ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Bài 81 trang 171 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đoạn thẳng AB, điểm C nằm giữa AB. Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn có đường kính theo thứ tự là AB, AC, BC. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn lớn hơn tại D. DA, DB cắt các nửa đường tròn có đường kính AC, BC theo thứ tự tại M, N.

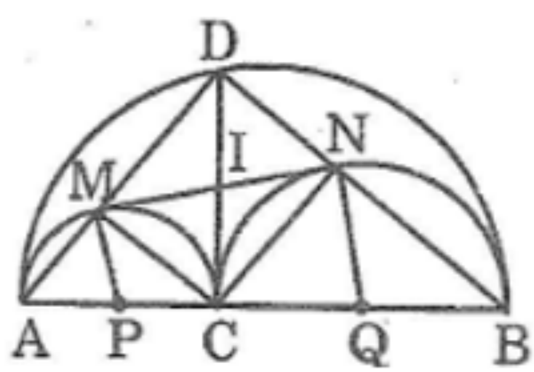
a. Tứ giác DMCN là hình gì? Vì sao?

b. Chứng minh hệ thức DM.DA = DN.DB

c. Chứng minh rằng MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn có đường kính AC, BC

d. Điểm C ở vị trí nào trên AB thì MN có độ dài lớn nhất.

Lời giải:



a. Tam giác ABD nội tiếp trong đường tròn có AB là đường kính nên góc BDA = 90^o hay góc MDN = 90^o

Tam giác ACM nội tiếp trong đường tròn có AC là đường kính nên góc AMC = 90^o

Suy ra: CM ⊥ AD ⇒ góc CMD = 90^o

Tam giác BCN nội tiếp trong đường tròn có AC là đường kính nên góc BNC = 90^o

Suy ra: CN ⊥ BD ⇒ góc CND = 90^o

Tứ giác CMDN có ba góc vuông nên nó là hình chữ nhật

b. Tam giác ACD vuông tại C có CM ⊥ AD

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$CD^2 = DM.DA$ (1)

Tam giác BCD vuông tại C có CN ⊥ BD

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$CD^2 = DN.DB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: DM.DA = DN.DB

c. Gọi P là trung điểm của AC, Q là trung điểm của BC, I là giao điểm của MN với DC

Vì CMDN là hình chữ nhật nên IC = IM = ID = IN

Tam giác CNI cân tại I nên góc ICN = góc INC (3)

Tam giác CNQ cân tại Q nên góc QCN = góc QNC (4)

Vì AB ⊥ CD nên góc ICN + góc QNC = 90^o (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra: góc INC + góc QNC = 90^o hay MN ⊥ QN

Vậy MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC

Tam giác CMI cân tại I nên góc ICM = góc IMC (6)

Tam giác CMP cân tại P nên góc PCM = góc PMC (7)

Vì AB ⊥ CD nên góc PCM + góc IMC = 90^o (8)

Từ (6), (7) và (8) suy ra: góc PMC + góc IMC = 90^o hay MN ⊥ PM

Vậy MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AC

d. Gọi O là trung điểm của AB

Tứ giác CMDN là hình chữ nhật nên CD = MN

Trong tam giác OCD ta có: CD ≤ OD nên MN ≤ OD

Vì OD không đổi nên MN = OD là giá trị lớn nhất khi và chỉ khi C trùng với O

Vậy C là trung điểm của AB thì MN có độ dài lớn nhất.

Bài 82 trang 171 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài DE, D ∈ (O), E ∈ (O’). Kẻ tiếp tuyến chung trong tại A cắt DE ở I. Gọi M là giao điểm của OI và AD, N là giao điểm của O’I và AE.

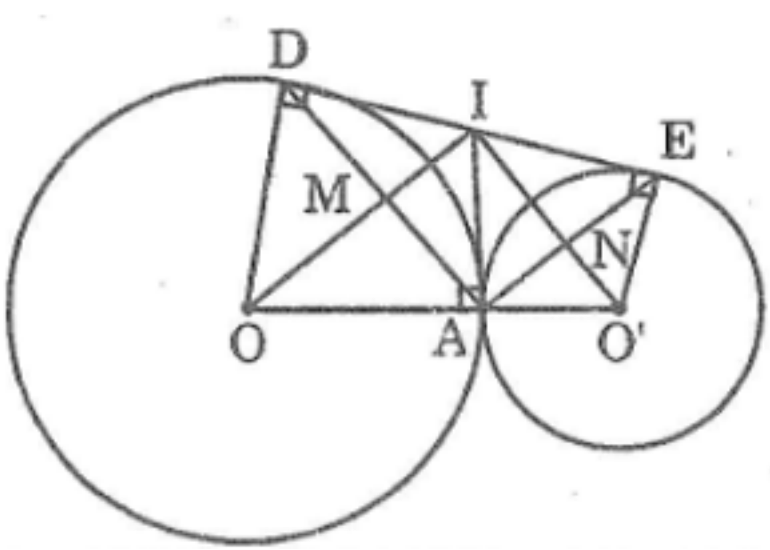
a. Tứ giác AMIN là hình gì? Vì sao?

b. Chứng minh hệ thức IM.IO = IN.IO’

c. Chứng minh rằng OO’ là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là DE

d. Tính độ dài DE, biết rằng OA = 5cm, O’A = 3,2cm

Lời giải:



a. Trong đường tròn (O) ta có OI là tia phân giác của góc AID (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Trong đường tròn (O’) ta có O’I là tia phân giác của góc AIE (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

=> IO ⊥ IO’ (tính chất hai góc kề bù)

Suy ra góc OIO' = 90^o hay góc MIN = 90^o

Lại có: IA = ID (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra tam giác ADI cân tại I

Tam giác cân AID có IO là phân giác của góc AID nên IO cũng là đường cao của tam giác AID

Suy ra: IO ⊥ AD hay góc AMI = 90^o

Mặt khác: IA = IE (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra tam giác AEI cân tại I

Tam giác cân AIE có IO’ là phân giác của góc AIE nên IO’ cũng là đường cao của tam giác AIE

Suy ra: IO’ ⊥ AE hay góc ANI = 90^o

Tứ giác AMIN có ba góc vuông nên nó là hình chữ nhật.

b. Tam giác AIO vuông tại A có AM ⊥ IO

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: IA^2 = IM.IO (1)

Tam giác AIO’ vuông tại A có AN ⊥ IO’

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: IA^2 = IN.IO’ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: IM.IO = IN.IO’

c. Ta có: IA = ID = IE (chứng minh trên)

Suy ra A nằm trên đường tròn tâm I đường kính DE

Vì OO’ ⊥ IA tại A nên OO’ là tiếp tuyến của đường tròn (I; DE/2)

d. Tam giác O’IO vuông tại I có IA ⊥ OO’

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

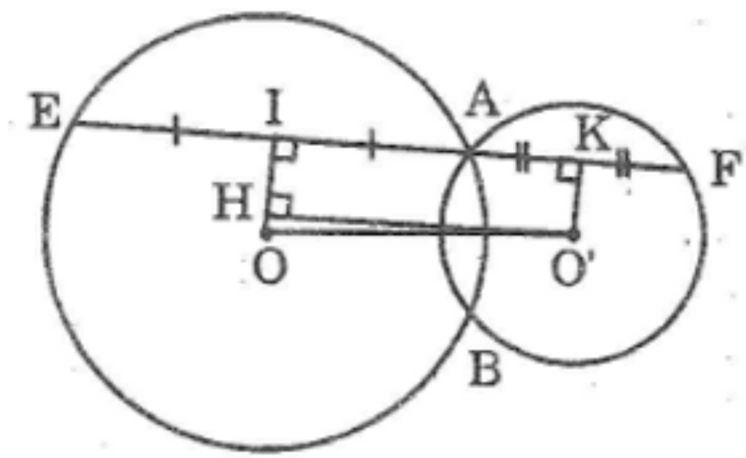
IA^2 = OA.O’A = 5.3,2 = 16

Suy ra: IA = 4 (cm). Mà DE = 2IA nên DE = 2.4 = 8 (cm).

Bài 83 trang 171 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại A và B, OO’ = 3cm. Qua A kẻ một đường thẳng cắt các đường tròn (O) và (O’) theo thứ tự tại E và F (A nằm giữa E và F). Tính xem đoạn thẳng EF có độ dài lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải:



Kẻ OI ⊥ AE, O’K ⊥ AF

Trong đường tròn (O), ta có:

IA = IE = (1/2).AE (đường kính vuông góc với dây cung)

Trong đường tròn (O’), ta có:

KA = KF = (1/2).AF (đường kính vuông góc với dây cung)

Ta có: EF = AE = AF

Suy ra: EF = 2IA = 2AK = 2(IA + AK) = 2IK   (1)

Kẻ O’H ⊥ OI

Khi đó tứ giác IHO’K là hình chữ nhật (có ba góc vuông)

Suy ra: O’H = IK

Trong tam giác OHO’ ta có: O’H ≤ OO’ = 3 (cm)

Suy ra: IK ≤ OO’   (2)

Từ (1) và (2) suy ra: EF ≤ 2OO’ = 6 (cm)

Ta có EF = 6cm khi H và O trùng nhau hay EF // OO’

Vậy EF có độ dài lớn nhất bằng 6cm khi và chỉ khi EF // OO’.

Bài 84 trang 171 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

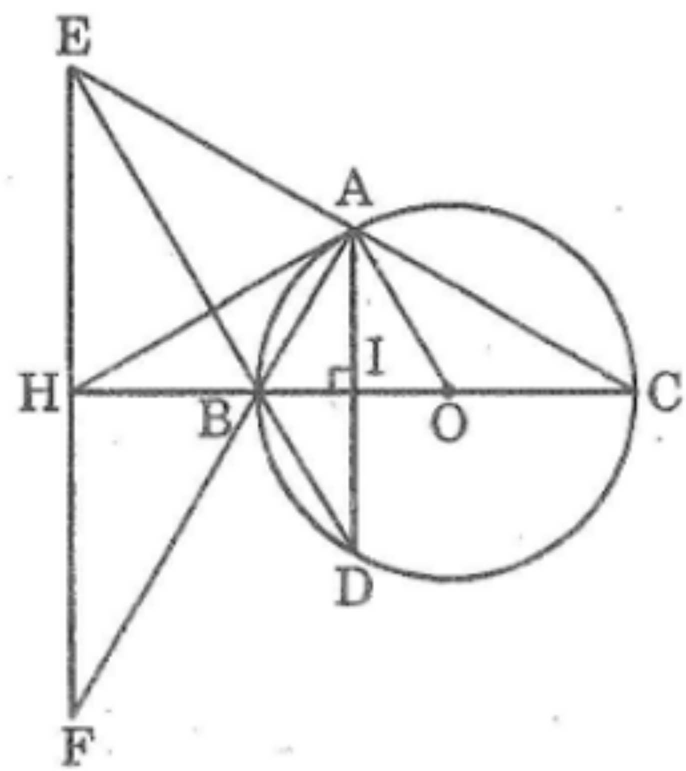
Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC) nội tiếp trong đường tròn (O) có đường kính BC. Kẻ dây AD vuông góc với BC. Gọi E là giao điểm của DB và CA. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt BC ở H, cắt AB ở F. Chứng minh rằng:

a. Tam giác EBF cân

b. Tamm giác HAF cân

c. HA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Lời giải:



a. Gọi I là giao điểm của AD và BC

Vì BC là đường trung trực của AD nên theo tính chất đường trung trực ta có:

BA = BD

Tam giác BAD cân tại B có BI ⊥ AD nên BI là tia phân giác của góc ABD

Suy ra: $\widehat{ABI} = \widehat{DBI}$

Mà $\widehat{ABI} = \widehat{HBF}$ (đối đỉnh)

và $\widehat{DBI} = \widehat{HBE}$ (đối đỉnh)

Suy ra: $\widehat{HBE} = \widehat{HBF}$

Tam giác EBF có BH là tia phân giác của góc EBF và BH ⊥ EF nên tam giác EBF cân tại B.

b. Tam giác EBF cân tại B nên HE = HF

Tam giác AEF vuông tại A có AH là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên: HA = HE = HF = (1/2).EF (tính chất tam giác vuông)

Vậy tam giác AHF cân tại H.

c. Tam giác AHF cân tại H nên $\widehat{HAF} = \widehat{HFA}$ (1)

Tam giác AOB cân tại O nên $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$

Mà $\widehat{ABI} = \widehat{HBF}$ (đối đỉnh)

Suy ra: $\widehat{OAB} = \widehat{HBF}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{HAO} = \widehat{HAF} + \widehat{OAB} = \widehat{HFB} + \widehat{HBF}$ (3)

Tam giác BHF vuông tại H nên $\widehat{HFB} + \widehat{HBF} = 90^0$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{HAO} = 90^0$ hay HA ⊥ AO

Vậy HA là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 85 trang 172 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

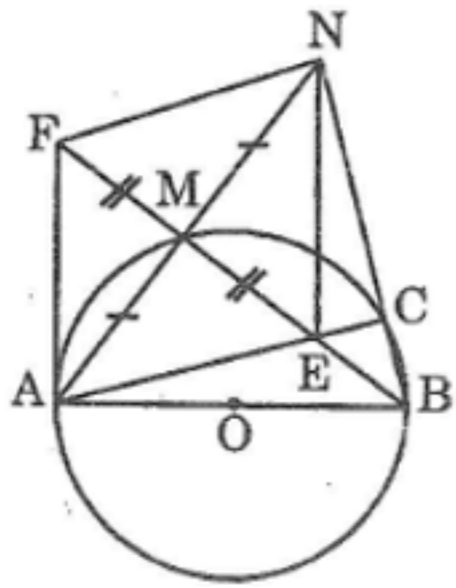
Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M. BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và Bm.

a. Chứng minh rằng NE ⊥ AB

b. Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh rằng FA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c. Chứng minh rằng FN là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA)

Lời giải:



a. Tam giác ABM nội tiếp trong đường tròn (O) có AB là đường kính nên vuông tại M

Suy ra: AN ⊥ BM

Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O) có AB là đường kính nên vuông tại C

Suy ra: AC ⊥ BN

Tam giác ABN có hai đường cao AC và BM cắt nhau tại E nên E là trực tâm của tam giác ABN

Suy ra: NE ⊥ AB

b. Ta có: MA = MN (tính chất đối xứng tâm)

ME = MF (tính chất đối xứng tâm)

Tứ giác AENF có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên nó là hình bình hành

Suy ra: AF // NE

Mà NE ⊥ AB (chứng minh trên)

Suy ra: AF ⊥ AB tại A

Vậy FA là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c. Trong tam giác ABN ta có: AN ⊥ BM và AM = MN

Suy ra tam giác ABN cân tại B

Suy ra BA = BN hay N thuộc đường tròn (B; BA)

Tứ giác AFNE là hình bình hành nên AE // FN hay FN // AC

Mặt khác: AC ⊥ BN (chứng minh trên)

Suy ra: FN ⊥ BN tại N

Vậy FN là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA)

Bài 86 trang 172 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm C nằm giữa A và O. Vẽ đường tròn (O’) có đường kính CB

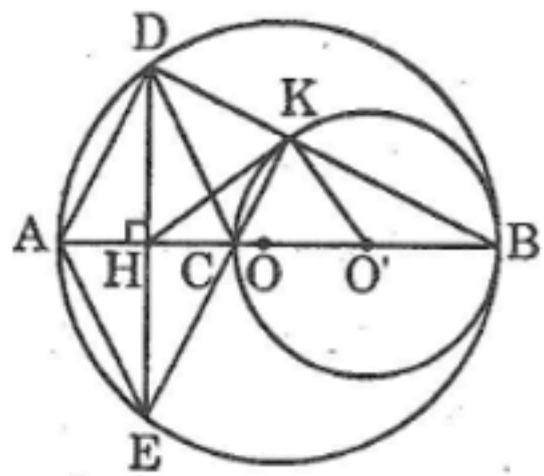
a. Hai đường tròn (O) và (O’) có vị trí tương đối như thế nào đối với nhau?

b. Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC. Tứ giác ADCE là hình gì? Vì sao?

c. Gọi K là giao điểm của DB với đường tròn (O’). Chứng minh rằng ba điểm E, C, K thẳng hàng.

d. Chứng minh rằng HK là tiếp tuyến của đường tròn (O’)

Lời giải:



a. Vì O, O' và B thẳng hàng nên: O'B < OB => O' nằm giữa O và B

Ta có: OO' = OB - O'B

Vậy đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) tại B

b. Ta có: HA = HC (gt)

AB ⊥ DE (gt)

Suy ra: HD = HE (đường kính vuông góc với dây cung)

Tứ giác ADCE có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên nó là hình bình hành

Lại có: AC ⊥ DE

Suy ra tứ giác ADCE là hình thoi

c. Tam giác ABD nội tiếp trong đường tròn (O) có Ab là đường kính nên vuông tại D

Suy ra: AD ⊥ BD

Tứ giác ADCE là hình thoi nên EC // AD

Suy ra: EC ⊥ BD   (1)

Tam giác BCK nội tiếp trong đường tròn (O') có BC là đường kính nên vuông tại K

Suy ra: CK ⊥ BD   (2)

Từ (1) và (2) suy ra EC trùng với CK

Vậy E, C, K thẳng hàng.

d. Tam giác DEK vuông tại K có KH là trung tuyến thuộc cạnh huyền DE nên: HK = HE = (1/2).DE (tính chất tam giác vuông)

Suy ra tam giác EHK cân tại H

Suy ra: $\widehat{HEK} = \widehat{HKE}$ (tính chất tam giác cân) (3)

Ta có: O'K = O'C (= R) nên tam giác O'CK cân tại O'

Suy ra: $\widehat{O'CK} = \widehat{O'KC}$ (tính chất tam giác cân)

Mà: $\widehat{O'CK} = \widehat{HCE}$ (đối đỉnh)

Suy ra: $\widehat{O'KC} = \widehat{HCE}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{HKO'} = \widehat{HKE} + \widehat{O'KC} = \widehat{HEK} + \widehat{HCE}$ (5)

Tam giác CEH vuông tại H nên $\widehat{HEK} + \widehat{HCE} = 90^0$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra: $\widehat{HKO'} = 90^0$ hay HK ⊥ KO' tại K

Vậy HK là tiếp tuyến của đường tròn (O')

Bài 87 trang 172 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

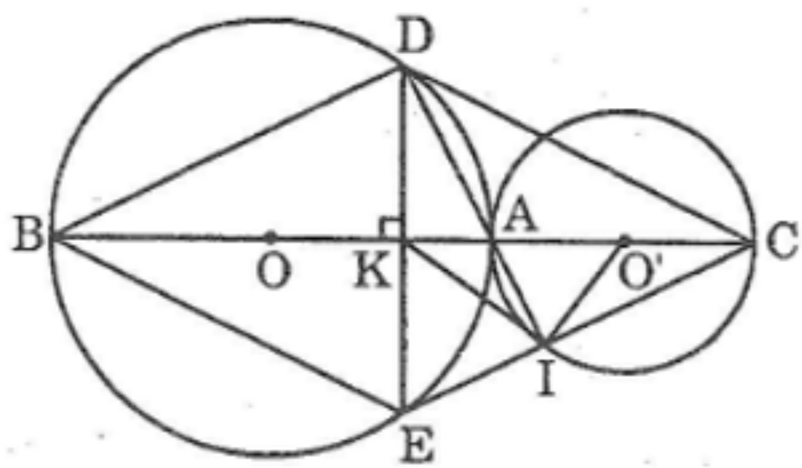
Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') tiếp xúc ngoài tại A (R > R'). Vẽ các đường kính AOB, AO'C. Dây DE của đường tròn (O) vuông góc với BC tại trung điểm K của BC

a. Chứng minh rằng tứ giác BDCE là hình thoi

b. Gọi I là giao điểm của EC và đường tròn (O'). Chứng minh rằng ba điểm D, A, I thẳng hàng

c. Chứng minh rằng KI là tiếp tuyến của đường tròn (O')

Lời giải:



a. Vì đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A nên O, A và O' thẳng hàng

Ta có: KB = KC (gt)

Trong đường tròn (O) ta có:

AB ⊥ DE tại K

Suy ra: KD = KE (đường kính vuông góc với dây cung)

Tứ giác BDCE có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên nó là hình bình hành.

Lại có: BC ⊥ DE

Suy ra tứ giác BDCE là hình thoi.

b. Tam giác ABD nội tiếp trong đường tròn (O) có AB là đường kính nên vuông tại D

Suy ra: AD ⊥ BD

Tứ giác BDCE là hình thoi nên EC // BD

Suy ra: EC ⊥ AD (1)

Tam giác AIC nội tiếp trong đường tròn (O') có AC là đường kính nên vuông tại I

Suy ra: AI ⊥ CE (2)

Từ (1) và (2) suy ra AD trùng với AI

Vậy D, A, I thẳng hàng.

c. Tam giác DIE vuông tại I có IK là trung tuyến thuộc cạnh huyền DE nên: KI = KD = (1/2).ED (tính chất tam giác vuông)

Suy ra tam giác IKD cân tại K

Suy ra: $\widehat{KID} = \widehat{KDI}$ hay $\widehat{KIA} = \widehat{KDA}$ (3)

Ta có: O'A = O'I (= R) nên tam giác O'IA cân tại O'

Suy ra: $\widehat{O'AI} = \widehat{O'IA}$ (tính chất tam giác cân)

Mà: $\widehat{O'AI} = \widehat{KAD}$ (đối đỉnh)

Suy ra: $\widehat{O'IA} = \widehat{KAD}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{KIO'} = 90^0$ hay KI ⊥ O'I tại I

Vậy KI là tiếp tuyến của đường tròn (O').

Bài 88 trang 172 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

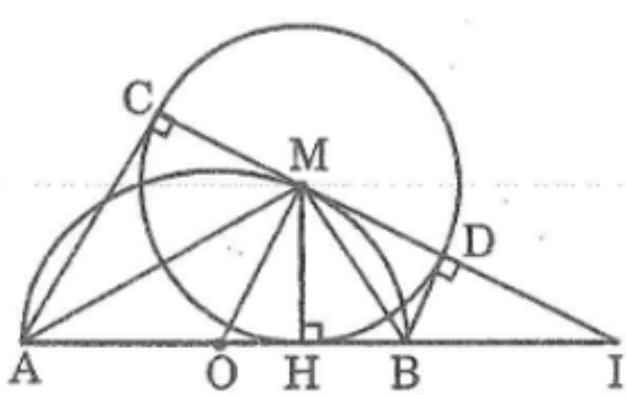
Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Gọi M là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn, H là chân đường vuông góc kẻ từ M đén AB. Vẽ đường tròn (M; MH). Kẻ các tiếp tuyến AC, BD với đường tròn tâm M (C và D là các tiếp điểm khác H).

a. Chứng minh rằng ba điểm C, M, D thẳng hàng và CD là tiếp tuyến của đường tròn (O)

b. Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (O) thì tổng AC + BD không đổi

c. Giả sử CD và AB cắt nhau tại I. Chứng minh rằng tích OH.OI không đổi

Lời giải:



a. Trong đường tròn (M; MH), theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

- MA là tia phân giác của góc HMC

Suy ra: $\widehat{CMA} = \widehat{HMA}$ hay $\widehat{CMH} = 2\widehat{HMA}$

- MB là tia phân giác của góc HMD

Suy ra: $\widehat{HMB} = \widehat{DMB}$ hay $\widehat{DMH} = 2\widehat{HMB}$

Tam giác ABM nội tiếp trong đường tròn (O)

có AB là đường kính nên vuông tại M

Suy ra: $\widehat{AMB} = 90^0$ hay $\widehat{HMA} + \widehat{HMB} = 90^0$

Suy ra: $\widehat{CMH} + \widehat{HMD} = 2\widehat{HMA} + 2\widehat{HMB}$

$= 2(\widehat{HMA} + \widehat{HMB}) = 2.90^0 = 180^0$

Vậy C, M, D thẳng hàng.

b. Trong đường tròn (M; MH), theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

AC = AH và BD = BH

Khi M thay đổi trên nửa đường tròn tâm O thì AC luôn bằng AH và BD luôn bằng BH

Suy ra: AC + BD = AH + BH = AB không đổi

c. Ta có: AC ⊥ CD và BD ⊥ CD (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra: AC // BD hay tứ giác ABDC là hình thang

Mà OA = OB (bán kính (O))

Và AC = MD (bán kính (M))

Suy ra OM là đường trung bình của hình thang ABDC

Khi đó OM // AC. Suy ra: OM ⊥ CD hay góc (OMI) = 90^o

Tam giác OMI vuông tại M có MH ⊥ OI

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $OM^2 = OH.OI$

Suy ra: $OH.OI = R^2$ không đổi.

Bài tập bổ sung (trang 173)

Bài 1 trang 173 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tỉ số bán kính đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp một tam giác đều bằng

A. 1/3;

B. 1/2;

C. $1/\sqrt{2}$;

D. 2.

Hãy chọn phương án đúng.

Lời giải:

Chọn đáp án B

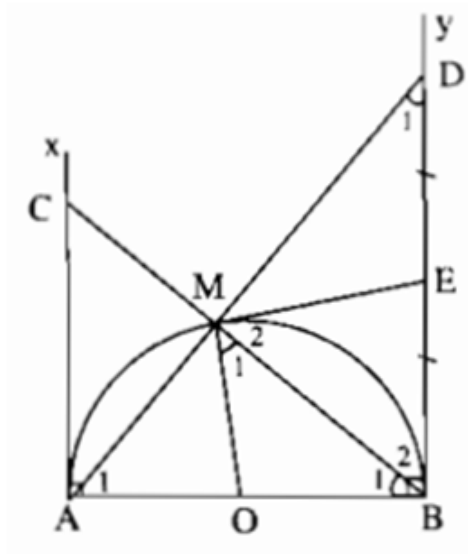
Bài 2 trang 173 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ các tia tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Gọi M là điểm thuộc nửa đường tròn, D là giao điểm của AM và By, C là giao điểm của BM và Ax, E là trung điểm của BD. Chứng minh rằng:

a) $AC.BD = AB^2$;

b) ME là tiếp tuyến của nửa đường tròn.

Lời giải:



a) $\angle B_1 = \angle D_1$ (cùng phụ với $\angle A_1$).

$\Delta ABC \sim \Delta BDA$ (g.g) suy ra

$AB/BD = AC/AB$, do đó $AC.BD = AB^2$.

b) Tam giác EBM cân nên $\angle M_2 = \angle B_2$. Suy ra $\angle M_1 + \angle M_2 = \angle B_1 + \angle B_2 = 90^o$, tức là ME $\perp$ OM tại M. Vậy ME là tiếp tuyến của nửa đường tròn.

Bài 3 trang 173 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

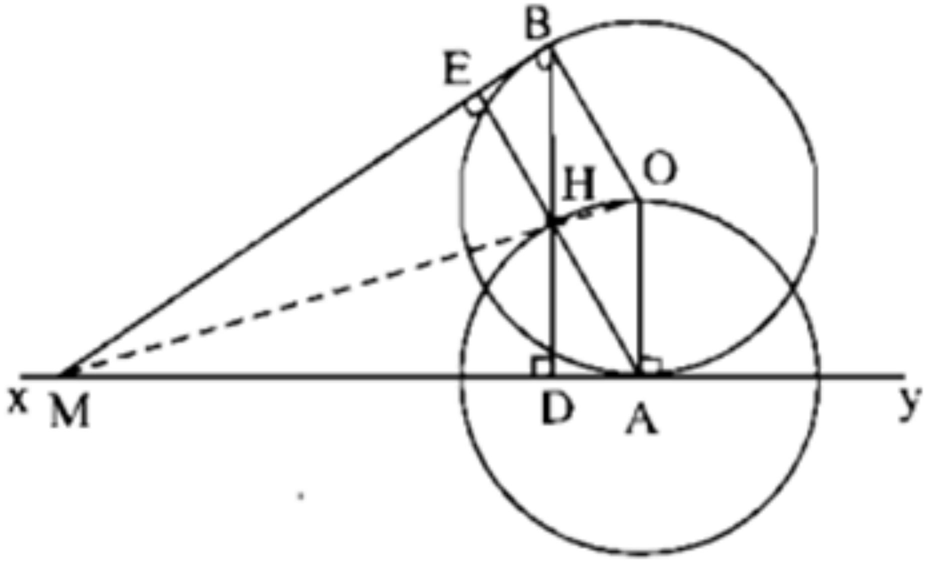
Cho đường tròn (O) và điểm A cố định trên đường tròn. Gọi xy là tiếp tuyến với đường tròn tại A. Từ một điểm M nằm trên xy, vẽ tiếp tuyến MB với đường tròn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB.

a) Chứng minh rằng ba điểm M, H, O thẳng hàng.

b) Tứ giác AOBH là hình gì?

c) Khi M di chuyển trên xy thì H di chuyển trên đường nào ?

Lời giải:



a) Gọi BD, AE là đường cao của ΔMAB. Ta có ΔMAE = ΔMBD (cạnh huyền – góc nhọn) nên ME = MD, ΔMHE = ΔMHD (cạnh huyền – cạnh góc vuông) nên ∠(EMH) = ∠(DMH). MH và MO đều là tia phân giác của góc AMB nên M, H, O thẳng hàng.

b) Tứ giác AOBH có BH // OA, AH // OB và OA = OB nên là hình thoi.

c) H cách A cố định một khoảng bằng OA không đổi nên H di chuyển trên đường tròn (A; AO).