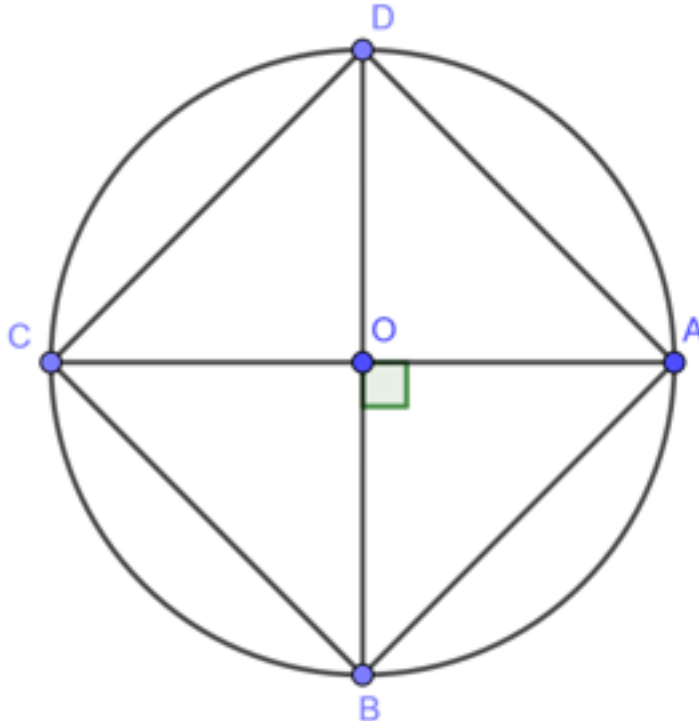


BÀI 3: GÓC NỘI TIẾP

Bài 15 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn tâm O, bán kính 1,5cm. Hãy vẽ hình vuông ABCD có bốn đỉnh nằm trên đường tròn đó. Nêu cách vẽ

Lời giải:



*Cách vẽ:

- Vẽ đường tròn tâm O bán kính 1,5cm
- Vẽ hai đường kính AC và BD vuông góc với nhau
- Nối AB, BC, CD, DA lại với nhau ta được hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn (O; 1,5)

*Chứng minh:

Ta có : $OA = OC$, $OB = OD$

Suy ra ABCD là hình bình hành

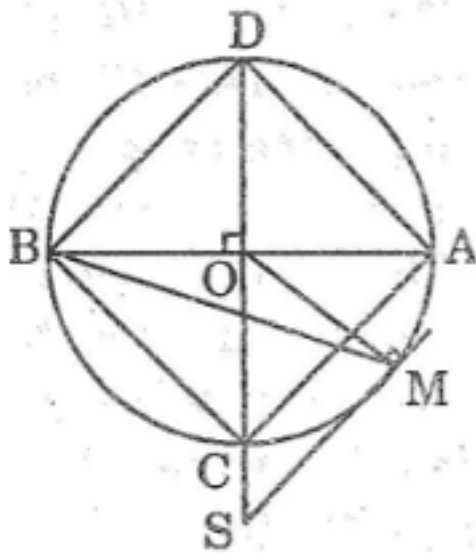
Mặt khác : $AC = BD$ và $AC \perp BD$

Suy ra ABCD là hình vuông.

Bài 16 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn (O) và hai đường kính AB,CD vuông góc với nhau.Lấy một điểm M trên cung AC rồi vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M.Tiếp tuyến này cắt đường thẳng CD tại S. Chứng minh rằng góc MSD = 2. góc MBA.

Lời giải:



Ta có : $SM \perp OM$ (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra : $\triangle OMS$ vuông góc tại M

Hay $\widehat{MOS} + \widehat{MSO} = 90^\circ$

Mà $\widehat{MOS} + \widehat{MOA} = 90^\circ$ ($AB \perp CD$)

Suy ra: $\widehat{MSO} = \widehat{MOA}$

Hay $\widehat{MSD} = \widehat{MOA}$ (1)

Mặt khác $\widehat{MOA} = 2 \widehat{MBA}$

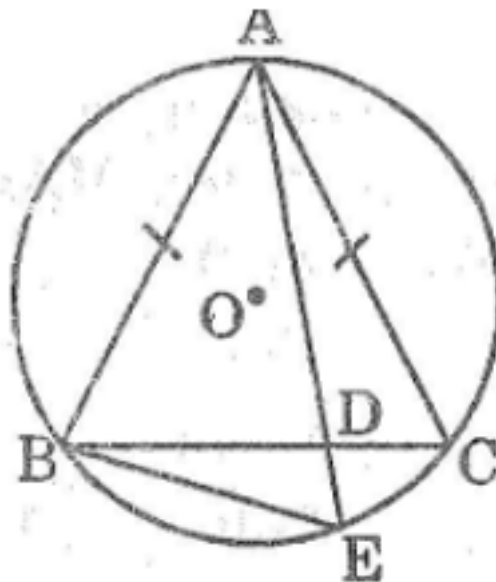
(góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{MSD} = 2 \widehat{MBA}$

Bài 17 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC bằng nhau. Qua A vẽ một cát tuyến cắt dây BC ở D và cắt đường tròn (O) ở E. Chứng minh rằng : $AB^2 = AD.AE$

Lời giải:



Ta có : $AB = AC$ (gt)

Suy ra : $\triangle ABC$ cân tại A

Suy ra : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Mà $\widehat{ACB} = \widehat{AEB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Nên $\widehat{ABC} = \widehat{AEB}$

Xét hai tam giác ABD và AEB ta có :

$$\widehat{A} \text{ chung} \quad (1)$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} = \widehat{AEB} \text{ (cmt)} \quad (2)$$

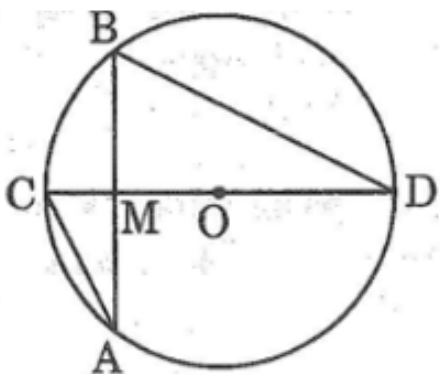
Từ (1) và (2) suy ra $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AEB$

$$\text{Suy ra : } \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AB^2 = AD \cdot AE$$

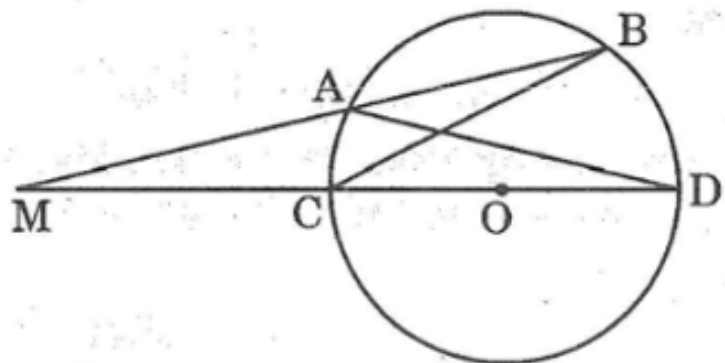
Bài 18 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định không nằm trên đường tròn .Qua M vẽ một cát tuyến bất kì cắt đường tròn ở A và B.Chứng minh rằng tích MA.MB không đổi

Lời giải:



Hình a



Hình b

*Trường hợp M nằm bên trong đường tròn (O) (hình a)

Kẻ cát tuyến AB đi qua M và đường thẳng MO cắt đường tròn tại C và D

Xét hai tam giác MBD và MCA ta có:

$$\widehat{BMD} = \widehat{CMA} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{ACM} = \widehat{ABD}$$

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD)

Suy ra $\triangle MBD$ đồng dạng $\triangle MCA$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD \quad (*)$$

Ta có điểm M và O cố định, suy ra điểm C và D cố định. Do vậy độ dài các đoạn MC và MD không đổi, suy ra tích MC.MD không đổi

Do tích MC.MD không đổi nên kết hợp với (*) suy ra tích MA.MB cũng không đổi khi cát tuyến AB thay đổi

*Trường hợp M nằm bên ngoài đường tròn (O) (hình b)

Kẻ cát tuyến MAB bất kì của (O) và đường thẳng MO cắt đường tròn tại C và D

Xét hai tam giác MCB và MAD ta có:

M chung

$$\widehat{MBC} = \widehat{MDA}$$

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Suy ra : $\triangle MCB$ đồng dạng $\triangle MAD$

$$\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MB}{MD} \Rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD \quad (**)$$

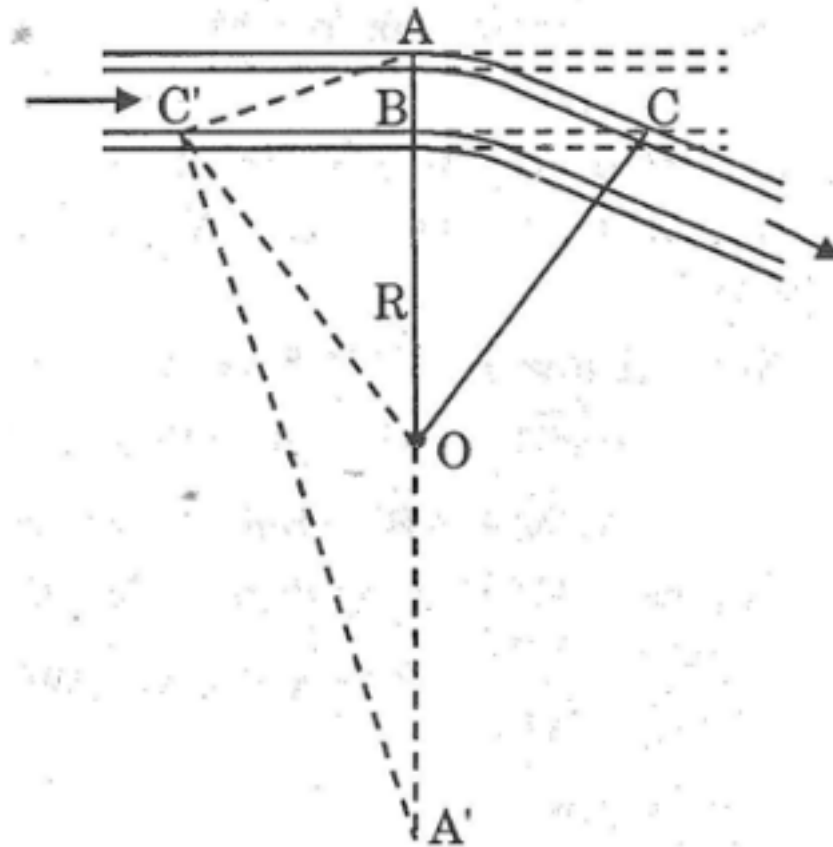
Ta có điểm M và O cố định, suy ra điểm C và D cố định. Do vậy độ dài các đoạn MC và MD không đổi, suy ra tích MC.MD không đổi

Do tích $MC.MD$ không đổi nên kết hợp với (***) suy ra tích $MA.MB$ cũng không đổi khi cát tuyến AB thay đổi.

Bài 19 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray hướng này sang một đường ray hướng khác người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB \approx 1,1\text{m}$, đoạn $BC \approx 28,4\text{m}$. Hãy tính bán kính $OA = R$ của đoạn đường ray hình vòng cung

Lời giải:



Xem đoạn đường ray thẳng là tiếp tuyến của hai đoạn đường ray vòng cung .

Điểm B cố định nằm trong đường tròn có cung là AC .Đường thẳng OB cắt đường tròn đó tại hai điểm A và A'

Ta có : A và A' cố định

Vì B là tiếp điểm cung nhỏ trong nên BC là tiếp tuyến của đường tròn $(O;OB)$

Suy ra : $BC \perp OB$

Kéo dài BC cắt đường tròn $(O;OA)$ tại C'

Suy ra : $BC = BC'$ (đường kính vuông góc với dây cung)

Xét hai tam giác BAC và $BC'A'$ ta có:

góc $ABC =$ góc $C'BA'$ (đối đỉnh)

góc $ACB =$ góc $BA'C'$

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Suy ra ΔBAC đồng dạng $\Delta BC'A'$

$$\Leftrightarrow BC'/AB = BA'/BC \Rightarrow BC \cdot BC' = AB \cdot A'B$$

Mà $BC = BC'$ và $BA' = 2R - AB$

$$\text{Nên } BC^2 = AB(2R - AB)$$

$$\Leftrightarrow (28,4)^2 = 1,1 (2R - 1,1)$$

$$\Leftrightarrow 2,2R = 806,56 + 1,21 = 807,77$$

$$\Leftrightarrow R = 807,77 : 2,2 \approx 367,2(\text{m})$$

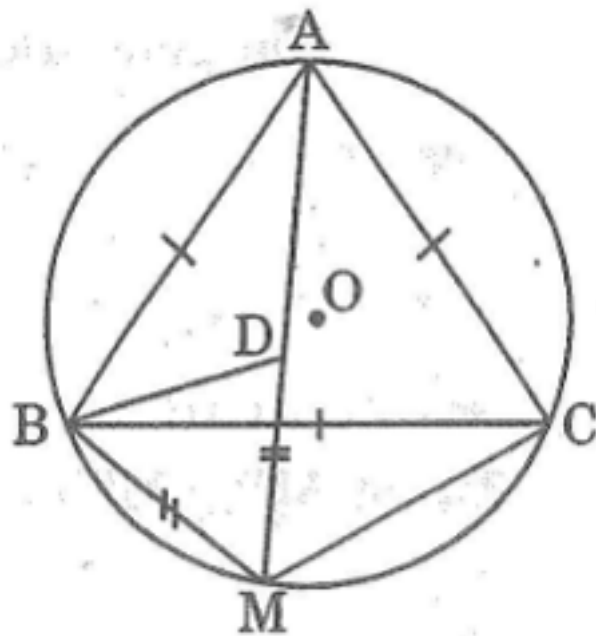
Vậy bán kính đoạn đường ray hình vòng cung là 367,2m.

Bài 20 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) và M là một điểm của cung nhỏ BC . Trên MA lấy điểm D sao cho $MD = MB$

- Hỏi tam giác MBD là tam giác gì?
- So sánh hai tam giác BDA và BMC
- Chứng minh rằng $MA = MB + MC$

Lời giải:



a. ta có $MB = MD$ (gt)

suy ra $\triangle MBD$ cân tại M

Mặt khác : $\widehat{AMB} = \widehat{ACB}$

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Mà $\widehat{ACB} = 60^\circ$ (tam giác ABC đều

Suy ra : $\widehat{AMB} = 60^\circ$ hay $\widehat{DMB} = 60^\circ$

Vậy $\triangle MBD$ đều

b. Ta có: $\triangle MBD$ đều (cmt)

Suy ra : $\widehat{DMB} = \widehat{DBC} + \widehat{CBM} = 60^\circ$ (1)

Lại có : $\triangle ABC$ đều (gt)

Suy ra: $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 60^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{ABD} = \widehat{MBC}$

Xét hai tam giác ABD và CBM ta có:

$$BC = BA \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{MBC} \text{ (cmt)}$$

$$BD = BM \text{ (tam giác MBD đều)}$$

Suy ra: $\triangle ABD = \triangle CBM$ (c.g.c)

c. Ta có: $\triangle ABD = \triangle CBM$ (cmt)

suy ra: $AD = CM$

Ta có: $DM = BM$ (tam giác MBD đều)

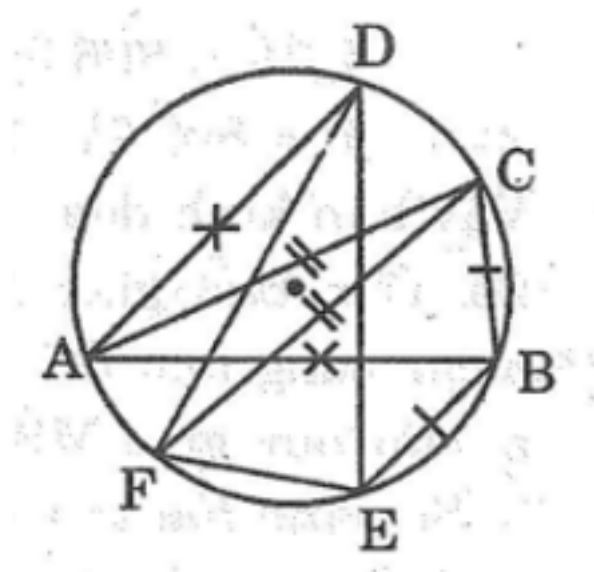
mà $AM = AD + DM$

suy ra: $MA = MC + MB$.

Bài 21 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, biết góc A = 32°, góc B = 84°. Lấy các điểm D, E, F thuộc đường tròn (O) sao cho AD = AB, BE = BC, CF = CA. Hãy tính các góc của tam giác DEF

Lời giải:



Ta có: $\widehat{CAB} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{BC}$ (tính chất góc nội tiếp)

Suy ra : $\text{sđ } \widehat{BC} = 2. \widehat{CAB} = 2. 32^\circ = 64^\circ$

Mà $BC = BE$ (gt)

Suy ra: $\text{sđ } \widehat{BE} = \text{sđ } \widehat{BC} = 64^\circ$

Ta lại có : $\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AC}$ (tính chất góc nội tiếp)

Suy ra: $\text{sđ } \widehat{AC} = 2. \widehat{ABC} = 2. 84^\circ = 168^\circ$

Mà $AC = CF$ (gt)

Suy ra : $\text{sđ } \widehat{CF} = \text{sđ } \widehat{AC} = 168^\circ$

Ta có: $\text{sđ } \widehat{AC} + \text{sđ } \widehat{CF} + \text{sđ } \widehat{AF} = 360^\circ$

Suy ra: $\text{sđ } \widehat{AF} = 360^\circ - \text{sđ } \widehat{AC} - \text{sđ } \widehat{CF}$
 $= 360^\circ - 2. 168^\circ = 24^\circ$

Trong tam giác ABC ta có:

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$$

Suy ra: $\widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC}) = 180^\circ - (84^\circ + 32^\circ) = 64^\circ$

Mà $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}$ (tính chất góc nội tiếp)

Suy ra: $\text{sđ } \widehat{AB} = 2. \widehat{ACB} = 2. 64^\circ = 128^\circ$

Ta có : $AD = AB$ (gt)

Suy ra: $\text{sđ } \widehat{AD} = \text{sđ } \widehat{AB} = 128^\circ$

Vậy $\widehat{FED} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{DF} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{AD} + \text{sđ } \widehat{AF}) = \frac{1}{2} (128^\circ + 24^\circ) = 76^\circ$

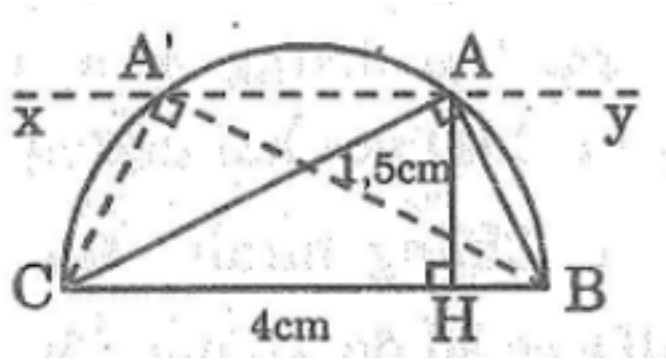
$\widehat{EDF} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{EF} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{AB} - \text{sđ } \widehat{AF} - \text{sđ } \widehat{BE}) = \frac{1}{2} (128^\circ - 24^\circ - 64^\circ) = 20^\circ$

$\widehat{DFE} = 180^\circ - (\widehat{FED} + \widehat{EDF}) = 180^\circ - (76^\circ + 20^\circ) = 84^\circ$

Bài 22 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Vẽ một tam giác vuông biết cạnh huyền là 4cm và đường cao ứng với cạnh huyền là 1,5cm

Lời giải:



*cách vẽ:

- Vẽ đoạn thẳng $BC = 4\text{cm}$
- Vẽ nửa đường tròn đường kính BC
- Vẽ đường thẳng xy nằm trên nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn đường kính BC và $xy \parallel BC$,cách BC một khoảng bằng $1,5\text{cm}$
- Đường thẳng xy cắt nửa đường tròn đường kính BC tại A và A' .Nối $AB, AC, A'B, A'C$ ta được tam giác ABC cần vẽ

*Chứng minh:

Vì xy cách BC một khoảng bằng $1,5\text{cm}$ nhỏ hơn $BC/2 = 2\text{cm}$ nên xy cắt nửa đường tròn đường kính BC

Ta lại có tam giác ABC nội tiếp trong nửa đường tròn đường kính BC nên

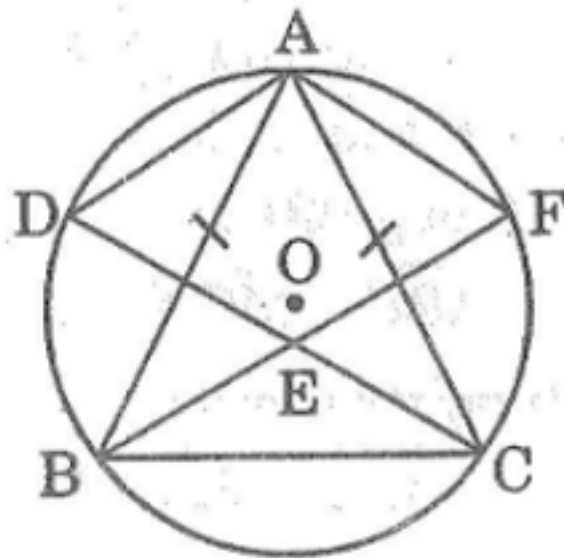
$$\text{góc } (\text{BAC}) = 90^\circ$$

Mặt khác $AH \perp BC$ và $AH = 1,5\text{cm}$.

Bài 23 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường phân giác của hai góc B và C cắt nhau ở E và cắt đường tròn lần lượt tại F và D . Chứng minh rằng tứ giác $EDAF$ là một hình thoi

Lời giải:



Ta có: $\triangle ABC$ cân tại A

Suy ra: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Theo giả thiết, BF là phân giác của góc ABC, CD là phân giác của góc ACB

Suy ra: $\widehat{ACD} = \widehat{DCB} = \widehat{ABF} = \widehat{FBC}$

Suy ra: $\widehat{AD} = \widehat{DB} = \widehat{AF} = \widehat{FC}$

Suy ra: $\widehat{BAD} = \widehat{ABF}$

(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra: $AD \parallel BF$ (vì có cặp so le trong bằng nhau)

Hay $AD \parallel EF$ (1)

Ta lại có: $\widehat{CAF} = \widehat{ACD}$

(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra: $AF \parallel CD$

(vì có cặp so le trong bằng nhau)

Hay $AF \parallel ED$ (2)

Mặt khác: $\widehat{AD} = \widehat{AF}$ (cmt)

Suy ra: $AD = AF$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: ADEF là hình thoi

Bài tập bổ sung (trang 103)

Bài 1 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Mỗi câu sau đây đúng hay sai

(A) Góc nội tiếp là góc tạo bởi hai dây của đường tròn đó.

- (B) Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung.
- (C) Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp không cùng chắn một cung thì không bằng nhau.
- (D) Trong một đường tròn, số đo của một góc nội tiếp bằng số đo cung bị chắn.
- (E) Trong một đường tròn, góc nội tiếp có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

Lời giải:

- (A) Sai. Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn, hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.
- (B) Sai. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung hoặc chắn hai cung bằng nhau.
- (C) Sai. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau.
- (D) Sai. Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng một nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
- (E) Đúng. Trong một đường tròn, góc nội tiếp có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

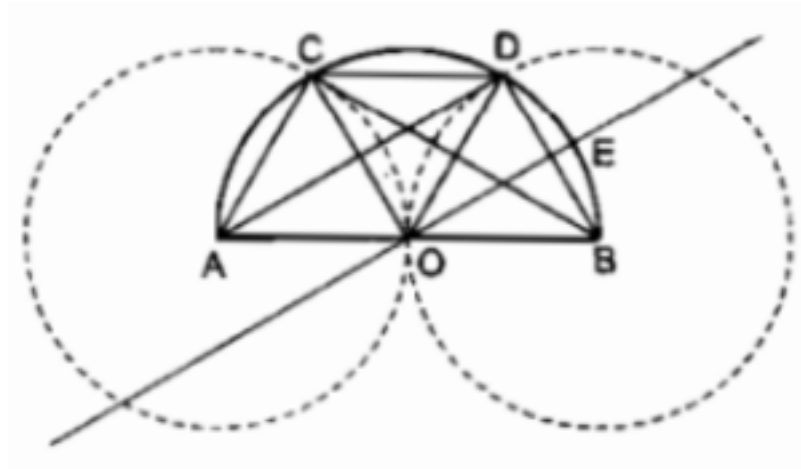
Bài 2 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho nửa đường tròn đường kính AB , tâm O . Đường tròn tâm A bán kính AO cắt nửa đường tròn đã cho tại C . Đường tròn tâm B bán kính BO cắt nửa đường tròn đã cho tại D .

Đường thẳng qua O và song song với AD cắt nửa đường tròn đã cho tại E .

- a) góc ADC và góc ABC có bằng nhau không? Vì sao?
- b) Chứng minh CD song song với AB .
- c) Chứng minh AD vuông góc với OC
- d) Tính số đo của góc DAO .
- e) So sánh hai cung BE và CD .

Lời giải:



a) Trong đường tròn (O) ta có:

góc $ADC = \text{góc } ABC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

b) ΔACB nội tiếp trong đường tròn (O) có AB là đường kính nên ΔABC vuông tại C

$CO = OA = (1/2)AB$ (tính chất tam giác vuông)

$AC = AO$ (bán kính đường tròn (A))

Suy ra: $AC = AO = OC$

ΔACO đều góc $AOC = 60^\circ$

ΔADB nội tiếp trong đường tròn đường kính AB nên ΔADB vuông tại D

$DO = OB = OA = (1/2)AB$ (tính chất tam giác vuông)

$BD = BO$ (bán kính đường tròn (B))

Suy ra: $BO = OD = BD$

ΔBOD đều

$$\Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{BOD} = 60^0$$

$$\widehat{AOC} + \widehat{COD} + \widehat{BOD} = 180^0$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{COD} = 60^0$$

$$OC = OD \text{ (vì cùng bằng } \frac{1}{2}AB)$$

Suy ra: $\triangle COD$ đều

$$\Rightarrow \widehat{ODC} = 60^0 \Rightarrow \widehat{ODC} = \widehat{BOD}$$

$\Rightarrow CD \parallel AB$ (vì có cặp góc ở vị trí so le trong bằng nhau)

$$\text{c) } \triangle AOC \text{ đều (chứng minh trên)} \Rightarrow OA = AC = OC$$

$$\triangle OCD \text{ đều (chứng minh trên)} \Rightarrow OC = OD = CD$$

$$\text{Suy ra: } AC = AO = OD = DC$$

Vậy: tứ giác AODC là hình thoi.

Mà AD, CO là hai đường chéo của hình thoi AODC nên AD vuông góc với OC

d) ΔBOD đều (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{OBD} = 60^0$ hay $\widehat{ABD} = 60^0$

ΔADB vuông tại D

$$\Rightarrow \widehat{DAB} + \widehat{ABD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DAB} = 90^0 - \widehat{ABD} = 90^0 - 60^0 = 30^0$$

Vậy $\widehat{DAO} = 30^0$

e) $OE \parallel AD$ (gt)

$$\Rightarrow \widehat{EOB} = \widehat{DAO} = 30^0 \text{ (hai góc đồng vị)}$$

$$\text{sđ } \widehat{BE} = \widehat{EOB} = 30^0$$

$$\text{sđ } \widehat{CD} = \widehat{COD}$$

mà $\widehat{COD} = 60^0$ (chứng minh trên)

$$\text{sđ } \widehat{CD} = 60^0$$

Suy ra: Số đo cung \widehat{CD} gấp đôi số đo cung \widehat{BE} .