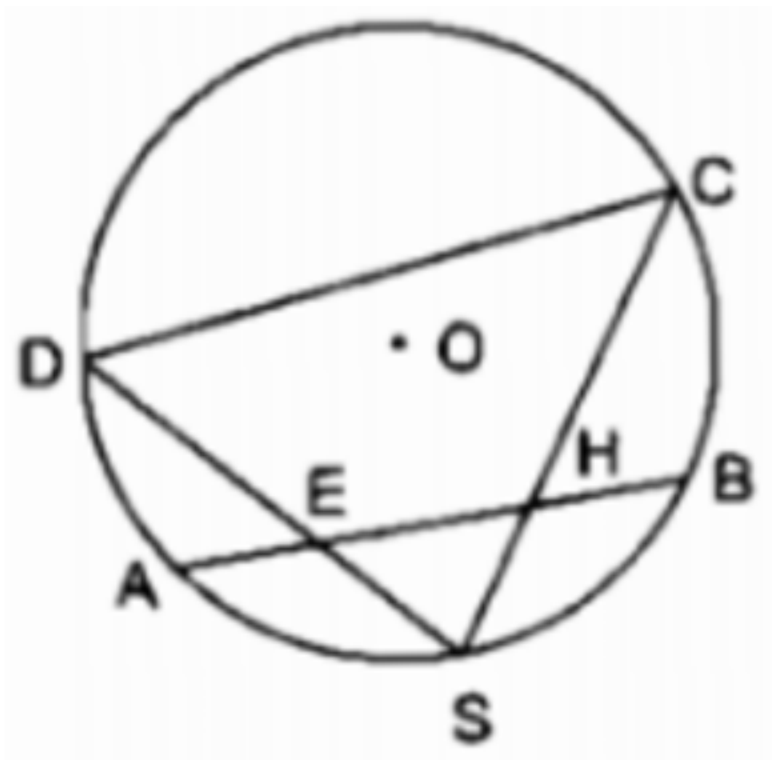
BÀI 7: TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Bài 39 trang 106 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Trên đường tâm O có một cung AB và S là điểm chính giữa của cung đó.Trên dây AB lấy hai điểm E và H.Các đường thẳng SH và SE cắt đường tròn theo thứ tự tại C và D.Chứng minh EHCD là một tứ giác nội tiếp

Lời giải:



Ta có: $\overset{\frown}{SA} = \overset{\frown}{SB}$ (gt) (1)

Và $\widehat{DEB} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{DCB} + sđ\overset{\frown}{AS}}{2}$ (2)

(góc có đỉnh ở bên trong đường tròn)

$\widehat{DCS} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{DAS}}{2}$ (góc nội tiếp)

Hay $\widehat{DCS} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{DA} + sđ\overset{\frown}{SA}}{2}$ (3)

Từ (1) ,(2) và (3) suy ra:

$\widehat{DEB} + \widehat{DCS} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{DCB} + sđ\overset{\frown}{AS} + sđ\overset{\frown}{DA} + sđ\overset{\frown}{SA}}{2}$ (4)

Từ (1) và (4) suy ra:

$\widehat{DEB} + \widehat{DCS} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{DCB} + sđ\overset{\frown}{BS} + sđ\overset{\frown}{DA} + sđ\overset{\frown}{SA}}{2} = \dfrac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

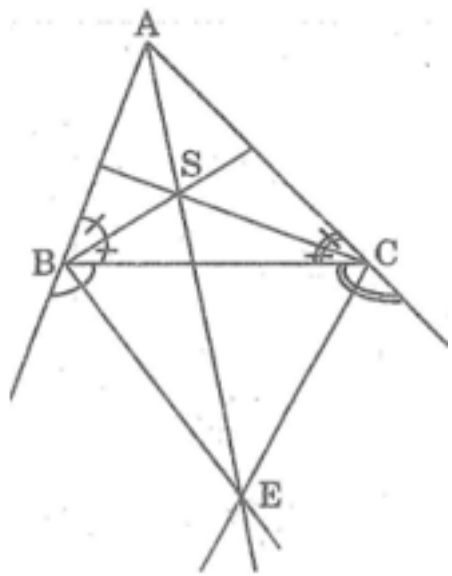
Hay $\widehat{DEH} + \widehat{DCH} = 180^\circ$

Vậy EHCD là một tứ giác nội tiếp

Bài 40 trang 106 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC.Các đường phân giác trong của góc B và góc C cắt nhau tại S,các đường phân giác ngoài của góc B và góc C cắt nhau tại E.Chứng minh BSCE là một tứ giác nội tiếp

Lời giải:



Ta có: BS ⊥ BE (tính chất đường phân giác của hai góc kề bù)

Suy ra góc SBE = 90^o

Và CS ⊥ CE (tính chất đường phân giác của hai góc kề bù)

Suy ra góc SCE = 90^o

Xét tứ giác BSCE ta có:

góc SBE + góc SCE = 180^o

Vậy tứ giác BSCE nội tiếp đường tròn.

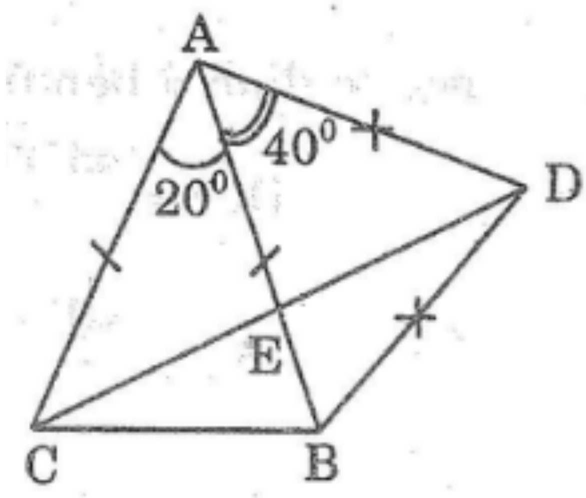
Bài 41 trang 106 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC có đáy BC và góc A = 20°.Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm D sao cho DA = DB và góc (DAB) =40°.Gọi E là giao điểm của AB và CD

a.Chứng minh ACBD là một tứ giác nội tiếp

b.Tính góc (AED)

Lời giải:


A
D
20^0
40^0
E
C
B

Ta có: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

Suy ra: $\widehat{ACB} = \dfrac{180° - \widehat{A}}{2} = \dfrac{180° - 20°}{2} = 80°$

Và $\widehat{DAB} = \widehat{DBA}$ ($\triangle DAB$ cân tại D)

Mà $\widehat{DAB} = 40°$ (gt)

Suy ra: $\widehat{DBA} = 40°$

Trong $\triangle DAB$ ta có:

$$\widehat{ADB} = 180° - (\widehat{ABD} + \widehat{BAD})$$
$$= 180° - (40° + 40°) = 100°$$

a)Trong tứ giác ACBD ta có: $\widehat{ACB} + \widehat{ADB} = 80° + 100° = 180°$

Vậy tứ giác ACBD nội tiếp trong đường tròn

Vì tứ giác ACBD nội tiếp nên suy ra:

$$\widehat{BAC} = \frac{sđ\overset{\frown}{BC}}{2} \text{ (tính chất góc nội tiếp)}$$

Suy ra : $sđ\overset{\frown}{BC} = 2.\widehat{BAC} = 2.20° = 40°$

$$\widehat{DBA} = \frac{sđ\overset{\frown}{AD}}{2} \text{ (tính chất góc nội tiếp)}$$

Suy ra : $sđ\overset{\frown}{AD} = 2.\widehat{DBA} = 2.40° = 80°$

Vì $\widehat{AED}$ là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác ACBD nên ta có:

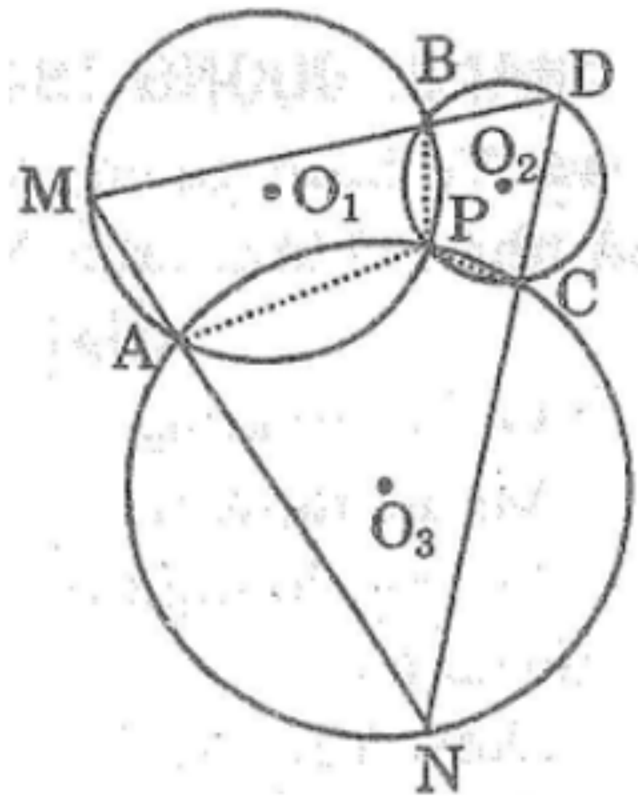
$$\widehat{AED} = \frac{sđ\overset{\frown}{AD} + sđ\overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{40° + 80°}{2} = 60°$$

Bài 42 trang 107 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho ba đường tròn cùng đi qua một điểm P.Gọi các giao điểm khác P của hai trong ba đường tròn đó là A,B,C.Từ một điểm D (khác điểm P) trên đường tròn (PBC) kẻ các tia

DB,DC cắt các đường tròn (PAB) ,(PAC) lần lượt tại M,N.Chứng minh ba điểm M,A,N thẳng hàng

Lời giải:



Gọi O1 , O2 ,O3 lần lượt là tâm của ba đường tròn

Ta có: (O_1) cắt (O_2) tại A, (O_2) cắt (O_3) tại C , (O_3) cắt (O_1) tại B

Suy ra: D là điểm nằm trên (O_3)

DB cắt (O_1) tại M, DC cắt (O_2) tại N

Nối MA, NA, PA, PB, PC ta có các tứ giác nội tiếp AMBP, BDCP và APCN

*Tứ giác APBM nội tiếp trong đường tròn (O_1) nên ta có:

$\widehat{MAP} + \widehat{MBP} = 180°$ (tính chất tứ giác nội tiếp)

Mà $\widehat{PBD} + \widehat{MBP} = 180°$ (hai góc kề bù)

Suy ra: $\widehat{MAP} = \widehat{PBD}$ (1)

*tứ giác APCN nội tiếp trong đường tròn (O_3) nên ta có:

$\widehat{NAP} + \widehat{NCP} = 180°$ (tính chất tứ giác nội tiếp)

Mà $\widehat{PCD} + \widehat{NCP} = 180°$ (hai góc kề bù)

Suy ra: $\widehat{NAP} = \widehat{PCD}$ (2)

*tứ giác PBDC nội tiếp trong đường tròn (O_2) nên ta có:

$\widehat{PBD} + \widehat{PCD} = 180°$ (tính chất tứ giác nội tiếp) (3)

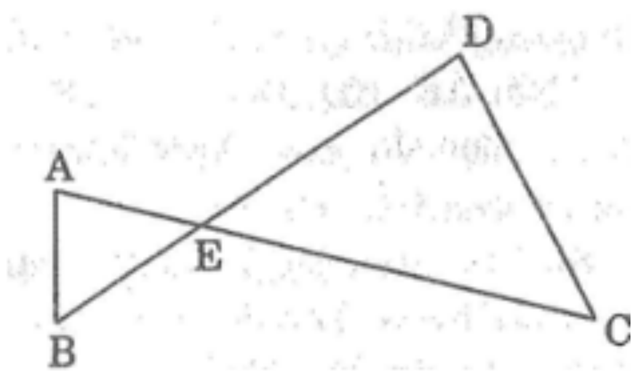
Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\widehat{MAP} + \widehat{NAP} = 180°$

Vậy ba điểm M, A, N thẳng hàng

Bài 43 trang 107 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đoạn thẳng AC và BD cắt nhau tại E

Biết AE.EC=BE.ED .Chứng minh bốn điểm A,B,C,D cùng nằm trên một đường tròn



Lời giải:

Ta có: AE.EC=BE.ED (gt)

Suy ra : AE/ED = BE/EC

Xét ΔABE và ΔDCE ta có:

AE/ED = BE/EC

$\widehat{AEB} = \widehat{CED}$ (đối đỉnh)

Suy ra: $\triangle AEB$ đồng dạng $\triangle DEC$

Suy ra: $\widehat{BAE} = \widehat{CDE}$ hay $\widehat{BAC} = \widehat{CDB}$

Vì A và D nhìn đoạn BC cố định dưới một góc bằng nhau nên A và D nằm trên một cung chứa góc vẽ trên BC hay bốn điểm A ,B ,C ,D cùng nằm trên một đường tròn.

Bài tập bổ sung (trang 107)

Bài 1 trang 107 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ các đường cao AI, BK, CL của tam giác ấy.

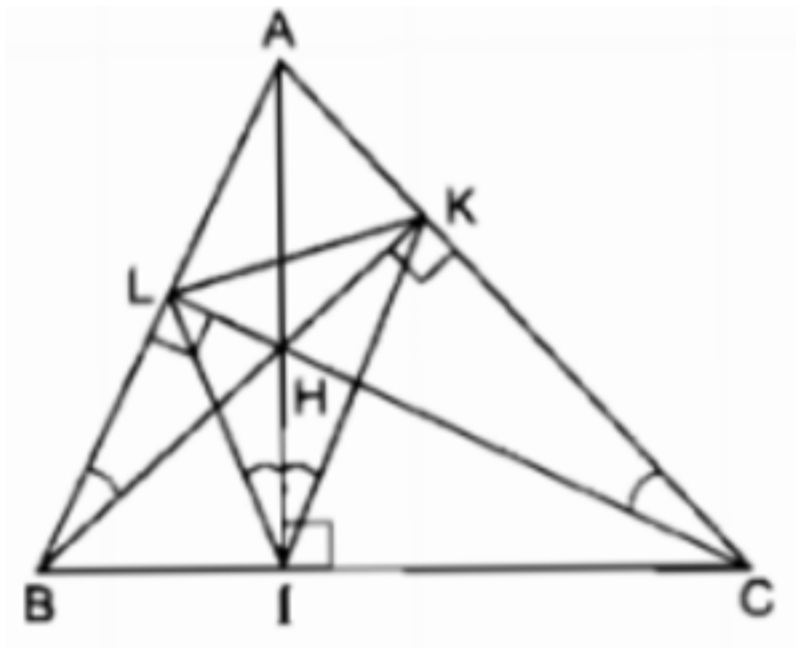
Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ.

a) Chỉ ra các tứ giác nội tiếp có đỉnh lấy trong số các điểm A, B, C, H, I, K, L

b) Chứng minh $\widehat{LBH}, \widehat{LIH}, \widehat{KIH}$ và $\widehat{KCH}$ là 4 góc bằng nhau.

c) Chứng minh KB là tia phân giác của góc LKI

Lời giải:



Vì ΔABC là tam giác nhọn nên ba đường cao cắt nhau tại điểm H nằm trong tam giác ABC.

a) Tứ giác AKHL có $\widehat{AKH}+\widehat{ALH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$

Tứ giác AKHL nội tiếp.

Tứ giác BIHL có $\widehat{BIH}+\widehat{BLH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$

Tứ giác BIHL nội tiếp.

Tứ giác CIHK có $\widehat{CIH}+\widehat{CKH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$

Tứ giác CIHK nội tiếp.

Tứ giác ABIK có $\widehat{AKB}=90^\circ; \widehat{AIB}=90^\circ$

K và I nhìn đoạn AB dưới một góc vuông nên tứ giác ABIK nội tiếp. Tứ giác BCKL có $\widehat{BKC} = 90^{\circ}; \widehat{BLC} = 90^{\circ}$

K và L nhìn đoạn BC dưới một góc vuông nên tứ giác BCKL nội tiếp.

Tứ giác ACIL có góc AIC = 90^{o}; góc ALC = 90^{o}

I và L nhìn đoạn AC dưới một góc vuông nên tứ giác ACIL nội tiếp.

b) Tứ giác BIHL nội tiếp.

=> góc LBH = góc LIH (2 góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ LH) (1)

Tứ giác CIHK nội tiếp.

=> góc HIK = góc HCK (2 góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ HK) (2)

Từ (1), (2) suy ra:

góc LBH = góc LIH = góc KIH = góc KCH (dpcm)

c)

Tứ giác CKHI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HCI} = \widehat{HKI}$ (3)

Tứ giác AKHL nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HKL} = \widehat{HAL}$ (4)

Tứ giác ACIL nội tiếp

$\widehat{ICL} = \widehat{IAL}$ hay $\widehat{ICH} = \widehat{HAL}$ (5)

Từ (3), (4), (5) ta có: $\widehat{HKI} = \widehat{HKL}$

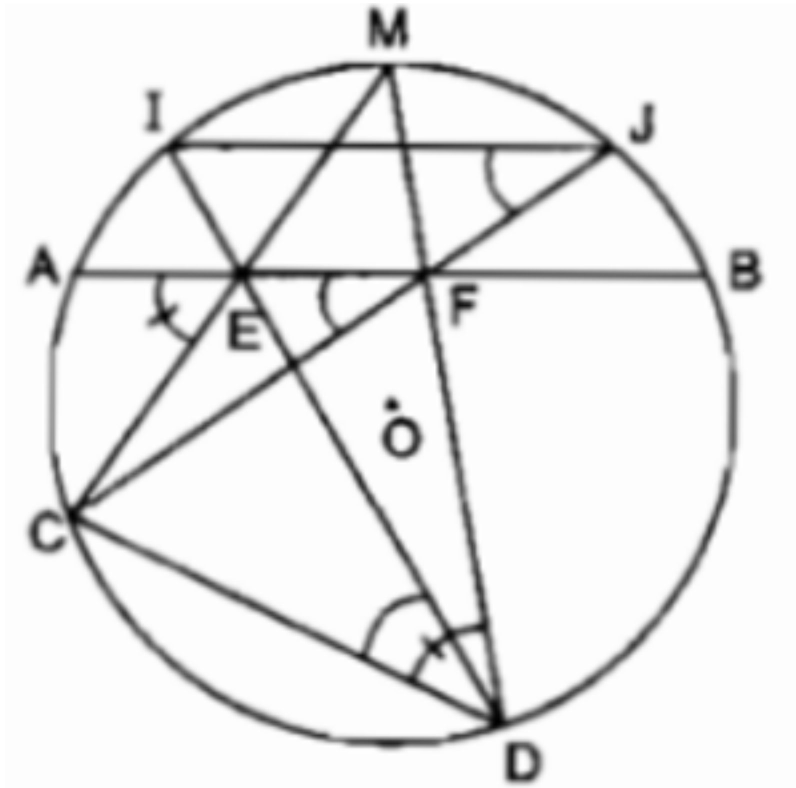
Suy ra, HK là tia phân giác $\widehat{LKI}$

Hay KB là tia phân giác $\widehat{LKI}$

Bài 2 trang 107 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn tâm O bán kính R và hai dây AB, CD bất kì. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Gọi E và F tương ứng là giao điểm của MC, MD với dây AB. Gọi I và J tương ứng là giao điểm của DE, CF với đường tròn (O). Chứng minh IJ song song với AB.

Lời giải:


M
I
J
A
B
E
F
O
C
D

M là điểm chính giữa của cung nhỏ $\overset\frown{AB}$.

$\overset\frown{MA} = \overset\frown{MB}$

$\widehat{AEC} = \frac{1}{2}$ (sđ$\overset\frown{AC}$ +sđ $\overset\frown{MB}$) (góc có đỉnh ở trong đường tròn)

$\widehat{CDM} = \frac{1}{2}$ sđ$\overset\frown{MAC}$ (tính chất góc nội tiếp) hay $\widehat{CDF} = \frac{1}{2}$ sđ$\overset\frown{MA}$ + sđ$\overset\frown{AC}$

Suy ra: $\widehat{AEC} = \widehat{CDF}$

$\widehat{AEC} + \widehat{\text{CEF}} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Suy ra: $\widehat{CDF} + \widehat{\text{CEF}} = 180^\circ$ nên tứ giác CDFE nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CFE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ $\overset\frown{CE}$) hay $\widehat{CDI} = \widehat{CFE}$

Trong đường tròn (O) ta có:

$\widehat{CDI} = \widehat{CJI}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ $\overset\frown{CAI}$)

Suy ra: $\widehat{CJI} = \widehat{CFE}$

$\Rightarrow$ IJ // AB (vì có cặp góc ở vị trí đồng vị bằng nhau)