

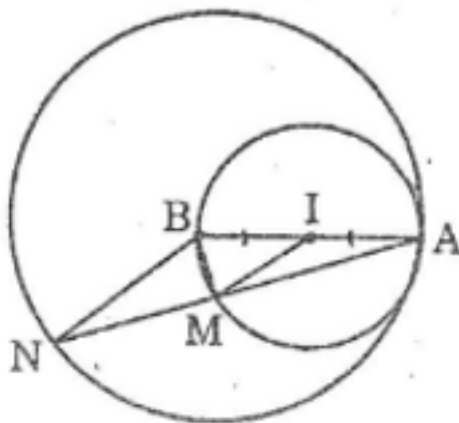
BÀI 8: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Bài 71 trang 168 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vẽ các đường tròn $(I; IA)$ và $(B; BA)$.

- Hai đường tròn (I) và (B) nói trên có vị trí tương đối như thế nào với nhau? Vì sao?
- Kẻ một đường thẳng đi qua A , cắt các đường tròn (I) và (B) theo thứ tự tại M và N . So sánh các độ dài AM và MN .

Lời giải:



- Vì A, I, B thẳng hàng nên:

$$BI = AB - AI$$

Vậy đường tròn $(I; IA)$ tiếp xúc với đường tròn $(B; BA)$ tại A .

- Tam giác AMB nội tiếp trong đường tròn (I) có AB là đường kính nên góc $AMB = 90^\circ$

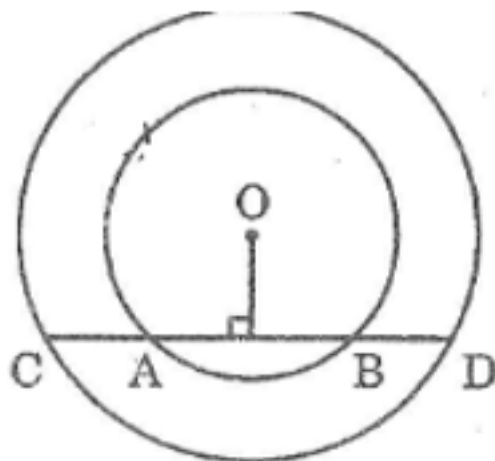
Suy ra: $AM \perp BM$ hay $BM \perp AN$

Suy ra: $AM = MN$ (đường kính vuông góc dây cung).

Bài 72 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn đồng tâm O . Gọi AB là dây bất kì của đường tròn nhỏ. Đường thẳng AB cắt đường tròn lớn ở C và D (A nằm giữa B và C). So sánh các độ dài AC và BD .

Lời giải:



Kẻ $OI \perp AB$. Ta có: $OI \perp CD$

Trong đường tròn (O) (nhỏ) ta có : $OI \perp AB$

Suy ra :

$IA = IB$ (đường kính vuông góc dây cung) (1)

Trong đường tròn (O) (lớn) ta có : $OI \perp CD$

Suy ra :

$IC = ID$ (đường kính vuông góc dây cung)

Hay $IA + AC = IB + BD$ (2)

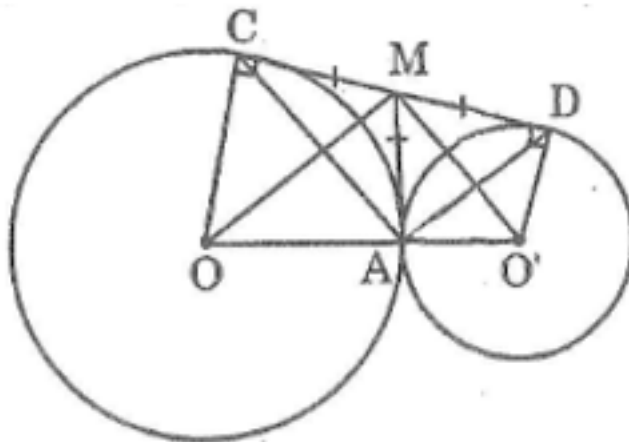
Từ (1) và (2) suy ra: $AC = BD$.

Bài 73 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Gọi CD là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn ($C \in (O)$, $D \in (O')$)

- a. Tính số đo góc CAD
- b. Tính độ dài CD biết $OA = 4,5\text{cm}$, $O'A = 2\text{cm}$

Lời giải:



a. Kẻ tiếp tuyến chung t_{IA} cắt CD tại M

Trong đường tròn (O) ta có:

MA = MC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Trong đường tròn (O') ta có :

MA = MD (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra : MA = MC = MD = 1/2 CD

Tam giác ACD có đường trung tuyến AM ứng với cạnh CD bằng nửa cạnh CD nên tam giác ACD vuông tại A

Suy ra : góc CAD = 90°

b. Ta có :

MO là tia phân giác của góc (CMA) (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

MO' là tia phân giác của góc (DMA) (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra : MO ⊥ MO' (tính chất hai góc kề bù)

Tam giác MOO' vuông tại M có MA ⊥ OO' (tính chất tiếp tuyến)

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :

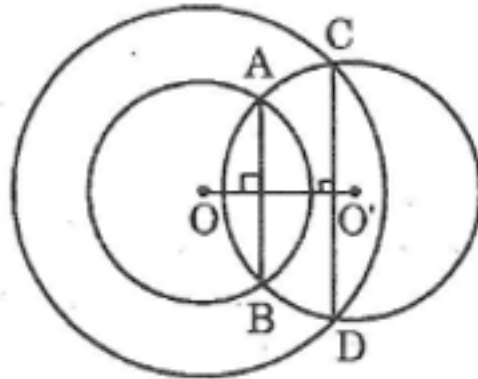
$$MA^2 = OA.O'A = 4,5.2 = 9 \Rightarrow MA = 3 \text{ (cm)}$$

$$\text{Mà } MA = \frac{1}{2} CD \Rightarrow CD = 2.MA = 2.3 = 6 \text{ (cm)}$$

Bài 74 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn đồng tâm O . Một đường tròn (O') cắt một đường tròn tâm O tại A, B và cắt đường tròn tâm O còn lại tại C, D . Chứng minh rằng $AB \parallel CD$.

Lời giải:



Vì đường tròn (O') cắt đường tròn ($O ; OA$) tại A và B nên OO' là trung trực của AB

Suy ra : $OO' \perp AB$ (1)

Vì đường tròn (O') cắt đường tròn ($O ; OC$) tại C và D nên OO' là trung trực của CD

Suy ra : $OO' \perp CD$ (2)

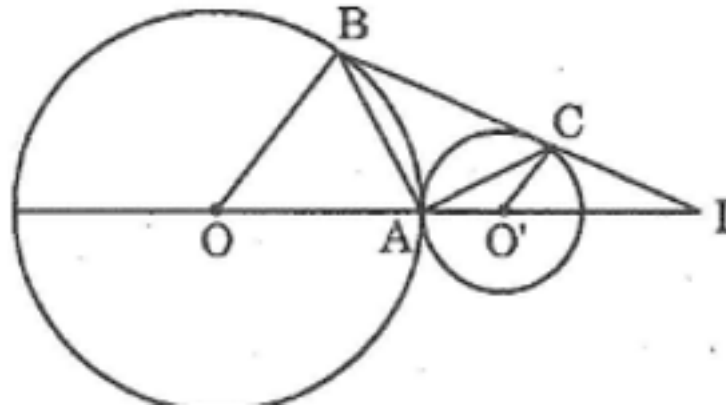
Từ (1) và (2) suy ra : $AB \parallel CD$.

Bài 75 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn ($O ; 3\text{cm}$) và đường tròn ($O' ; 1\text{cm}$) tiếp xúc ngoài tại A . Vẽ hai bán kính OB và $O'C$ song song với nhau thuộc cùng nửa mặt phẳng có bờ OO' .

- Tính số đo góc BAC .
- Gọi I là giao điểm của BC và OO' . Tính độ dài OI .

Lời giải:



a. Ta có : $OB \parallel O'C$ (gt)

Suy ra : (hai góc trong cùng phía)

$OA = OB (=R)$

\Rightarrow Tam giác AOB cân tại O

$$\text{Suy ra: } \widehat{BAO} = \frac{180^\circ - \widehat{AOB}}{2}$$

$$O'A = O'C (=R')$$

\Rightarrow Tam giác AO'C cân tại O'

$$\text{Suy ra: } \widehat{CAO'} = \frac{180^\circ - \widehat{AO'C}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \widehat{BAO} + \widehat{CAO'} &= \frac{180^\circ - \widehat{AOB}}{2} + \frac{180^\circ - \widehat{AO'C}}{2} \\ &= \frac{180^\circ + 180^\circ - (\widehat{AOB} + \widehat{AO'C})}{2} = \frac{180^\circ + 180^\circ - 180^\circ}{2} = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Lại có: } \widehat{BAO} + \widehat{BAC} + \widehat{CAO'} = 180^\circ$$

$$\text{Suy ra : } \widehat{BAC} = 180^\circ - (\widehat{BAO} + \widehat{CAO'}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

b. Trong tam giác IBO, ta có: $OB \parallel O'C$

$$\text{Suy ra: } \frac{IO'}{IO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{IO - IO'}{IO} = \frac{3 - 1}{3} \Rightarrow \frac{OO'}{IO} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Mà } OO' = OA + O'A = 3 + 1 = 4 \text{ (cm)}$$

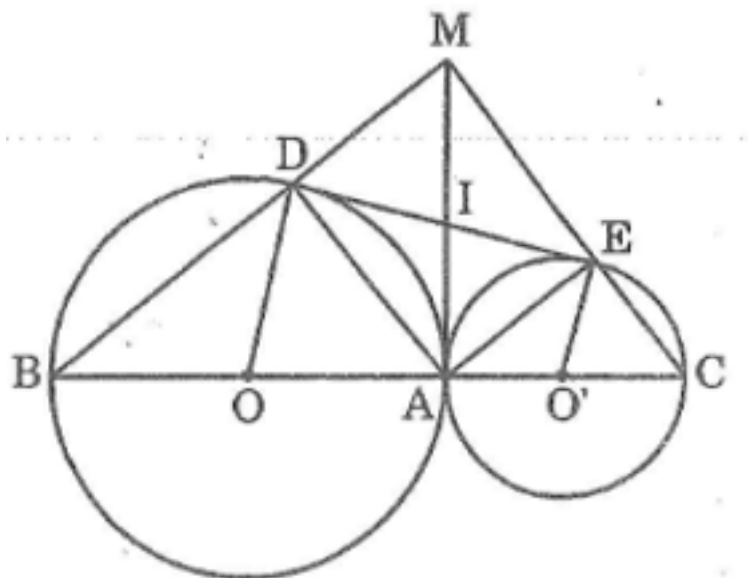
$$\text{Suy ra: } \frac{4}{IO} = \frac{2}{3} \Rightarrow IO = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

Bài 76 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ các đường kính AOB , $AO'C$. Gọi DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ($D \in (O)$, $E \in (O')$). Gọi M là giao điểm của BD và CE .

- Tính số đo góc DAE .
- Tứ giác $ADME$ là hình gì? Vì sao ?
- Chứng minh rằng MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

Lời giải:



- Kẻ tiếp tuyến chung tại A cắt DE tại I

Trong đường tròn (O) ta có:

$$IA = ID \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

Trong đường tròn (O') ta có :

$$IA = IE \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

$$\text{Suy ra : } IA = ID = IE = (1/2).DE$$

Tam giác ADE có đường trung tuyến AI ứng với cạnh DE và bằng nửa cạnh DE nên tam giác ADE vuông tại A

Suy ra: góc $EAD = 90^\circ$

b. Tam giác ABD nội tiếp trong đường tròn (O) có AB là đường kính nên góc $ADB = 90^\circ$ hay góc $ADM = 90^\circ$.

Tam giác AEC nội tiếp trong đường tròn (O') có AC là đường kính nên góc $AEC = 90^\circ$ hay $AEM = 90^\circ$.

Mặt khác: góc $EAD = 90^\circ$ (chứng minh trên)

Tứ giác $ADME$ có ba góc vuông nên nó là hình chữ nhật.

c. Tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật và $ID = IE$ (chứng minh trên) nên đường chéo AM của hình chữ nhật phải đi qua trung điểm I của DE . Suy ra: A, I, M thẳng hàng.

Ta có: $IA \perp OO'$ (vì IA là tiếp tuyến của (O))

Suy ra: $AM \perp OO'$

Vậy MA là tiếp tuyến chung của đường tròn (O) và (O') .

Bài 77 trang 169 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

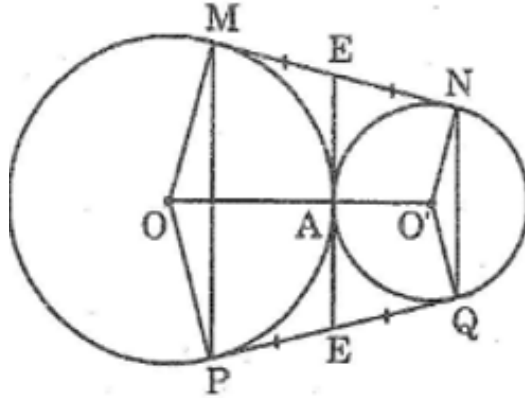
Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đường tròn ($M \in (O), N \in (O')$). Gọi P là điểm đối xứng với M qua OO' , Q là điểm đối xứng với N qua OO' . Chứng minh rằng:

a. $MNQP$ là hình thang cân.

b. PQ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O') .

c. $MN + PQ = MP + NQ$.

Lời giải:



a. Vì M và P đối xứng qua trục OO' nên OO' là đường trung trực của MP

Suy ra: $OP = OM$

Khi đó P thuộc (O) và $MP \perp OO'$ (1)

Vì N và Q đối xứng qua trục OO' nên OO' là đường trung trực của NQ

Suy ra: $O'N = O'Q$

Khi đó Q thuộc (O') và $NQ \perp OO'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $MP \parallel NQ$

Tứ giác MNQP là hình thang

Vì OO' là đường trung trực của MP và NQ nên OO' đi qua trung điểm hai đáy hình thang MNQP, OO' đồng thời cũng là trục đối xứng của hình thang MNQP nên MNQP là hình thang cân.

b. Ta có: $MN \perp OM$ (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra: $\widehat{OMN} = 90^\circ$ hay $\widehat{OMP} + \widehat{PMN} = 90^\circ$ (3)

$OM = OP (= R)$ nên tam giác OMP cân tại O

Suy ra: $\widehat{OPM} = \widehat{OMP}$ (4)

Lại có MNQP là hình thang cân nên $\widehat{PMN} = \widehat{QPM}$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra: $\widehat{OPM} + \widehat{QPM} = 90^\circ$

Suy ra: $QP \perp OP$ tại P

Vậy PQ là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Ta có: $MN \perp O'N$ (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra: $\widehat{O'NM} = 90^\circ$

$$\text{Mà } \widehat{O'NM} = \widehat{MNQ} - \widehat{O'NQ} = 90^\circ \quad (6)$$

$O'N = O'Q (= R')$ nên tam giác $O'NQ$ cân tại O'

$$\text{Suy ra : } \widehat{O'NQ} = \widehat{O'QN} \quad (7)$$

$$\text{Lại có } MNQP \text{ là hình thang cân nên } \widehat{MNQ} = \widehat{PQN} \quad (8)$$

$$\text{Từ (6), (7) và (8) suy ra: } \widehat{PQN} - \widehat{O'QN} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{O'QP} = 90^\circ$$

Suy ra: $QP \perp O'Q$ tại Q

c. Kẻ tiếp tuyến chung tại A cắt MN tại E và PQ tại F

Trong đường tròn (O) , theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$$EM = EA \text{ và } FP = FA$$

Trong đường tròn (O') , theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$$EN = EA \text{ và } FQ = FA$$

$$\text{Suy ra: } EM = EA = EN = (1/2).MN$$

$$FP = FA = FQ = (1/2).PQ$$

$$\text{Suy ra : } MN + PQ = 2EA + 2FA = 2(EA + FA) = 2EF \quad (9)$$

Vì EF là đường trung bình của hình thang $MNQP$ nên :

$$EF = (MP + NQ)/2 \text{ hay } MP + NQ = 2EF \quad (10)$$

$$\text{Từ (9) và (10) suy ra: } MN + PQ = MP + NQ.$$

Bài 78 trang 170 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn $(O; 2\text{cm})$, $(O'; 3\text{cm})$, $OO' = 6\text{cm}$

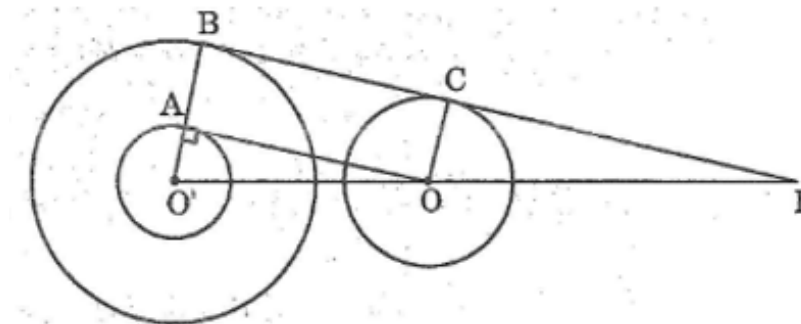
a. Hai đường tròn (O) và (O') có vị trí tương đối như thế nào với nhau?

b. Vẽ đường tròn $(O'; 1\text{cm})$ rồi kẻ tiếp tuyến OA với đường tròn đó (A là tiếp điểm). Tia $O'A$ cắt đường tròn $(O'; 3\text{cm})$ ở B . Kẻ bán kính OC của đường tròn (O) song song với $O'B$, B và C thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ OO' . Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(O; 2\text{cm})$, $(O'; 3\text{cm})$.

c. Tính độ dài BC

d. Gọi I là giao điểm của BC và OO'/ Tính độ dài IO

Lời giải:



a. Vì $OO' = 6 > 2 + 3$ hay $OO' > R + R'$ nên hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau.

b. Xét tứ giác ABCO ta có:

$$AB \parallel CO \text{ (gt)} \quad (1)$$

$$\text{Mà : } AB = O'B - O'A = 3 - 1 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\text{Suy ra: } AB = OC = 2 \text{ (cm)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: ABCO là hình bình hành

Lại có: $OA \perp O'A$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\text{Suy ra: } \widehat{OAO'} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{OAB} = 90^\circ$$

Tứ giác ABCO là hình chữ nhật

$$\text{Suy ra: } \widehat{OCB} = \widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra: } BC \perp OC \text{ và } BC \perp O'B$$

Vậy BC là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O')

c. Vì tứ giác ABCO là hình chữ nhật nên $OA = BC$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông OAO' , ta có:

$$OO'^2 = OA^2 + O'A^2$$

$$\Rightarrow OA^2 = OO'^2 - O'A^2 = 6^2 - 1^2 = 35 \Rightarrow OA = \sqrt{35} \text{ (cm)}$$

Vậy $BC = 35$ (cm)

d. Trong tam giác $O'BI$ có $OC \parallel O'B$

Suy ra: $\frac{IO}{IO'} = \frac{OC}{O'B}$ (hệ quả định lí Ta-lét)

$$\Rightarrow \frac{IO}{IO' - IO} = \frac{OC}{O'B - OC} \Rightarrow \frac{IO}{O'O} = \frac{2}{3 - 2} \Rightarrow \frac{IO}{6} = \frac{2}{1}$$

Vậy $OI = (6.2)/1 = 12$ (cm).

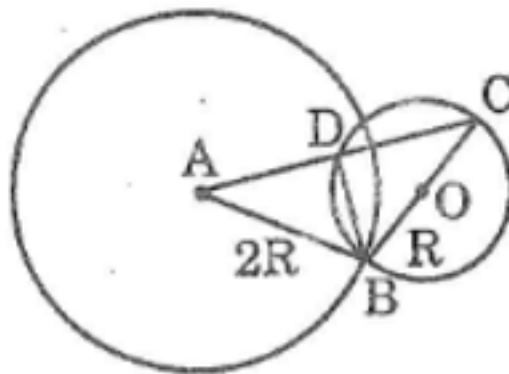
Bài 79 trang 170 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm bên ngoài đường tròn ($R < OA < 3R$). Vẽ đường tròn $(A; 2R)$

a. Hai đường tròn (O) và (A) có vị trí tương đối như thế nào với nhau?

b. Gọi B là một giao điểm của hai đường tròn trên. Vẽ đường kính BOC của đường tròn (O) . Gọi D là giao điểm (khác C) của AC và đường tròn (O) . Chứng minh rằng $AD = DC$

Lời giải:



a. Ta có: $R < OA < 3R \Leftrightarrow 2R - R < OA < 2R + R$

Suy ra hai đường tròn $(O; R)$ và $(A; 2R)$ cắt nhau

b. Tam giác BCD nội tiếp trong đường tròn (O) có BC là đường kính nên góc $BDC = 90^\circ$

Suy ra : $BD \perp AC$ (1)

Ta có : $AB = 2R$ và $BC = 2OB = 2R$

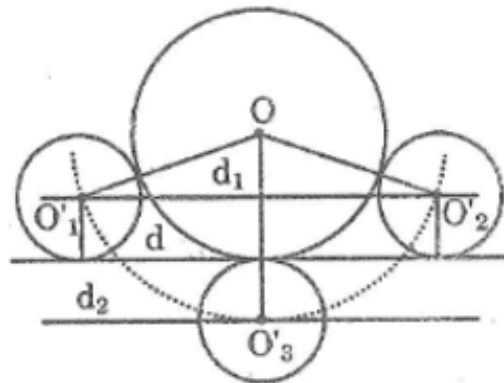
Suy ra tam giác ABC cân tại B (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $AD = DC$.

Bài 80 trang 170 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O; 2cm) tiếp xúc với đường thẳng d. Dựng đường tròn (O'; 1cm) tiếp xúc với đường thẳng d và tiếp xúc ngoài với đường tròn (O).

Lời giải:



* Phân tích

- Giả sử dựng được đường tròn (O'; 1cm) tiếp xúc với đường thẳng d và tiếp xúc ngoài với đường tròn (O; 2cm).

- Đường tròn (O'; 1cm) tiếp xúc với d nên O' cách d một khoảng bằng 1cm. Khi đó O' nằm trên hai đường thẳng d1, d2 song song với d và cách d một khoảng bằng 1cm.

- Đường tròn (O'; 1cm) tiếp xúc với đường tròn (O; 2cm) nên suy ra $OO' = 3\text{cm}$. Khi đó O' là giao điểm của (O; 3cm) với d1 và d2

* Cách dựng

- Dựng hai đường thẳng d1 và d2 song song với d và cách d một khoảng bằng 1cm.

- Dựng đường tròn (O; 3cm) cắt d1 tại O'1. Vẽ (O'1; 1cm) ta có đường tròn cần dựng

* Chứng minh

Theo cách dựng, O'1 cách d một khoảng bằng 1cm nên (O'1; 1cm) tiếp xúc với d.

Vì $OO'_1 = 3\text{cm}$ nên $(O'_1; 1\text{cm})$ tiếp xúc với $(O; 2\text{cm})$

* Biện luận: O các d_1 một khoảng bằng 1cm nên $(O; 3\text{cm})$ cắt d_1 tại hai điểm phân biệt.

Bài tập bổ sung (trang 170-171)

Bài 1 trang 170 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$. Điền vào chỗ trống của bảng sau:

R	r	OO'	Hệ thức giữa OO' , R, r	Vị trí tương đối của (O) và (O')
3	1	$OO' = R - r$
3	1	Tiếp xúc ngoài
3	1	3,5
3	1	5
3	1	1

Lời giải:

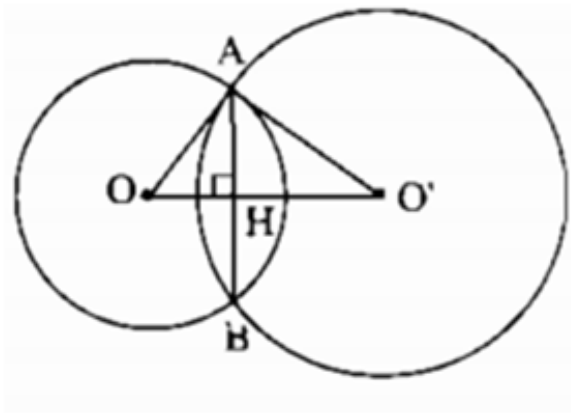
R	r	OO'	Hệ thức giữa OO' , R, r	Vị trí tương đối của (O) và (O')
3	1	2	$OO' = R - r$	Tiếp xúc trong
3	1	4	$OO' = R + r$	Tiếp xúc ngoài
3	1	3,5	$R - r < OO' < R + r$	Cắt nhau
3	1	5	$OO' > R + r$	Ở ngoài nhau
3	1	1	$OO' < R - r$	(O) đựng (O')

Bài 2 trang 170 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đường tròn $(O; 3\text{cm})$ và $(O'; 4\text{cm})$ có $OO' = 5\text{cm}$.

- a) Hai đường tròn (O) và (O') có vị trí tương đối nào?
 b) Tính độ dài dây chung của hai đường tròn.

Lời giải:



- a) Gọi (O) và (O') cắt nhau.
 b) Gọi A và B là giao điểm của hai đường tròn (O) và (O'), H là giao điểm của AB và OO'.

Tam giác AOO' vuông tại A, $AH \perp OO'$ và $AB = 2AH$.

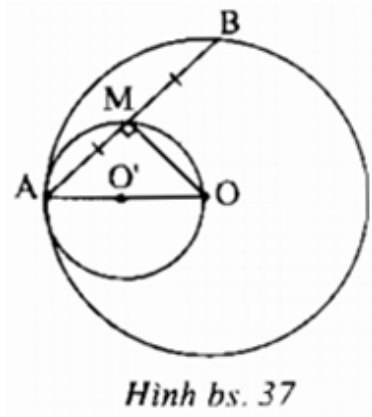
Ta tính được $AH = 2,4\text{cm}$ nên $AB = 4,8\text{cm}$.

Bài 3 trang 171 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O) và điểm A cố định trên đường tròn. Điểm B chuyển động trên đường tròn.

- a) Chứng minh rằng trung điểm M của AB chuyển động trên một đường tròn (O').
 b) Đường tròn (O') có vị trí tương đối nào với đường tròn (O) ?

Lời giải:

*Hình bs. 37*

- a) $\angle(AMO) = 90^\circ$. Điểm M chuyển động trên đường tròn (O') đường kính AO.
- b) Đường tròn (O') tiếp xúc trong với đường tròn (O).