

BÀI 4: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

Bài 25 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$a. \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ 4x - 3y = -24 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} 0,35x + 4y = -2,6 \\ 0,75x - 6y = 9 \end{cases}$$

$$d. \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 3\sqrt{2}x - \sqrt{3}y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$e. \begin{cases} 10x - 9y = 8 \\ 15x + 21y = 0,5 \end{cases}$$

$$f. \begin{cases} 3,3x + 4,2y = 1 \\ 9x + 14y = 4 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } & \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x = 24 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 10 \cdot 2 + 11y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 11y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } & \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ 4x - 3y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ 10y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ y = 4 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 7 \cdot 4 = 16 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -12 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (-3; 4)$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } & \begin{cases} 0,35x + 4y = -2,6 \\ 0,75x - 6y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,05x + 12y = -7,8 \\ 1,5x - 12y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,55x = 10,2 \\ 1,5x - 12y = 18 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 1,5x - 12y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 1,5 \cdot 4 - 12y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 12y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (4; -1)$

$$\begin{aligned}
 \text{d. } & \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 3\sqrt{2}x - \sqrt{3}y = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 7\sqrt{2}x = 14 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3}y = 5 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{3}y = 3 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{3}y = 3 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (\sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

$$e. \begin{cases} 10x - 9y = 8 \\ 15x + 21y = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x - 27y = 24 \\ 30x + 42y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x - 27y = 24 \\ 69y = -23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 30x - 27y = 24 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x - 27 \cdot (-\frac{1}{3}) = 24 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x = 15 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (\frac{1}{2}; -\frac{1}{3})$

$$f. \begin{cases} 3,3x + 4,2y = 1 \\ 9x + 14y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33x + 42y = 10 \\ 27x + 42y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = -2 \\ 27x + 42y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 27x + 42y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 27 \cdot (-\frac{1}{3}) + 42y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ 42y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (-\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$.

Bài 26 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các hệ phương trình:

$$a. \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 12x + 13y = -8 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } & \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 12x + 13y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 21y = 15 \\ 24x + 26y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 21y = 15 \\ 47y = -31 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 21y = 15 \\ y = -\frac{31}{47} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 21 \cdot (-\frac{31}{47}) = 15 \\ y = -\frac{31}{47} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 24x = 15 - \frac{651}{47} \\ y = -\frac{31}{47} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{188} \\ y = -\frac{31}{47} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (\frac{9}{188}; -\frac{31}{47})$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } & \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\sqrt{5}x - 8y = 30 - 4\sqrt{7} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} (24\sqrt{7} - 8)y = 84 - 4\sqrt{7} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{84 - 4\sqrt{7}}{24\sqrt{7} - 8} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4(21 - \sqrt{7})}{8(3\sqrt{7} - 1)} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{62\sqrt{7}}{2.62} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{7}}{2} \\ -6\sqrt{5}x = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{7}}{2} \\ x = \sqrt{5} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (\sqrt{5}; \frac{\sqrt{7}}{2})$

Bài 27 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các hệ phương trình:

$$\text{a. } \begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 4x^2 - 5(y+1) = (2x-3)^2 \\ 3(7x + 2) = 5(2y - 1) - 3x \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} \frac{2x + 1}{4} - \frac{y - 2}{3} = \frac{1}{12} \\ \frac{x + 5}{2} = \frac{y + 7}{3} - 4 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} \frac{3s - 2t}{5} + \frac{5s - 3t}{3} = s + 1 \\ \frac{2s - 3t}{3} + \frac{4s - 3t}{2} = t + 1 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } & \begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3x - 15y - 12 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = -1 \\ x - 15y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = -1 \\ 2x - 30y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 40y = -33 \\ 2x - 30y = 32 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ 2x - 30y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ 2x = 32 - \frac{99}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ 2x = \frac{29}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ x = \frac{29}{8} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{29}{8}; -\frac{33}{40}\right)$.

$$\begin{aligned}
 \text{b. } & \begin{cases} 4x^2 - 5(y+1) = (2x-3)^2 \\ 3(7x+2) = 5(2y-1) - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5y - 5 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 21x + 6 = 10y - 5 - 3x \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 5y = 14 \\ 24x - 10y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 10y = 28 \\ 24x - 10y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x - 0y = 39 \\ 24x - 10y = -11 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vì phương trình $0x - 0y = 39$ vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

$$\begin{aligned}
 \text{c. } & \begin{cases} \frac{2x+1}{4} - \frac{y-2}{3} = \frac{1}{12} \\ \frac{x+5}{2} = \frac{y+7}{3} - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2x+1) - 4(y-2) = 1 \\ 3(x+5) = 2(y+7) - 24 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3 - 4y + 8 = 1 \\ 3x + 15 = 2y + 14 - 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -10 \\ 3x - 2y = -25 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 3x - 2y = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 0x - 0y = 20 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vì phương trình $0x - 0y = 20$ vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

$$\begin{aligned}
 \text{d. } & \begin{cases} \frac{3s - 2t}{5} + \frac{5s - 3t}{3} = s + 1 \\ \frac{2s - 3t}{3} + \frac{4s - 3t}{2} = t + 1 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 3(3s - 2t) + 5(5s - 3t) = 15(s + 1) \\ 2(2s - 3t) + 3(4s - 3t) = 6(t + 1) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 9s - 6t + 25s - 15t = 15s + 15 \\ 4s - 6t + 12s - 9t = 6t + 6 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 19s - 21t = 15 \\ 16s - 21t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3s = 9 \\ 16s - 21t = 6 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} s = 3 \\ 16s - 21t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 3 \\ 16.3 - 21t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 3 \\ t = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(s; t) = (3; 2)$.

Bài 28 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tìm hai số a và b sao cho $5a - 4b = -5$ và đường thẳng: $ax + by = -1$ đi qua điểm $A(-7; 4)$.

Lời giải:

Đường thẳng $ax + by = -1$ đi qua điểm $A(-7; 4)$ nên tọa độ của A nghiệm đúng phương trình đường thẳng.

Ta có: $a.(-7) + b.4 = -1$

Khi đó ta có phương trình:

$$\begin{cases} -7a + 4b = -1 \\ 5a - 4b = -5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} -7a + 4b = -1 \\ 5a - 4b = -5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -2a = -6 \\ 5a - 4b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 5a - 4b = -5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 5 \cdot 3 - 4b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 4b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a = 3, b = 5$.

Bài 29 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tìm giá trị của a và b để đường thẳng $ax - by = 4$ đi qua hai điểm $A(4; 3), B(-6; -7)$

Lời giải:

Đường thẳng $ax - by = 4$ đi qua hai điểm $A(4; 3), B(-6; -7)$ nên tọa độ của A và B nghiệm đúng phương trình đường thẳng.

*Với điểm A : $4a - 3b = 4$

*Với điểm B : $-6a + 7b = 4$

$$\begin{cases} 4a - 3b = 4 \\ -6a + 7b = 4 \end{cases}$$

Hai số a và b là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} 4a - 3b = 4 \\ -6a + 7b = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 9b = 12 \\ -12a + 14b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5b = 20 \\ -12a + 14b = 8 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ -12a + 14b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ -12a + 14 \cdot 4 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a = 4, b = 4$.

Bài 30 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các hệ phương trình theo hai cách:

*Cách thứ nhất: đưa hệ phương trình về dạng:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

*Cách thứ hai: đặt ẩn phụ, chẳng hạn $s = 3x - 2$, $t = 3y + 2$

a.
$$\begin{cases} 2(3x - 2) - 4 = 5(3y + 2) \\ 4(3x - 2) + 7(3y + 2) = -2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 3(x + y) + 5(x - y) = 12 \\ -5(x + y) + 2(x - y) = 11 \end{cases}$$

Lời giải:

**Cách 1:*

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} 2(3x - 2) - 4 = 5(3y + 2) \\ 4(3x - 2) + 7(3y + 2) = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 6x - 4 - 4 = 15y + 10 \\ 12x - 8 + 21y + 14 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 15y = 18 \\ 12x + 21y = -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 12x - 30y = 36 \\ 12x + 21y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 30y = 36 \\ 51y = -44 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 \cdot \left(-\frac{44}{51}\right) = 6 \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = 6 - \frac{220}{51} \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{43}{51} \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{43}{51}; -\frac{44}{51}\right)$

***Cách 2:** Đặt $m = 3x - 2$, $n = 3y + 2$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2m - 4 = 5n \\ 4m + 7n = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 10n = 8 \\ 4m + 7n = -2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 17n = -10 \\ 4m + 7n = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{10}{17} \\ 4m + 7n = -2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{10}{17} \\ 4m + 7 \cdot \left(-\frac{10}{17}\right) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{10}{17} \\ 4m = -2 + \frac{70}{17} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{10}{17} \\ m = \frac{9}{17} \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có: $3x - 2 = 9/17 \Leftrightarrow 3x = 2 + 9/17 \Leftrightarrow 3x = 43/17 \Leftrightarrow x = 43/51$

$3y + 2 = -10/17 \Leftrightarrow 3y = -2 - 10/17 \Leftrightarrow 3y = -44/17 \Leftrightarrow y = -44/51$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (43/51 ; -44/51)$

$$b. \begin{cases} 3(x + y) + 5(x - y) = 12 \\ -5(x + y) + 2(x - y) = 11 \end{cases}$$

*Cách 1:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3(x + y) + 5(x - y) = 12 \\ -5(x + y) + 2(x - y) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y + 5x - 5y = 12 \\ -5x - 5y + 2x - 2y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2y = 12 \\ -3x - 7y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 6y = 36 \\ -24x - 56y = 88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 6 \\ 62y = -124 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - (-2) = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (1; -2)$

*Cách 2: Đặt $m = x + y$, $n = x - y$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3m + 5n = 12 \\ -5m + 2n = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15m + 25n = 60 \\ -15m + 6n = 33 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 31n = 93 \\ -15m + 6n = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ -15m + 6n = 33 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ -15m + 6 \cdot 3 = 33 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ -15m = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (1; -2)$.

Bài 31 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tìm giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases}$$

cũng là nghiệm của phương trình $3mx - 5y = 2m + 1$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 20(x+1) - 15(y+2) = 12[2(x-y)] \\ 3(x-3) - 4(y-3) = 12(2y-x) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 20x + 20 - 15y - 30 = 24x - 24y \\ 3x - 9 - 4y + 12 = 24y - 12x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 9y = -10 \\ 15x - 28y = -3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 60x - 135y = -150 \\ 60x - 112y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 9y = -10 \\ -23y = -138 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 9y = -10 \\ y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 4x - 9 \cdot 6 = -10 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -10 + 54 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 44 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $(x; y) = (11; 6)$ là nghiệm của phương trình $3mx - 5y = 2m + 1$ nên ta có:

$$3m \cdot 11 - 5 \cdot 6 = 2m + 1$$

$$\Leftrightarrow 33m - 30 = 2m + 1 \Leftrightarrow 31m = 31 \Leftrightarrow m = 1$$

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases}$$

Vậy với $m = 1$ thì nghiệm của cũng là
nghiệm của phương trình $3mx - 5y = 2m + 1$.

Bài 32 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d): y = (2m - 5)x - 5m$ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): 2x + 3y = 7$ và $(d_2): 3x + 2y = 13$

Lời giải:

Gọi I là giao điểm của (d_1) và (d_2) . Khi đó tọa độ của I là nghiệm của hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y = 21 \\ 6x + 4y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ 6x + 4y = 26 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 6x + 4y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 6x + 4 \cdot (-1) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 6x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Tọa độ điểm I là $I(5; -1)$

Đường thẳng (d) : $y = (2m - 5)x - 5m$ đi qua $I(5; -1)$ nên tọa độ của I nghiệm đúng phương trình đường thẳng:

$$\text{Ta có: } -1 = (2m - 5) \cdot 5 - 5m \Leftrightarrow -1 = 10m - 25 - 5m$$

$$\Leftrightarrow 5m = 24 \Leftrightarrow m = 24/5$$

Vậy với $m = 24/5$ thì đường thẳng (d) đi qua giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

Bài 33 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Tìm giá trị của m để ba đường thẳng sau đây đồng quy: (d_1) : $5x + 11y = 8$, (d_2) : $10x - 7y = 74$, (d_3) : $4mx + (2m - 1)y = m + 2$

Lời giải:

Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 5x + 11y = 8 \\ 10x - 7y = 74 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 22y = 16 \\ 10x - 7y = 74 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 10x + 22y = 16 \\ 29y = -58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 22y = 16 \\ y = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 10x + 22 \cdot (-2) = 16 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 60 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $(x; y) = (6; -2)$

Để ba đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy thì (d_3) phải đi qua giao điểm của (d_1) và (d_2) , nghĩa là $(x; y) = (6; -2)$ nghiệm đúng phương trình đường thẳng (d_3) .

Khi đó ta có: $4m \cdot 6 + (2m - 1) \cdot (-2) = m + 2$

$$\Leftrightarrow 24m - 4m + 2 = m + 2 \Leftrightarrow 19m = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy với $m = 0$ thì 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy.

Bài 34 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Nghiệm chung của ba phương trình đã cho được gọi là nghiệm của hệ gồm ba phương trình ấy. Giải hệ phương trình là tìm nghiệm chung của tất cả các phương trình trong hệ. Hãy giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x + 5y = 34 \\ 4x - 5y = -13 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} 6x - 5y = -49 \\ -3x + 2y = 22 \\ 7x + 5y = 10 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x + 5y = 34 & (1) \\ 4x - 5y = -13 & (2) \\ 5x - 2y = 5 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình gồm hai phương trình (1) và (2), ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + 5y = 34 \\ 4x - 5y = -13 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 21 \\ 4x - 5y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 4x - 5y = -13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 4 \cdot 3 - 5y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 5y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Thay $x = 3, y = 5$ vào vế trái của phương trình (3) ta được:

$$VT = 5 \cdot 3 - 2 \cdot 5 = 15 - 10 = 5 = VP$$

Vậy $(x; y) = (3; 5)$ là nghiệm của phương trình (3).

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 5)$

$$\text{b. } \begin{cases} 6x - 5y = -49 & (1) \\ -3x + 2y = 22 & (2) \\ 7x + 5y = 10 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình gồm hai phương trình (1) và (3), ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 6x - 5y = -49 \\ 7x + 5y = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 13x = -39 \\ 7x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ 7x + 5y = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ 7 \cdot (-3) + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ 5y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{31}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Thay $x = -3, y = 31/5$ vào vế trái của phương trình (2), ta được:

$$VT = -3 \cdot (-3) + 2 \cdot 31/5 = 9 + 62/5 = 107/5 \neq 22 = VP$$

Vậy $(x; y) = (-3; 31/5)$ không phải là nghiệm của phương trình (2).

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài tập bổ sung (trang 12-13)

Bài 1 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = -\frac{3}{2} \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2}{x+y-1} - \frac{4}{x-y+1} = -\frac{14}{5} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{2}{x-y+1} = -\frac{13}{5} \end{cases}$$

Lời giải:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = -\frac{3}{2} \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$. Điều kiện: $x \neq 0; y \neq 0$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3a + 5b = -\frac{3}{2} \\ 5a - 2b = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 10b = -3 \\ 15a - 6b = 8 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 30a + 50b = -15 \\ 30a - 12b = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 62b = -31 \\ 6a + 10b = -3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ 6a + 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ 6a = 2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ a = \frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2}{x+y-1} - \frac{4}{x-y+1} = -\frac{14}{5} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{2}{x-y+1} = -\frac{13}{5} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x+y-1} = a; \frac{1}{x-y+1} = b$. Điều kiện: $x + y - 1 \neq 0; x - y + 1 \neq 0$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2a - 4b = -\frac{14}{5} \\ 3a + 2b = -\frac{13}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4b = -\frac{14}{5} \\ 6a + 4b = -\frac{26}{5} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = -8 \\ 3a + 2b = -\frac{13}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ -3 + 2b = -\frac{13}{5} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \frac{1}{x+y-1} = -1 \\ \frac{1}{x-y+1} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 1 = -1 \\ x - y + 1 = 5 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ x - y = 4 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Hai giá trị $x = 2; y = -2$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x; y) = (2; -2)$.

Bài 2 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Hãy xác định hàm số bậc nhất thỏa mãn mỗi điều kiện sau:

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $M(-3; 1)$ và $N(1; 2)$

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $M(\sqrt{2}; 1)$ và $N(3; 3\sqrt{2} - 1)$

c) Đồ thị đi qua điểm $M(-2; 9)$ và cắt đường thẳng (d): $3x - 5y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Lời giải:

Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

a) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $M(-3; 1)$ và $N(1; 2)$ nên tọa độ của M và N nghiệm đúng phương trình hàm số.

Điểm M: $1 = -3a + b$

Điểm N: $2 = a + b$

Hai số a và b là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3a + b = 1 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 1 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{7}{4} \end{cases}$$

b) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $M(\sqrt{2}; 1)$ và $N(3; 3\sqrt{2} - 1)$ nên tọa độ của M và N nghiệm đúng phương trình hàm số.

Điểm M: $1 = a\sqrt{2} + b$

Điểm N: $3\sqrt{2} - 1 = 3a + b$

Hai số a và b là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a\sqrt{2} + b = 1 \\ 3a + b = 3\sqrt{2} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3 - \sqrt{2})a = 3\sqrt{2} - 2 \\ a\sqrt{2} + b = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (3 - \sqrt{2})a = \sqrt{2}(3 - \sqrt{2}) \\ a\sqrt{2} + b = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ (\sqrt{2})^2 + b = 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ 2 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Hàm số cần tìm: $y = \sqrt{2}x - 1$

c) Điểm N nằm trên đường thẳng (d): $3x - 5y = 1$ có hoành độ bằng 2 nên tung độ của N bằng: $3 \cdot 2 - 5y = 1 \Leftrightarrow -5y = -5 \Leftrightarrow y = 1$

Điểm N(2; 1)

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua M(-2; 9) và N(2; 1) nên tọa độ của M và N nghiệm đúng phương trình hàm số.

Điểm M: $9 = -2a + b$

Điểm N: $1 = 2a + b$

Hai số a và b là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2a + b = 9 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 10 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ 2a + 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ 2a = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = -2 \end{cases}$$

Hàm số cần tìm là $y = -2x + 5$

Bài 3 trang 13 Sách bài tập Toán 9 Tập 2:

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{6}{5} \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Lời giải:

Điều kiện: $x \neq -y; y \neq -z; z \neq -x$

Từ hệ phương trình đã cho suy ra: $x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{6}{5} \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{3}{2} \\ \frac{y+z}{yz} = \frac{5}{6} \\ \frac{z+x}{zx} = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = \frac{3}{2} \\ b + c = \frac{5}{6} \\ c + a = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Cộng từng vế ba phương trình ta có:

$$a + b + b + c + c + a = \frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow 2(a + b + c) = \frac{9}{6} + \frac{5}{6} + \frac{8}{6}$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = \frac{11}{6}$$

$$a = (a + b + c) - (b + c) = \frac{11}{6} - \frac{5}{6} = 1$$

$$b = (a + b + c) - (c + a) = \frac{11}{6} - \frac{4}{3} = \frac{11}{6} - \frac{8}{6} = \frac{1}{2}$$

$$c = (a + b + c) - (a + b) = \frac{11}{6} - \frac{3}{2} = \frac{11}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{3}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x; y; z) = (1; 2; 3)$.