

BÀI 8: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Bài 51 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn chữ số đã cho là 12. Tìm số đã cho.

Lời giải:

Gọi x là chữ số hàng chục. Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$, $x \leq 9$

Ta có chữ số hàng đơn vị là $10 - x$

Giá trị của số cần tìm là: $10x + 10 - x = 9x + 10$

Vì tích của hai chữ số nhỏ hơn chữ số đã cho là 12 nên ta có phương trình:

$$x(10 - x) = 9x + 10 - 12$$

$$\Leftrightarrow 10x - x^2 = 9x - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

Phương trình $x^2 - x - 2 = 0$ có hệ số $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$ nên có dạng :

$$a - b + c = 0 \text{ suy ra: } x_1 = -1 \text{ (loại), } x_2 = -(-2)/1 = 2$$

Chữ số hàng chục là 2, chữ số hàng đơn vị là $10 - 2 = 8$

Vậy số cần tìm là 28.

Bài 52 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Trong một phòng họp có 360 ghế được xếp thành các dãy và số ghế trong mỗi dãy đều bằng nhau. Có một lần phòng họp phải xếp thêm một dãy ghế và mỗi dãy tăng một ghế (số ghế trong các dãy vẫn bằng nhau) để đủ chỗ cho 400 đại biểu. Hỏi bình thường trong phòng có bao nhiêu dãy ghế?

Lời giải:

Gọi x (dãy) là số dãy ghế ban đầu của phòng họp.

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$

Khi đó số ghế ngồi trong một dãy là: $360/x$ (ghế)

số dãy ghế sau khi tăng là $x + 1$ (dãy)

số ghế ngồi trong một dãy sau khi tăng là: $\frac{400}{x + 1}$ (ghế)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{400}{x + 1} - \frac{360}{x} = 1$

$$\Leftrightarrow 400x - 360(x + 1) = x(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 400x - 360x - 360 = x^2 + x \Leftrightarrow x^2 - 39x + 360 = 0$$

$$\Delta = (-39)^2 - 4.1.360 = 1521 - 1440 = 81 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$$

$$x_1 = \frac{39 + 9}{2.1} = \frac{48}{2} = 24; x_2 = \frac{39 - 9}{2.1} = \frac{30}{2} = 15$$

Cả hai giá trị của x đều thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy bình thường trong phòng có 15 hoặc 24 dãy ghế.

Bài 53 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để chở 15 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe có trọng tải nhỏ hơn nửa tấn. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn?

Lời giải:

Gọi x (tấn) là trọng tải của xe nhỏ. Điều kiện: $x > 0$

Khi đó trọng tải của xe lớn là $x + 0,5$ (tấn)

số lượng xe lớn dự định để chở là $15/(x + 0,5)$ (xe)

số lượng xe nhỏ cần dùng là: $15/x$ (xe)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{15}{x} - \frac{15}{x+0,5} &= 1 \Leftrightarrow 15(x+0,5) - 15x = x(x+0,5) \\ \Leftrightarrow 15x + 7,5 - 15x &= x^2 + 0,5x \Leftrightarrow x^2 + 0,5x - 7,5 = 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + x - 15 &= 0 \\ \Delta &= 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 1 + 120 = 121 > 0 \\ \sqrt{\Delta} &= \sqrt{121} = 11 \\ x_1 &= \frac{-1 + 11}{2 \cdot 2} = \frac{10}{4} = 2,5; \quad x_2 = \frac{-1 - 11}{2 \cdot 2} = \frac{-12}{4} = -3\end{aligned}$$

Giá trị $x = -3$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy trọng tải của xe nhỏ là 2,5 tấn.

Bài 54 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một tổ máy trộn bê tông phải sản xuất 450m^3 bê tông cho một đập thủy lợi trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất mỗi ngày $4,5\text{m}^3$ nên 4 ngày trước thời gian quy định tổ đã sản xuất được 96% công việc. Hỏi thời gian quy định là bao nhiêu ngày?

Lời giải:

Gọi x (ngày) là thời gian hoàn thành công việc theo quy định.

Điều kiện: $x > 4$

Khi đó năng suất làm việc một ngày theo quy định là $450/x$ (m^3)

Số lượng bê tông tổ sản xuất được khi đạt 96% công việc là:

$$450 \cdot \frac{96}{100} = 432 \text{ (m}^3\text{)}$$

Năng suất làm việc một ngày sau khi đã tăng là $\frac{432}{x-4}$ (m³)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{432}{x-4} - \frac{450}{x} = 4,5$$

$$\Leftrightarrow 432x - 450(x-4) = 4,5x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 432x - 450x + 1800 = 4,5x^2 - 18x \Leftrightarrow 4,5x^2 - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4,5x^2 = 1800 \Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow x = 20 \text{ hoặc } x = -20$$

Giá trị $x = -20$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy thời gian quy định để hoàn thành công việc là 20 ngày.

Bài 55 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Người ta trộn 8g chất lỏng này với 6g chất lỏng khác có khối lượng riêng nhỏ hơn là 0,2g/cm³ để được một hỗn hợp có khối lượng riêng là 0,7g/cm³. Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Lời giải:

Gọi x (g/cm³) là khối lượng riêng của chất lỏng thứ hai.

Điều kiện: $x > 0$

Ta có khối lượng riêng của chất lỏng thứ nhất là $x + 0,2$ (g/cm³)

Thể tích của chất lỏng thứ nhất là $8/(x + 0,2)$ (cm³)

Thể tích của chất lỏng thứ hai là $6/x$ (cm³)

Thể tích của hỗn hợp là $(8 + 6)/(0,7) = 20$ (cm³)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$8/(x + 0,2) + 6/x = 20 \Leftrightarrow 8x + 6(x + 0,2) = 20x(x + 0,2)$$

$$\Leftrightarrow 8x + 6x + 1,2 = 20x^2 + 4x \Leftrightarrow 20x^2 - 10x - 1,2 = 0$$

$$\Delta' = (-5)^2 - 20 \cdot (-1,2) = 25 + 24 = 49 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = (5 + 7)/20 = 12/20 = 0,6; x_2 = (5 - 7)/20 = -2/20 = -0,1$$

Giá trị $x = -0,1$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy khối lượng riêng của chất lỏng thứ hai là $0,6 \text{ g/cm}^3$

khối lượng riêng của chất lỏng thứ nhất là $0,8 \text{ g/cm}^3$

Bài 56 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Quãng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150 km. Một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10km/h.

Lời giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc lúc về. Điều kiện: $x > 0$

Ta có vận tốc lúc đi là $x + 10$ (km/h)

Thời gian lúc đi là $150/(x + 10)$ (giờ)

Thời gian lúc về là $150/x$ (giờ)

Thời gian nghỉ là 3 giờ 15 phút = $3.(1/4)$ (giờ) = $13/4$ (giờ)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{150}{x+10} + \frac{150}{x} + \frac{13}{4} &= 10 \Leftrightarrow \frac{150}{x+10} + \frac{150}{x} = 10 - \frac{13}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{150}{x+10} + \frac{150}{x} &= \frac{27}{4} \Leftrightarrow 600x + 600(x+10) = 27x(x+10) \\ \Leftrightarrow 600x + 600x + 6000 &= 27x^2 + 270x \\ \Leftrightarrow 27x^2 - 930x - 6000 &= 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 310x - 2000 = 0 \\ \Delta' &= (-155)^2 - 9 \cdot (-2000) = 24025 + 18000 = 42025 > 0 \\ \sqrt{\Delta'} &= \sqrt{42025} = 205 \\ x_1 &= \frac{155 + 205}{9} = \frac{360}{9} = 40; x_2 = \frac{155 - 205}{9} = -\frac{50}{9} \end{aligned}$$

Giá trị $x = -50/9$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc ô tô lúc về là 40km/h.

Bài 57 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hai sân bay Hà Nội và Đà Nẵng cách nhau 600km. Một máy bay cánh quạt từ Đà Nẵng đi Hà Nội. Sau đó 10 phút, một máy bay phản lực từ Hà Nội bay đi Đà Nẵng với vận tốc lớn hơn vận tốc của máy bay cánh quạt là 300km/h. Nó đến Đà Nẵng trước khi máy bay kia đến Hà Nội 10 phút. Tính vận tốc của mỗi máy bay.

Lời giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của máy bay cánh quạt. Điều kiện: $x > 0$

Ta có vận tốc của máy bay phản lực là $x + 300$ (km/h)

Thời gian máy bay cánh quạt bay là $600/x$ (giờ)

Thời gian máy bay phản lực bay là $600/(x + 300)$ (giờ)

Máy bay phản lực bay sau 10 phút và đến trước 10 phút nên thời gian máy bay phản lực bay ít hơn máy bay cánh quạt là:

$$10 \text{ phút} + 10 \text{ phút} = 20 \text{ phút} = 1/3 \text{ (giờ)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x+300} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3.600.(x+300) - 3.600.x = x(x+300)$$

$$\Leftrightarrow 1800x + 540000 - 1800x = x^2 + 300x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 300x - 540000 = 0$$

$$\Delta' = 150^2 - 1.(-540000) = 22500 + 540000 = 562500 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{562500} = 750$$

$$x_1 = \frac{-150 + 750}{1} = 600; x_2 = \frac{-150 - 750}{1} = -900$$

Giá trị $x = -900$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vận tốc của máy bay cánh quạt là 600 km/h.

vận tốc của máy bay phản lực là $600 + 300 = 900$ km/h.

Bài 58 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hà Nội cách Nam Định 90km. Hai ô tô khởi hành đồng thời, xe thứ nhất từ Hà Nội, xe thứ hai từ Nam Định và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ, chúng gặp nhau. Tiếp tục đi, xe thứ hai tới Hà Nội trước xe thứ nhất tới Nam Định là 27 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe thứ nhất. Điều kiện: $0 < x < 90$

Vì sau 1 giờ hai xe gặp nhau nên quãng đường hai xe đi được trong 1 giờ là 90km.

Suy ra tổng vận tốc của hai xe là 90km/h, vận tốc của xe thứ hai là $90 - x$ (km/h)

Quãng đường xe thứ nhất tiếp tục đi là $90 - x$ (km)

Thời gian xe thứ nhất đi quãng đường còn lại là $(90 - x)/x$ (giờ)

Quãng đường xe thứ hai tiếp tục đi là x (km)

Thời gian xe thứ hai đi quãng đường còn lại là $x/(90 - x)$ (giờ)

Xe thứ hai tới Hà Nội trước xe thứ nhất tới Nam Định là 27 phút bằng $9/20$ (giờ)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{90-x}{x} - \frac{x}{90-x} = \frac{9}{20}$$

$$\Leftrightarrow 20(90-x)^2 - 20x^2 = 9x(90-x)$$

$$\Leftrightarrow 20(8100 - 180x + x^2) - 20x^2 = 810x - 9x^2$$

$$\Leftrightarrow 162000 - 3600x + 20x^2 - 20x^2 - 810x + 9x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 4410x + 162000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 490x + 18000 = 0$$

$$\Delta' = (-245)^2 - 1.18000 = 60025 - 18000 = 42025 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{42025} = 205$$

$$x_1 = \frac{245 + 205}{1} = 450; x_2 = \frac{245 - 205}{1} = 40.$$

Giá trị $x = 450$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 40km/h

vận tốc của xe thứ hai là $90 - 40 = 50$ km/h.

Bài 59 trang 61 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một xuồng máy xuôi dòng sông 30km và ngược dòng 28km hết một thời gian bằng thời gian mà xuồng đi 59,5km trên mặt hồ yên lặng. Tính vận tốc của xuồng khi đi trên hồ biết rằng vận tốc của nước chảy trong sông là 3km/h.

Lời giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc thuyền khi đi trên hồ. Điều kiện: $x > 3$

Khi đó vận tốc khi đi xuôi dòng trên sông là $x + 3$ (km/h)

vận tốc khi đi ngược dòng trên sông là $x - 3$ (km/h)

thời gian thuyền đi xuôi dòng là $30/(x + 3)$ (giờ)

thời gian thuyền đi ngược dòng là $28/(x - 3)$ (giờ)

thời gian thuyền đi trên hồ yên lặng là $(59,5)/x$ (giờ)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{30}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{59,5}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{30}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{119}{2x}$$

$$\Leftrightarrow 60x(x-3) + 56x(x+3) = 119(x+3)(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 60x^2 - 180x + 56x^2 + 168x = 119x^2 - 1071$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 12x - 1071 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 357 = 0$$

$$\Delta' = 2^2 - 1 \cdot (-357) = 4 + 357 = 361 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{361} = 19$$

$$x_1 = \frac{-2 + 19}{1} = 17; x_2 = \frac{-2 - 19}{1} = -21$$

Giá trị $x = -21$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc khi thuyền đi trên mặt hồ yên lặng là 17km/h.

Bài 60 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Một bè gỗ được thả trôi trên sông từ đập Y-a-ly. Sau khi thả bè gỗ 5 giờ 20 phút, một xuồng máy cũng xuất phát từ đập Y-a-ly đuổi theo và đi được 20km thì gặp bè. Tính vận tốc của bè biết rằng xuồng máy chạy nhanh hơn bè 12km/h

Lời giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của bè gỗ. Điều kiện: $x > 0$

Khi đó vận tốc của xuồng máy là $x + 12$ (km/h)

thời gian bè từ lúc trôi đến lúc gặp xuồng là $20/x$ (giờ)

thời gian xuống từ lúc đi đến lúc gặp bè là $20/(x + 12)$ (giờ)

Bè gỗ trôi trước xuống máy 5 giờ 20 phút = $5.(1/3)$ (giờ) = $16/3$ (giờ)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+12} = \frac{16}{3}$$

$$\Leftrightarrow 60(x + 12) - 60x = 16x(x + 12)$$

$$\Leftrightarrow 60x + 720 - 60x = 16x^2 + 192x$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 + 192x - 720 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 45 = 0$$

$$\Delta' = 6^2 - 1.(-45) = 36 + 45 = 81 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{81} = 9$$

$$x_1 = \frac{-6 + 9}{1} = 3; x_2 = \frac{-6 - 9}{1} = -15$$

Giá trị $x = -15$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc trôi của bè gỗ là 3km/h.

Bài 61 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 2 giờ 55 phút bể đầy nước. Nếu mở riêng từng vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu sẽ đầy bể?

Lời giải:

Đổi 2 giờ 55 phút = $2 \frac{55}{60} = \frac{35}{12}$ giờ

Gọi x (giờ) là thời gian chảy riêng đầy bể của vòi thứ nhất.

Điều kiện: $x > 35/12$

Khi đó thời gian chảy riêng đầy bể của vòi thứ hai là $x + 2$ (giờ)

trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

trong 1 giờ, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{x+2}$ (bể)

trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được 1: $\frac{35}{12} = \frac{12}{35}$ (bể)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35}$

$$\Leftrightarrow 35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 + 35x = 12x^2 + 24x$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 23x - 35 = 0$$

$$\Delta = (-23)^2 - 4.6.(-35) = 529 + 840 = 1369 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1369} = 37$$

$$x_1 = \frac{23 + 37}{2.6} = \frac{60}{12} = 5; x_2 = \frac{23 - 37}{2.6} = \frac{-14}{12} = -\frac{7}{6}$$

Giá trị $x = -7/6$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 5 giờ

vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong $5 + 2 = 7$ giờ.

Bài 62 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hai đội công nhân cùng làm một quãng đường thì 12 ngày xong việc. Nếu đội thứ nhất làm một mình hết nửa công việc, rồi đội thứ hai tiếp tục một mình làm nốt phần việc còn lại thì hết tất cả 25 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong công việc?

Lời giải:

Gọi x (ngày) là thời gian đội thứ nhất làm riêng xong nửa công việc.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x > 12 \\ x < 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x < 25 \end{cases} \Rightarrow 6 < x < 25$$

Khi đó thời gian làm riêng xong nửa công việc của đội thứ hai là: $25 - x$ (ngày)

trong 1 ngày, đội thứ nhất làm được $1/2x$ (công việc)

trong 1 ngày, đội thứ hai làm được $1/[2.(25 - x)]$ (công việc)

trong 1 ngày, cả hai đội làm được $1/12$ (công việc)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x} + \frac{1}{2(25 - x)} &= \frac{1}{12} \\ \Leftrightarrow 24(25 - x) + 24x &= 4x(25 - x) \\ \Leftrightarrow 600 - 24x + 24x &= 100x - 4x^2 \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 100x + 600 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 = 0 \\ \Delta &= (-25)^2 - 4.1.150 = 625 - 600 = 25 > 0 \\ \sqrt{\Delta} &= \sqrt{25} = 5 \\ x_1 &= \frac{25 + 5}{2.1} = \frac{30}{2} = 15; x_2 = \frac{25 - 5}{2.1} = \frac{20}{2} = 10 \end{aligned}$$

Cả hai giá trị của x đều thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy đội thứ nhất làm riêng xong công việc trong $15.2 = 30$ ngày

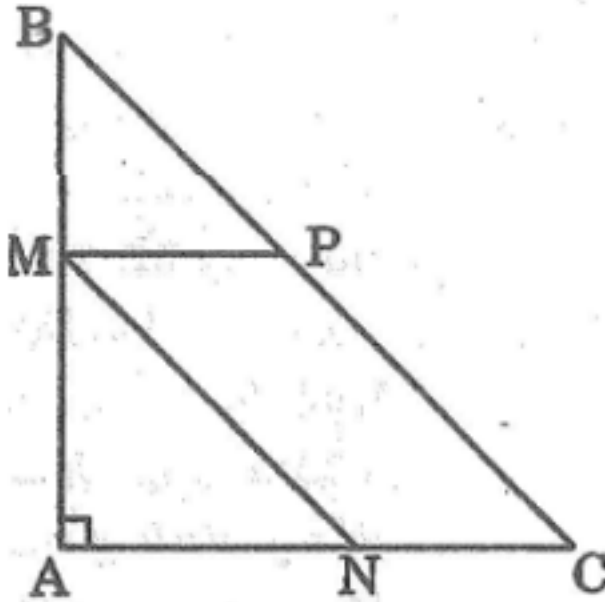
đội thứ hai làm riêng xong công việc trong 20 ngày

hoặc đội thứ nhất làm riêng xong công việc trong $10.2 = 20$ ngày

đội thứ hai làm riêng xong công việc trong 30 ngày.

Bài 63 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Cho một tam giác ABC vuông cân có $AB = AC = 12\text{cm}$. Điểm M chạy trên AB. Tứ giác MNCP là một hình bình hành có đỉnh N thuộc cạnh AC (hình bên). Hỏi khi M cách A bao nhiêu thì diện tích của hình bình hành bằng 32cm^2 ?



Lời giải:

Gọi x (cm) là độ dài đoạn AM.

Điều kiện: $0 < x < 12$

Vì ΔABC vuông cân tại A nên ΔBMP vuông cân tại M.

Suy ra $MP = MB = AB - AM = 12 - x$ (cm)

Diện tích hình bình hành MNCP bằng $MP \cdot MA = (12 - x)x$ (cm^2)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$(12 - x)x = 32 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\Delta' = (-6)^2 - 1 \cdot 32 = 36 - 32 = 4 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_1 = \frac{6 + 2}{1} = 8; x_2 = \frac{6 - 2}{1} = 4$$

Cả hai giá trị của x đều thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy điểm M cách điểm A 8cm hoặc 4cm thì diện tích hình bình hành MNCP bằng 32cm^2 .

Bài 64 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Chu vi bánh sau của một máy cày lớn hơn chu vi bánh trước là 1,5m. Khi đi trên đoạn đường dài 100m thì bánh trước quay nhiều hơn bánh sau 15 vòng. Tính chu vi của mỗi bánh xe.

Lời giải:

Gọi x (m) là chu vi bánh trước. Điều kiện: $x > 0$

Khi đó chu vi bánh sau là $x + 1,5$ (m)

số vòng quay của bánh trước khi đi đoạn đường 100m là $100/x$ (vòng)

số vòng quay của bánh sau khi đi đoạn đường 100m là $100/(x + 1,5)$ (vòng)

Theo đề bài, ta có phương trình: $100/x - 100/(x + 1,5) = 15$

$$\Leftrightarrow 100(x + 1,5) - 100x = 15x(x + 1,5)$$

$$\Leftrightarrow 100x + 150 - 100x = 15x^2 + 22,5x$$

$$\Leftrightarrow 15x^2 + 22,5x - 150 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4.2.(-20) = 9 + 160 = 169 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$x_1 = \frac{-3 + 13}{2.2} = \frac{10}{4} = 2,5; x_2 = \frac{-3 - 13}{2.2} = \frac{-16}{4} = -4$$

Giá trị $x = -4$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy chu vi bánh xe trước là 2,5m

chu vi bánh xe sau là $2,5 + 1,5 = 4m$

Bài 65 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Bài toán cổ Ấn Độ:

Một đàn khí chia thành hai nhóm

Nhóm chơi đùa vui vẻ ngoài trời

Bằng bình phương một phần tám của đàn

Mười hai con nhảy nhót trên cây

Không khí tươi vui sưởi ấm nơi này

Hỏi có tất cả bao nhiêu con khí?

Lời giải:

Gọi x (con) là số khí trong đàn. Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$, x chia hết 8

Khi đó nhóm chơi đùa ngoài trời có $(x/8)^2$ (con)

nhóm nhảy nhót trên cây có 12 (con)

Theo đề bài, ta có phương trình: $x = (x/8)^2 + 12$

$$\Leftrightarrow x = x^2/64 + 12 \Leftrightarrow x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$\Delta' = (-32)^2 - 1.768 = 1024 - 768 = 256 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{256} = 16$$

$$x_1 = \frac{32 + 16}{1} = 48; x_2 = \frac{32 - 16}{1} = 16$$

Cả hai giá trị của x đều thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy đàn khí có 48 con hoặc 16 con.

Bài 66 trang 62 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Bài toán Ô-le:

Hai nông dân đem 100 quả trứng ra chợ bán. Số trứng của hai người không trùng nhau, nhưng hai người bán được một số tiền bằng nhau. Một người nói với người kia: “Nếu số trứng của tôi bằng số trứng của anh thì tôi bán được 15 đồng”. Người kia nói: “Nếu số trứng của tôi bằng số trứng của anh thì tôi chỉ bán được 20/3 đồng thôi”. Hỏi mỗi người có bao nhiêu trứng?

Lời giải:

Gọi x (quả) là số trứng của người thứ nhất.

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 100$

Khi đó số trứng của người thứ hai là $100 - x$ (quả)

Giá tiền một quả trứng của người thứ nhất là $15/(100 - x)$ (đồng)

Giá tiền một quả trứng của người thứ hai là $20/3x$ (đồng)

Số tiền người thứ nhất bán được là:

$$\frac{15}{100 - x} \cdot x = \frac{15x}{100 - x} \text{ (đồng)}$$

Số tiền người thứ hai bán được là:

$$\frac{20}{3x} \cdot (100 - x) = \frac{20(100 - x)}{3x} \text{ (đồng)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{15x}{100 - x} = \frac{20(100 - x)}{3x}$$

$$\Leftrightarrow 45x^2 = 20(100 - x)^2 \Leftrightarrow 45x^2 = 20(10000 - 200x + x^2)$$

$$\Leftrightarrow 45x^2 = 200000 - 4000x + 20x^2$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 + 4000x - 200000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 160x - 8000 = 0$$

$$\Delta' = 80^2 - 1 \cdot (-8000) = 6400 + 8000 = 14400 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{14400} = 120$$

$$x_1 = \frac{-80 + 120}{1} = 40; x_2 = \frac{-80 - 120}{1} = -200$$

Giá trị $x = -200$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy số trứng của người thứ nhất là 40 quả

số trứng của người thứ hai là $100 - 40 = 60$ quả.