

## **BÀI 4: CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

*Bài 20 trang 53 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:*

Xác định các hệ số  $a, b, c$ ; tính biệt thức  $\Delta$  rồi tìm nghiệm của các phương trình:

a.  $2x^2 - 5x + 1 = 0$

b.  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

c.  $5x^2 - x + 2 = 0$

d.  $-3x^2 + 2x + 8 = 0$

**Lời giải:**

a. Phương trình  $2x^2 - 5x + 1 = 0$  có  $a = 2, b = -5, c = 1$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.1 = 25 - 8 = 17 > 0$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{17}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

b. Phương trình  $4x^2 + 4x + 1 = 0$  có  $a = 4, b = 4, c = 1$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4.4.1 = 16 - 16 = 0$

Phương trình có nghiệm kép:

c. Phương trình  $5x^2 - x + 2 = 0$  có  $a = 5, b = -1, c = 2$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.5.2 = 1 - 40 = -39 < 0$

Vậy phương trình vô nghiệm.

d. Phương trình  $-3x^2 + 2x + 8 = 0$  có  $a = -3, b = 2, c = 8$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.(-3).8 = 4 + 96 = 100 > 0$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{100} = 10$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

**Bài 21 trang 53 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Xác định các hệ số a, b, c rồi giải phương trình :

**Lời giải:**

**a.** Phương trình  $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$  có  $a = 2$ ,  $b = -2\sqrt{2}$ ,  $c = 1$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{2})^2 - 4.2.1 = 8 - 8 = 0$$

Phương trình có nghiệm kép :

**b.** Phương trình  $2x^2 - (1 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$  có  $a = 2$ ,  $b = -(1 - 2\sqrt{2})$ ,  $c = -\sqrt{2}$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = [-(1 - 2\sqrt{2})]^2 - 4.2.(-\sqrt{2})$$

$$= 1 - 4\sqrt{2} + 8 + 8\sqrt{2} = 1 + 4\sqrt{2} + 8$$

$$= 1 + 2.2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = (1 + 2\sqrt{2})^2 > 0$$

$$= 1 + 2\sqrt{2}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

**d.** Phương trình  $3x^2 + 7,9x + 3,36 = 0$  có  $a = 3$ ,  $b = 7,9$ ,  $c = 3,36$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = 7,9^2 - 4.3.3,36 = 62,41 - 40,32 = 22,09 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{22,09} = 4,7$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

**Bài 22 trang 53 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Giải phương trình bằng đồ thị :

Cho phương trình  $2x^2 + x - 3 = 0$ .

- a. Vẽ các đồ thị của hai hàm số  $y = 2x^2$ ,  $y = -x + 3$  trong cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b. Tìm hoành độ của mỗi giao điểm của hai đồ thị. Hãy giải thích vì sao các hoành độ này đều là nghiệm của phương trình đã cho.
- c. Giải phương trình đã cho bằng công thức nghiệm, so sánh với kết quả tìm được trong câu b.

**Lời giải:**

a. \*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x^2$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2
<b>y = 2x<sup>2</sup></b>	8	2	0	2	8

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = -x + 3$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 3 \Rightarrow (0; 3)$

Cho  $y = 0$  thì  $x = 3 \Rightarrow (3; 0)$

b. Ta có: I(-1,5; 4,5), J(1; 2)

\* $x = -1,5$  là nghiệm của phương trình  $2x^2 + x - 3 = 0$  vì:

$$2(-1,5)^2 + (-1,5) - 3 = 4,5 - 4,5 = 0$$

\* $x = 1$  là nghiệm của phương trình  $2x^2 + x - 3 = 0$  vì:

$$2.1^2 + 1 - 3 = 3 - 3 = 0$$

c. Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4.2.(-3) = 1 + 24 = 25 > 0$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

**Bài 23 trang 53 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Cho phương trình  $1/2.x^2 - 2x + 1 = 0$

a. Vẽ các đồ thị của hai hàm số  $y = 1/2.x^2$ ,  $y = 2x - 1$  trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Dùng đồ thị tìm giá trị gần đúng nghiệm của phương trình (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

b. Giải phương trình đã cho bằng công thức nghiệm, so sánh với kết quả tìm được trong câu a.

**Lời giải:**

a. \*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 1/2.x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = 1/2.x^2$	2	1/2	0	1/2	2

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x - 1$

Cho  $x = 0$  thì  $y = -1 \Rightarrow (0; -1)$

Cho  $y = 0$  thì  $x = 1/2 \Rightarrow (1/2 ; 0)$

**Bài 24 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Đối với mỗi phương trình sau, hãy tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm kép:

a.  $mx^2 - 2(m - 1)x + 2 = 0$

b.  $3x^2 + (m + 1)x + 4 = 0$

**Lời giải:**

a. Phương trình  $mx^2 - 2(m - 1)x + 2 = 0$  có nghiệm kép khi và chỉ khi  $m \neq 0$  và  $\Delta = 0$

Ta có:  $\Delta = [-2(m - 1)]^2 - 4.m.2 = 4(m^2 - 2m + 1) - 8m$

$= 4(m^2 - 4m + 1)$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 4(m^2 - 4m + 1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 1 = 0$$

Giải phương trình  $m^2 - 4m + 1 = 0$ . Ta có:

$$\Delta_m = (-4)^2 - 4.1.1 = 16 - 4 = 12 > 0$$

Vậy với  $m = 2 + \sqrt{3}$  hoặc  $m = 2 - \sqrt{3}$  thì phương trình đã cho có nghiệm kép.

**b.** Phương trình  $3x^2 + (m + 1)x + 4 = 0$  có nghiệm kép khi và chỉ khi  $\Delta = 0$

$$\text{Ta có : } \Delta = (m + 1)^2 - 4.3.4 = m^2 + 2m + 1 - 48 = m^2 + 2m - 47$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 47 = 0$$

Giải phương trình  $m^2 + 2m - 47 = 0$ . Ta có:

$$\Delta_m = 2^2 - 4.1.(-47) = 4 + 188 = 192 > 0$$

Vậy với  $m = 4\sqrt{3} - 1$  hoặc  $m = -1 - 4\sqrt{3}$  thì phương trình đã cho có nghiệm kép.

### ***Bài 25 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:***

Đối với mỗi phương trình sau, hãy tìm giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm, tính nghiệm của phương trình theo  $m$ :

a.  $mx^2 + (2m - 1)x + m + 2 = 0$

b.  $2x^2 - (4m + 3)x + 2m^2 - 1 = 0$

**Lời giải:**

**a.**  $mx^2 + (2m - 1)x + m + 2 = 0$  (1)

\*Nếu  $m = 0$ , ta có (1)  $\Leftrightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

\*Nếu  $m \neq 0$  thì (1) có nghiệm khi và chỉ khi  $\Delta \geq 0$

$$\text{Ta có : } \Delta = (2m - 1)^2 - 4m(m + 2) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 - 8m$$

$$= -12m + 1$$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -12m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1/12$$

Vậy khi  $m \leq 1/12$  thì phương trình đã cho có nghiệm.

Giải phương trình (1) theo m :

**b.**  $2x^2 - (4m + 3)x + 2m^2 - 1 = 0$  (2)

Phương trình (2) có nghiệm khi và chỉ khi  $\Delta \geq 0$

Ta có:  $\Delta = [-(4m + 3)]^2 - 4.2(2m^2 - 1)$

$$= 16m^2 + 24m + 9 - 16m^2 + 8 = 24m + 17$$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 24m + 17 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -17/24$$

Vậy khi  $m \geq -17/24$  thì phương trình đã cho có nghiệm.

Giải phương trình (2) theo m:

**Bài 26 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Vì sao khi phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có các hệ số a và c trái dấu thì nó có nghiệm?

Áp dụng: Không tính  $\Delta$ , hãy giải thích vì sao mỗi phương trình sau có nghiệm:

a.  $3x^2 - x - 8 = 0$

b.  $2004x^2 + 2x - 1185\sqrt{5} = 0$

c.  $3\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 0$

d.  $2010x^2 + 5x - m^2 = 0$

**Lời giải:**

Khi a và c trái dấu thì  $ac < 0$ , suy ra  $-ac > 0$ , suy ra  $-4ac > 0$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac$ , trong đó  $b^2 > 0$

Nếu  $-4ac > 0$  thì  $\Delta$  luôn lớn hơn 0.

Khi  $\Delta > 0$  nghĩa là phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng :

a. Phương trình  $3x^2 - x - 8 = 0$  có:

$$a = 3, c = -8 \text{ nên } ac < 0$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b. Phương trình  $2004x^2 + 2x - 1185\sqrt{5} = 0$  có:

$$a = 2004, c = -1185\sqrt{5} \text{ nên } ac < 0$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

c. Phương trình  $3\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 0$  có:

$$a = 3\sqrt{2}, c = \sqrt{2} - \sqrt{3} \text{ nên } ac < 0 \text{ (vì } \sqrt{2} < \sqrt{3} \text{)}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d.  $2010x^2 + 5x - m^2 = 0$  (1)

\*Với  $m = 0$  thì (1)  $\Leftrightarrow 2010x^2 + 5x = 0$ : phương trình có 2 nghiệm.

\*Với  $m \neq 0$  ta có:  $m^2 > 0$ , suy ra:  $-m^2 < 0$

Vì  $a = 2010 > 0, c = -m^2 < 0$  nên  $ac < 0$

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

### ***Bài tập bổ sung (trang 54 - 55)***

**Bài 1 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:**

Giải các phương trình sau bằng cách (chuyển các số hạng tự do sang vế phải bằng công thức nghiệm) và so sánh kết quả tìm được:

a)  $4x^2 - 9 = 0$

b)  $5x^2 + 20 = 0$

c)  $2x^2 - 2 + \sqrt{3} = 0$

d)  $3x^2 - 12 + \sqrt{145} = 0$

Lời giải:

$$b) 5x^2 + 20 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 = -20$$

Vế trái  $5x^2 \geq 0$ ; vế phải  $-20 < 0$

Không có giá trị nào của x để  $5x^2 = -20$

Phương trình vô nghiệm.

$$\Delta = 0^2 - 4.5.20 = -400 < 0. \text{ Phương trình vô nghiệm.}$$

Phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}; x_2 = -\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 0^2 - 4.2(-2 + \sqrt{3}) = 16 - 8\sqrt{3} \\ &= 4(4 - 2\sqrt{3}) = 4(\sqrt{3} - 1)^2 > 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4(\sqrt{3} - 1)^2} = 2(\sqrt{3} - 1)$$

$$x_1 = \frac{0 + 2(\sqrt{3} - 1)}{2.2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

$$x_2 = \frac{0 - 2(\sqrt{3} - 1)}{2.2} = \frac{-(\sqrt{3} - 1)}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

Bài 2 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các phương trình sau bằng hai cách (phương trình tích; bằng công thức nghiệm) và so sánh kết quả tìm được:



a)  $5x^2 - 3x = 0$

b)  $3\sqrt{5}x^2 + 6x = 0$

c)  $2x^2 + 7x = 0$

d)  $2x^2 - \sqrt{2}x = 0$

**Lời giải:**

Bài 3 trang 54 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các phương trình

**Lời giải:**

Bài 4 trang 55 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Chứng minh rằng nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = x$  ( $a \neq 0$ ) vô nghiệm thì phương trình  $a(ax^2 + bx + c)^2 + b(ax^2 + bx + c) + c = x$  cũng vô nghiệm.

**Lời giải:**Đặt  $f(x) = ax^2 + bx + c$