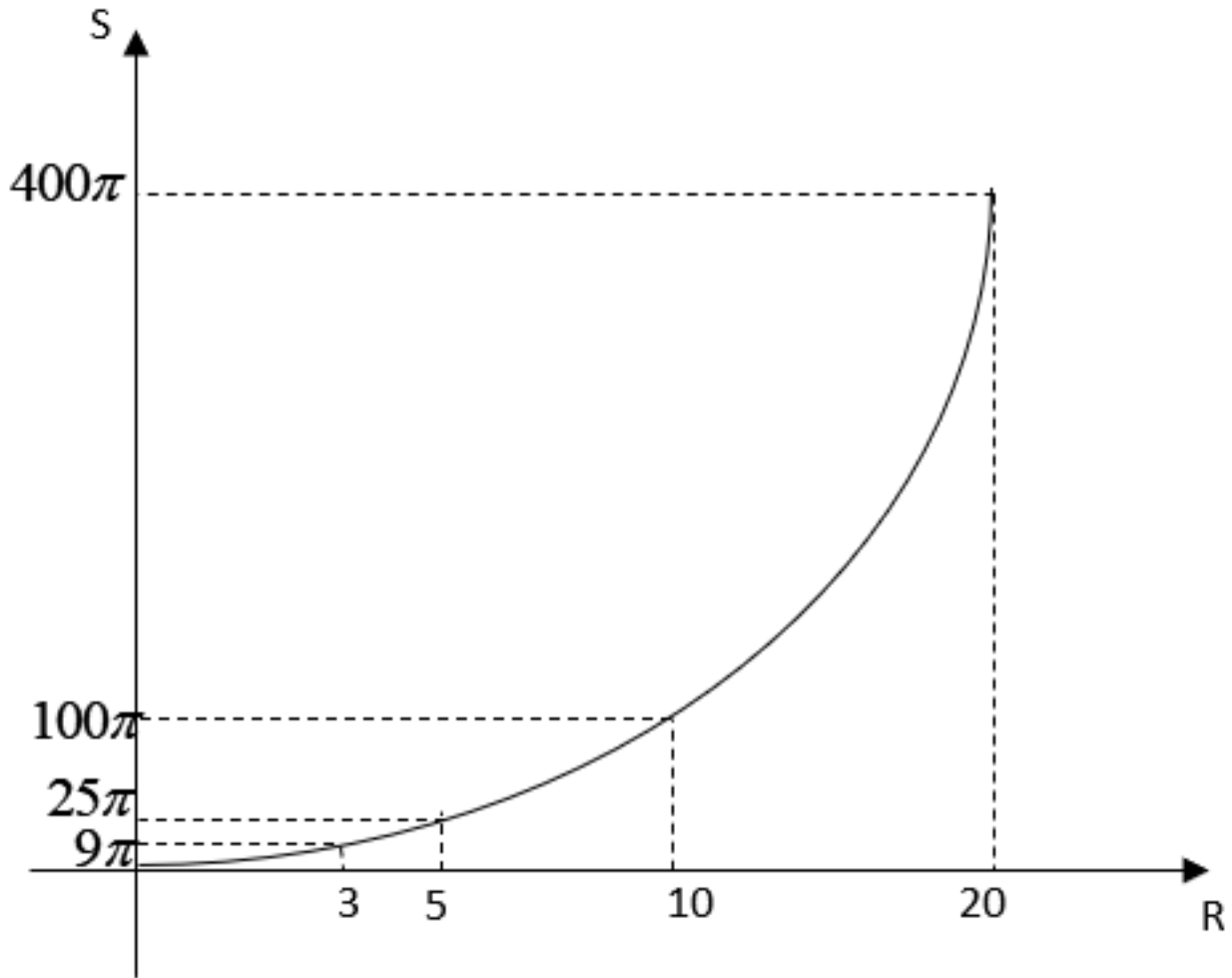
c. Diện tích hình tròn có tỉ lệ thuận với bán kính không ?

Lời giải:

a.

R	0	1	2	3	4	5	10	20
S	0	π	4π	9π	16π	25π	100π	400π

b.



c. Diện tích hình tròn không tỉ lệ thuận với bán kính.

Bài 64 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Điền vào ô trống trong bảng sau (S là diện tích hình quạt n°)

Cung n°	0	45	90	180	360
S					

b. Vẽ đồ thị diện tích hình quạt theo n°

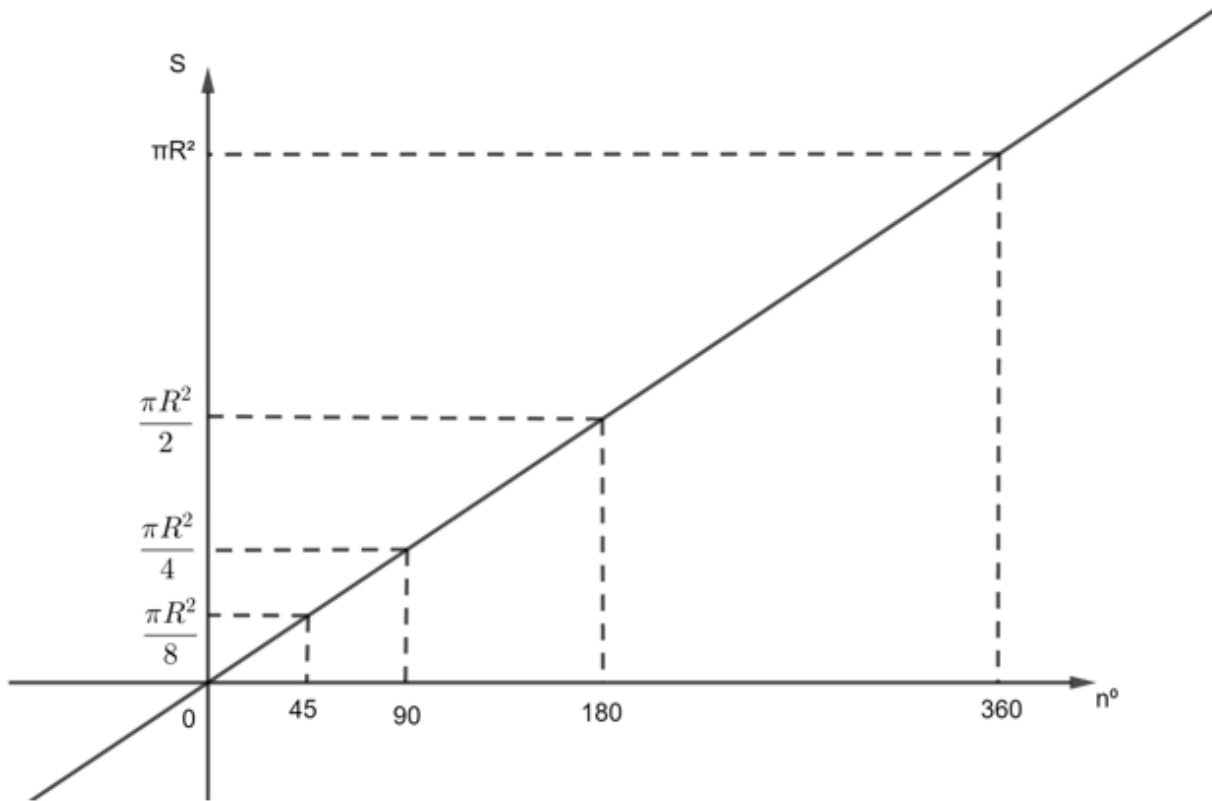
c. Diện tích hình quạt có tỉ lệ thuận với số đo độ của cung không ?

Lời giải:

a.

Cung n°	0	45	90	180	360
S	0	$(\pi R^2)/8$	$(\pi R^2)/4$	$(\pi R^2)/2$	πR^2

b.



Diện tích hình quạt tỉ lệ thuận với số đo độ của cung.

Bài 65 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tính diện tích hình tròn biết chu vi của nó là C

Lời giải:

Gọi R và S lần lượt là bán kính và diện tích của hình tròn

Ta có:

$$C = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{C}{2\pi}$$

$$\text{Vậy } S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{C}{2\pi}\right)^2 = \pi \cdot \frac{C^2}{4\pi^2} = \frac{C^2}{4\pi}$$

Bài 66 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

So sánh diện tích phần tô màu và phần để trắng trong hình sau:

Lời giải:

Phần tô màu là nửa hình tròn có đường kính 4cm nên bán kính bằng 2cm

Diện tích phần tô màu :

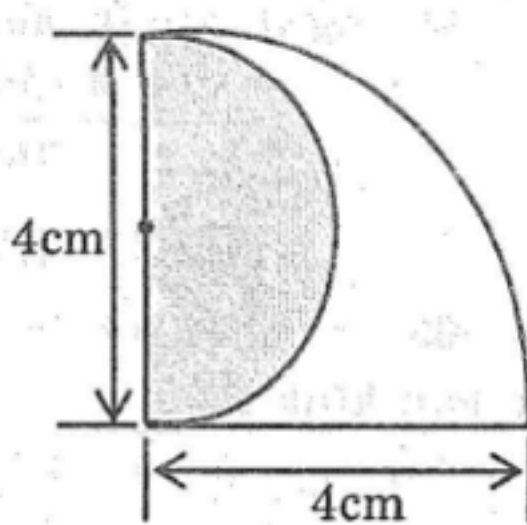
$$S_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2 = 2 \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích cả hai hình là 1/4 hình tròn có bán kính 4cm

$$S = \frac{1}{4} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2 = 4 \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích phần để trắng : $S_2 = S - S_1 = 4 \pi - 2 \pi = 2 \pi \text{ (cm}^2\text{)}$

vậy diện tích hai phần bằng nhau



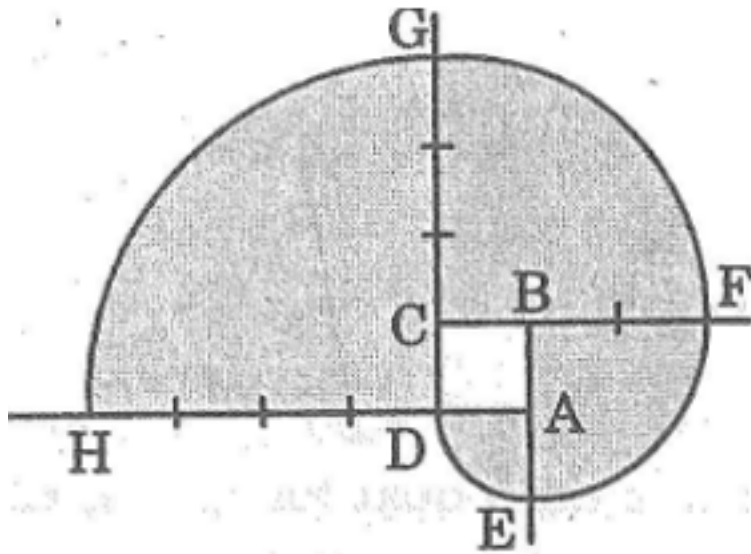
Bài 67 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

- Vẽ đường xoắn (hình sau) xuất phát từ một hình vuông cạnh 1cm. Nêu cách vẽ
- Tính diện tích phần tô màu

Lời giải:

a. Cách vẽ:

- Vẽ 1/4 đường tròn tâm A bán kính 1cm ta được cung DE
- Vẽ 1/4 đường tròn tâm B bán kính 2cm ta được cung EF
- Vẽ 1/4 đường tròn tâm C bán kính 3cm ta được cung FG
- Vẽ 1/4 đường tròn tâm D bán kính 4cm ta được cung GH



b. Ta có:

Diện tích hình quạt ADE:

$$S_1 = \frac{1}{4} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2$$

Diện tích hình quạt BEF:

$$S_2 = \frac{1}{4} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 2^2$$

Diện tích hình quạt CFG:

$$S_3 = \frac{1}{4} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 3^2$$

Diện tích hình quạt DGH:

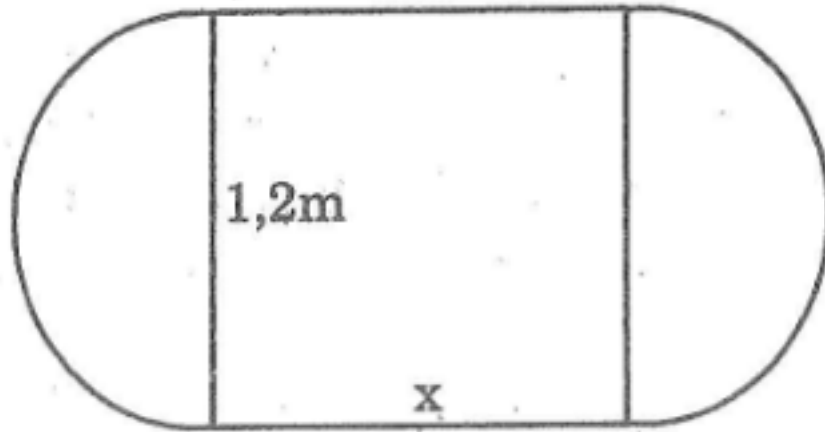
$$S_4 = \frac{1}{4} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2$$

Diện tích phần tô màu:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \\ &= \frac{1}{4} \pi (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = \frac{15}{2} \pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Bài 68 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một chiếc bàn hình tròn được ghép bởi hai nửa hình tròn đường kính 1,2 m. Người ta muốn nói rộng mặt bàn bằng cách ghép thêm (vào giữa) một mặt hình chữ nhật có một kích thước là 1,2 m (hình dưới)



a. Kích thước kia của hình chữ nhật phải là bao nhiêu nếu diện tích mặt bàn tăng gấp đôi sau khi nói?

b. Chu vi mặt bàn sau khi nói rộng là : $\pi \cdot 1,2 + 2x$ (m)

Lời giải:

a. Gọi x (m) là kích thước còn lại của hình chữ nhật

Điều kiện : $x > 0$

Ta có: $1,2x + \pi(0,6)^2 = 2\pi(0,6)^2$

$\Leftrightarrow 1,2x = 2\pi(0,6)^2 - \pi(0,6)^2 = \pi 0,36$

$\Leftrightarrow x = \frac{0,36\pi}{1,2} = 0,3\pi \approx 0,942 \text{ (m)}$

Vậy kích thước còn lại của hình chữ nhật phải là 0,942m

b. Chu vi mặt bàn sau khi nói rộng là : $\pi \cdot 1,2 + 2x$ (m)

Theo đề bài, chu vi của bàn tăng gấp đôi sau khi nói rộng. Ta có:

$1,2\pi + 2 \cdot x = 2 \cdot 1,2\pi$

$\Leftrightarrow 2x = 2,4\pi - 1,2\pi = 1,2\pi$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1,2\pi}{2} = 0,6\pi \approx 1,884 \text{ (m)}$$

\Leftrightarrow

Vậy kích thước còn lại của hình chữ nhật phải là 1,884m.

Bài 69 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn (O;R) chia đường tròn này thành ba cung có số đo tỉ lệ với 3,4,5. Tính diện tích các hình quạt tròn được tạo thành

Lời giải:

Gọi x,y,z lần lượt là số đo độ của ba cung

ta có: $x + y + z = 360^\circ$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Theo đề bài ta có:

suy ra: $x = 3.30^\circ = 90^\circ$; $y = 4.30^\circ = 120^\circ$; $z = 5.30^\circ = 150^\circ$

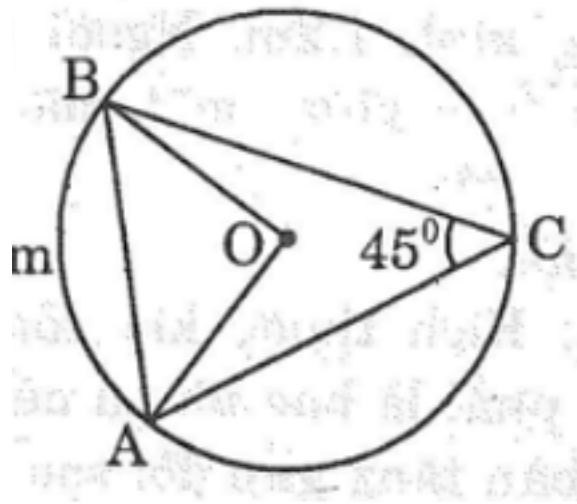
Diện tích hình quạt tương ứng với các cung $90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ là :

$$S_1 = \frac{\pi.R^2.90}{360} = \frac{\pi.R^2}{4} ; S_2 = \frac{\pi.R^2.120}{360} = \frac{\pi.R^2}{3} ; S_3 = \frac{\pi.R^2.150}{360} = \frac{5\pi.R^2}{12}$$

Bài 70 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O;R) có góc C = 45°

- Tính diện tích hình quạt tròn AOB (ứng với cung nhỏ AB)
- Tính diện tích hình viên phân AmB (ứng với cung nhỏ AB)



Lời giải:

a. ta có: $\widehat{C} = 45^\circ$

suy ra: $sđ\widehat{AmB} = 90^\circ$

Diện tích hình quạt AOB là

$$S = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi \cdot R^2}{4} \text{ (đvdt)}$$

c. Ta có: $\widehat{AOB} = sđ\widehat{AmB} = 90^\circ$

Suy ra: $OA \perp OB$

Diện tích tam giác AOB là $S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{R^2}{2}$

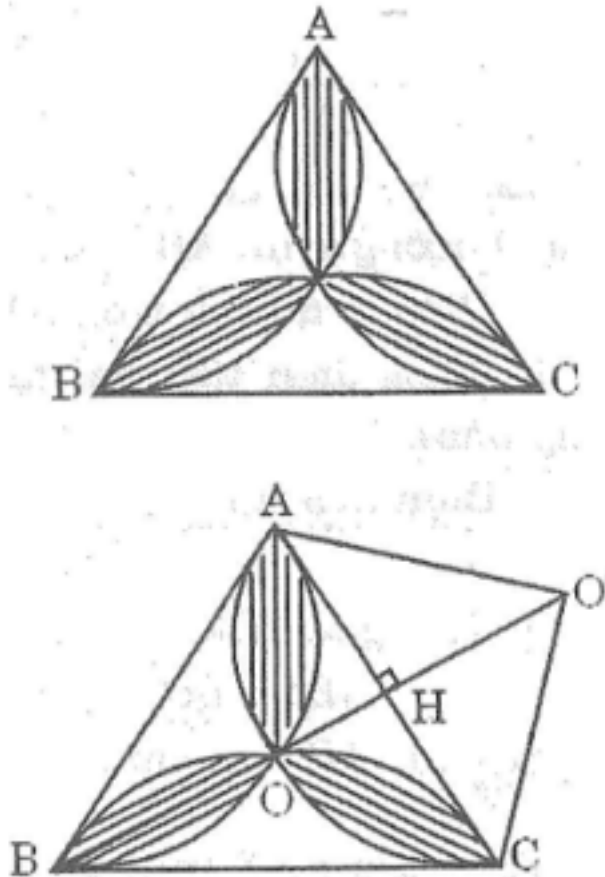
Diện tích hình viên phân AmB là

$$S_{\text{quạtAOB}} - S_{\triangle AOB} = \frac{\pi \cdot R^2}{4} - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2(\pi - 2)}{4} \text{ (đvdt)}$$

Bài 71 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Trong tam giác đều ABC , vẽ những cung tròn đi qua tâm của tam giác và từng cặp đỉnh của nó. Cho biết cạnh tam giác bằng a , tính diện tích hình hoa thị gạch sọc

Lời giải:



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

Ta có: $OA = OB = OC$

Vì ABC là tam giác đều nên AO, BO, CO là tia phân giác của góc A, B, C trong $\triangle OAC$ ta có:

$$\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\widehat{AOC} = 180^\circ - (\widehat{OCA} + \widehat{OAC}) = 120^\circ$$

Suy ra: $sđ\widehat{AOC} = 120^\circ$

AC là cạnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn (O';R).

Trong $\triangle O'HA$ ta có:

$$\widehat{O'HA} = 90^\circ$$

$$\widehat{AO'H} = 60^\circ$$

$$AH = R \cdot \sin \widehat{AO'H} = R \cdot \sin 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Ta có: $AC = 2AH = R \cdot \sqrt{3}$

$$\text{Suy ra: } R = \frac{AC}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ta có: } S_{\text{quạt}} = \frac{\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi a^2}{3} = \frac{\pi a^2}{9} \text{ (đvdt)}$$

$$\text{lại có: } O'H = R \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Suy ra, } S_{\Delta O'CA} = \frac{1}{2} O'H.AC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{6}.a = \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Ta có: } S_{\text{viên phần}} = S_{\text{quạt}} - S_{O'AC} = \frac{\pi a^2}{9} - \frac{a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{4\pi a^2 - 3a^2\sqrt{3}}{36} \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Diện tích tam giác đều cạnh } a \text{ là : } S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ (đvdt)}$$

Diện tích hình hoa thị bằng tổng diện tích ba hình viên phân trừ diện tích tam giác đều ABC. Ta có:

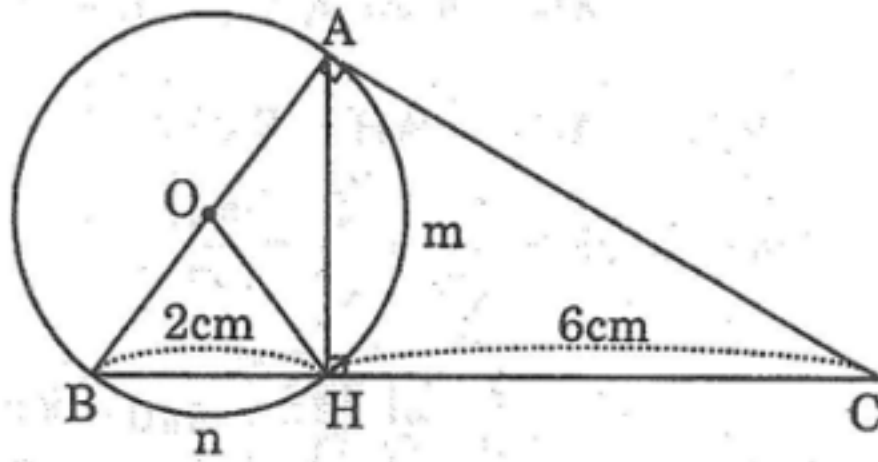
$$\begin{aligned} S_{\text{hoathị}} &= 3 S_{\text{viên phần}} - S_{\Delta ABC} = 3 \cdot \frac{4\pi a^2 - 3a^2\sqrt{3}}{36} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{4\pi a^2 - 3a^2\sqrt{3}}{12} - \frac{3a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{4\pi a^2 - 6a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^2}{6} (2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ (đvdt)} \end{aligned}$$

Bài 72 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC vuông ở A và đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB. Biết BH = 2cm và HC = 6cm. Tính:

- Diện tích hình tròn (O)
- Tổng diện tích hai hình viên phân AmH và BnH (ứng với các cung nhỏ)
- diện tích hình quạt tròn AOH (ứng với các cung nhỏ AH)

Lời giải:



a) Trong tam giác ABC vuông tại A nên ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC = 2 \cdot (2+6) = 2 \cdot 8 = 16$$

suy ra $AB = 4\text{cm}$

Diện tích hình tròn tâm (O) là :

$$S = \pi \cdot (AB/2)^2 = \pi \cdot (4/2)^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Trong tam giác vuông ABC có:

$$AH^2 = HB \cdot HC = 2 \cdot 6 = 12$$

Suy ra: $AH = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

Diện tích tam giác AHB:

$$\begin{aligned} S_{\triangle AHB} &= \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BH \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Tổng diện tích hai hình viên phân AmH và BnH bằng diện tích nửa hình tròn tâm O đường kính AB trừ diện tích tam giác AHB có:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi - 2 \cdot \sqrt{3} = 2(\pi - \sqrt{3}) \text{ (cm}^2\text{)}$$

c) Ta có $AB=4\text{cm} \Rightarrow OB=2\text{cm}$

Tam giác OBH có $OB = OH = HB = 2\text{cm}$ nên tam giác OBH đều

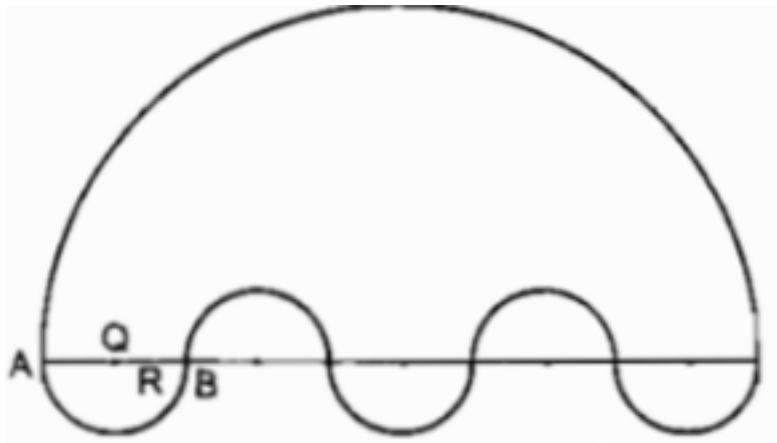
$$\text{Suy ra: } \widehat{OBH} = 60^\circ \Rightarrow \text{sđAmH} = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } S_{\text{quạt AOH}} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 120}{360} = \frac{4\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài tập bổ sung (trang 113)

Bài 1 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tính diện tích của hình được giới hạn bởi các đường cong, biết $OA = OB = R > 0$ (h.bs.7).



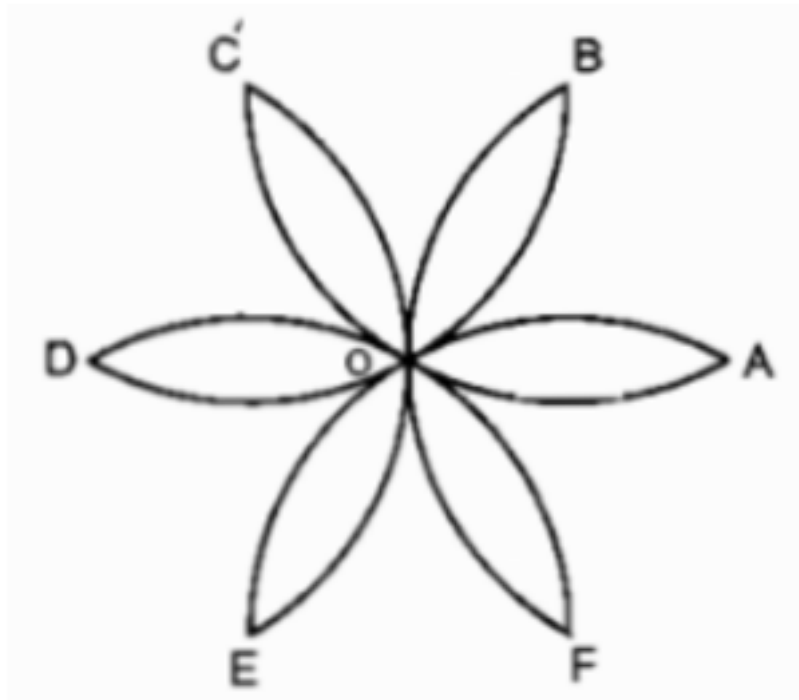
Lời giải:

Hình đó gồm nửa hình tròn bán kính $5R$, 3 nửa hình tròn bán kính R và bớt đi 2 nửa hình tròn bán kính R .

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\pi(5R)^2}{2} + 3 \cdot \frac{\pi R^2}{2} - 2 \cdot \frac{\pi R^2}{2} \\
 &= \frac{25R^2\pi}{2} + \frac{\pi R^2}{2} \\
 &= \frac{26\pi R^2}{2} = 13\pi R^2 \text{ (đơn vị diện tích)}
 \end{aligned}$$

Bài 2 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tính diện tích của hình cánh hoa, biết $OA = R$ (h.bs.8).



Lời giải:

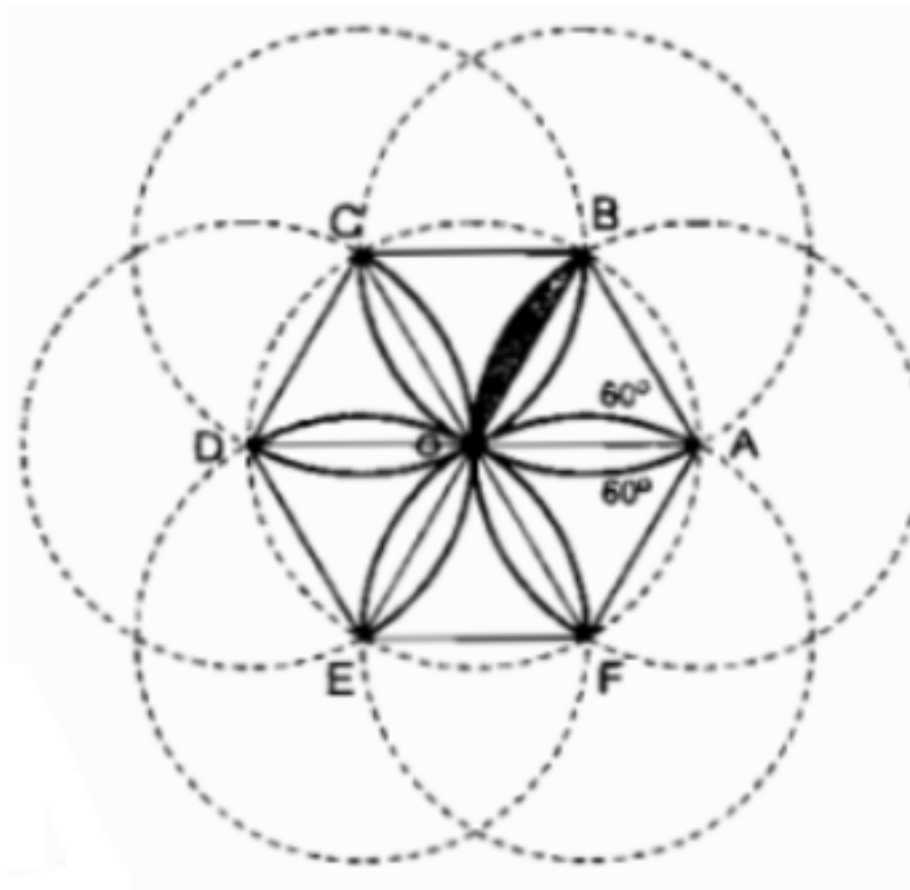
Ta có 12 hình viên phân có diện tích bằng nhau tạo nên cánh hoa đó.

Xét hình viên phân giới hạn bởi cung BO và dây căng cung đó thì cung BO là cung của đường tròn tâm A bán kính R.

$$OA = AB = OB = R$$

$$\Rightarrow \Delta AOB \text{ đều} \Rightarrow \widehat{OAB} = 60^0$$

$$S_{\text{quạt } OAB} = \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} = \frac{\pi R^2}{6}$$



Kẻ $AI \perp BO$. Trong tam giác vuông AIO ta có:

$$AI = AO \cdot \sin \widehat{AOI} = R \cdot \sin 60^0 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} AI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot R = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

Diện tích 1 hình viên phân là:

$$S_1 = S_{\text{quạt } OAB} - S_{AOB}$$
$$= \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2\pi R^2 - 3R^2 \sqrt{3}}{12}$$

Diện tích của hình cánh hoa:

$$S = 12 \cdot S_1 = 12 \cdot \frac{2\pi R^2 - 3R^2 \sqrt{3}}{12} = R^2 (2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ (đơn vị diện tích)}$$