BÀI 6: TÍNH CHẤT CỦA HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

Bài 48 trang 164 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

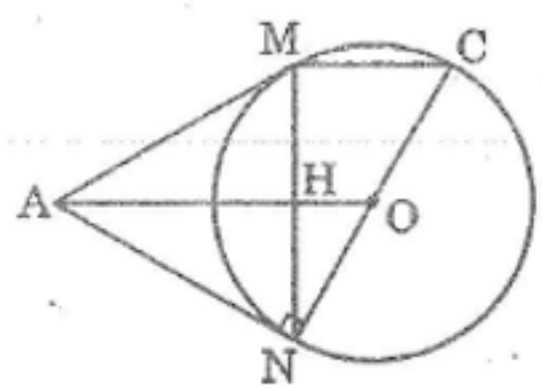
Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm)

a. Chứng minh rằng OA ⊥ MN

b. Vẽ đường kính NOC. Chứng minh rằng MC // AO

c. Tính độ dài các cạnh của tam giác AMN biết OM = 3cm, OA = 5cm

Lời giải:



a. Ta có: AM = AN (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra tam giác AMN cân tại A

Mặt khác AO là đường phân giác của góc MAN (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra AO là đường cao của tam giác AMN (tính chất tam giác cân)

Vậy OA ⊥ MN.

b. Tam giác MNC nội tiếp trong đường tròn (O) có NC là đường kính nên góc (CMN) = 90^o

Suy ra: NM ⊥ MC

Mà OA ⊥ MN (chứng minh trên)

Suy ra: OA // MC

c. Ta có: AN ⊥ NC (tính chất tiếp tuyến)

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông AON ta có :

$AO^2 = AN^2 + ON^2$

Suy ra : $AN^2 = AO^2 - ON^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

AN = 4 (cm)

Suy ra: AM = AN = 4 (cm)

Gọi H là giao điểm của AO và MN

Ta có: MH = NH = MN/2 (tính chất tam giác cân)

Tam giác AON vuông tại N có NH ⊥ AO. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

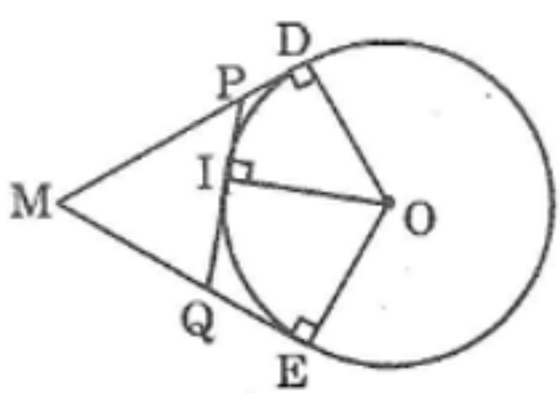
OA.NH = AN.ON ⇒ NH = (AN.ON)/AO = (4.3)/5 = 2,4 (cm)

MN = 2.NH = 2.2,4 = 4,8 (cm).

Bài 49 trang 164 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O), điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MD, ME với đường tròn (D, E là các tiếp điểm). Qua I thuộc cung nhỏ DE, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt MD và ME theo thứ tự ở P và Q. Biết MD = 4cm, tính chu vi tam giác MPQ

Lời giải:



Ta có: MD = ME (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

PD = PI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

QI = QE (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Chu vi tam giác APQ bằng:

MP + PQ + QM

= MP + PI + IQ + QM

= MP + PD + QM + QE

= MD + ME

= 2.MD

= 2.4 = 8 (cm)

Bài 50 trang 164 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho góc xOy khác góc bẹt, điểm A nằm trên tia Ox. Dựng đường tròn (I) đi qua A và tiếp xúc với hai cạnh của góc xOy

Lời giải:

* Phân tích

Giả sử đường tròn (I) dựng được thỏa mãn điều kiện bài toán

- Đường tròn (I) tiếp xúc với Ox và Oy nên điểm I nằm trên tia phân giác của góc xOy

- Đường tròn (I) tiếp xúc với Ox tại A nên I nằm trên đường vuông góc với Ox kẻ từ A

Vậy I là giao điểm của tia phân giác góc xOy và đường thẳng vuông góc với Ox tại A

* Cách dựng

- Dựng tia phân giác của góc xOy

- Dựng đường thẳng vuông góc với Ox tại A cắt tia phân giác của góc xOy tại I

- Dựng đường tròn (I; IA)

* Chứng minh

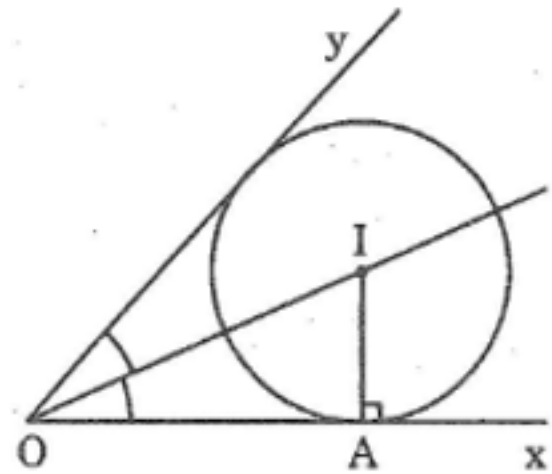
Ta có: Ox ⊥ IA tại A nên Ox là tiếp tuyến của (I)

I nằm trên tia phân giác của góc xOy nên I cách đều hai cạnh Ox, Oy. Khi đó khoảng cách từ I đến Oy bằng IA nên Oy cũng là tiếp tuyến của đường tròn (I).

Vậy đường tròn (I) đi qua A và tiếp xúc với hai cạnh của góc xOy.

* Biện luận

Vì góc xOy nhỏ hơn 180º nên góc tạo bởi một cạnh của góc với tia phân giác là góc nhọn. Khi đó đường thẳng vuông góc với Ox tại A luôn cắt tia phân giác của góc xOy.



Bài 51 trang 164 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

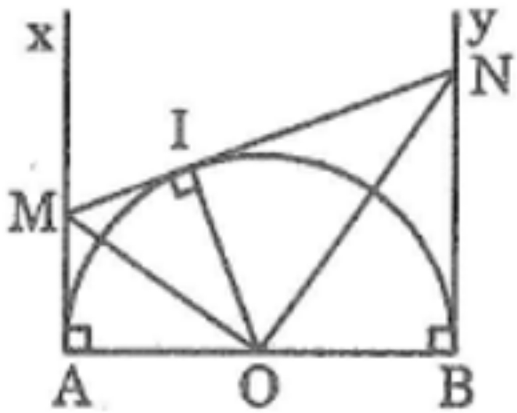
Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt By ở N.

a. Tính số đo góc MON

b. Chứng minh rằng MN = AM + BN

c. Chứng minh rằng AM.BN = R^2 (R là bán kính của nửa đường tròn)

Lời giải:



a. Gọi I là tiếp điểm của tiếp tuyến MN với đường tròn (O). Nối OI

Ta có: $\widehat{AOI} + \widehat{BOI} = 180^0$ (hai góc kề bù)

OM là tia phân giác của góc AOI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

ON là tia phân giác của góc BOI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra : OM ⊥ ON (tính chất hai góc kề bù)

Vậy góc MON = 90^o

b. Ta có: MA = MI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

NB = NI (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà: MN = MI + IN

Suy ra: MN = AM + BN

c. Tam giác OMN vuông tại O có OI ⊥ MN (tính chất tiếp tuyến)

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$OI^2 = MI.NI$

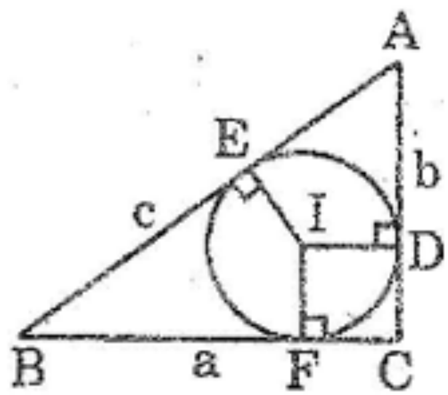
Mà: MI = MA, NI = NB (chứng minh trên)

Suy ra : $AM.BN = OI^2 = R^2$

Bài 52 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC. Các tiếp điểm trên AC, AB theo thứ tự là D, E. Cho BC = a, AC = b, AB = c. Tính độ dài các đoạn tiếp tuyến AD, AE theo a, b, c.

Lời giải:



Gọi F là tiếp điểm của đường tròn (I) với BC.

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

AE = AD

BE = BF

CD = CF

Mà: AE = AB – BE

AD = AC – CD

Nên: AE + AD = (AB – BE) + (AC – CD) = AB + AC – (BE + CD)

= AB + AC – (BF + CF) = AB + AC – BC

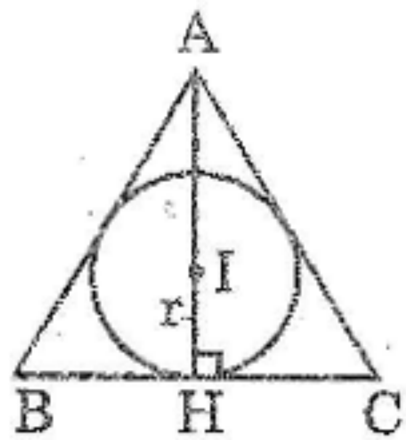
Suy ra: AE + AD = c + b – a

Hay: AE = AD = (c + b - a)/2

Bài 53 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tính diện tích tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (I, r)

Lời giải:



Gọi H là tiếp điểm của đường tròn (I) với BC.

Ta có: IH ⊥ BC (tính chất tiếp tuyến)

Vì I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC nên AI là tia phân giác của góc BAC

Tam giác ABC đều nên AI cũng là đường cao của tam giác ABC. Khi đó A, I, H thẳng hàng

Ta có: HB = HC (tính chất tam giác đều)

Tam giác ABC đều nên I cũng là trọng tâm của tam giác ABC

Suy ra: AH = 3.HI = 3.r

$$\widehat{HAB} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} = \frac{1}{2}.60^0 = 30^0$$

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có:

$$BH = AH.tg\,\widehat{HAB} = 3r.tg30^0 = 3r.\frac{\sqrt{3}}{3} = r\sqrt{3}$$

Mà: $BC = 2.BH = 2r\sqrt{3}$

Vậy $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.3r.2r\sqrt{3} = 3r^2\sqrt{3}$ (đvdt)

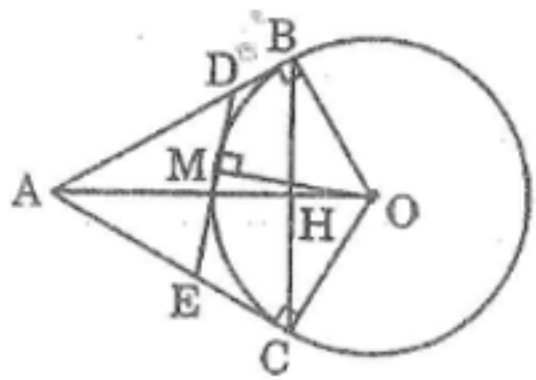
Bài 54 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O; 3cm) và điểm A có OA = 5cm. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC)

a. Tính độ dài OH

b. Qua điểm M bất kì thuộc cung nhỏ BC, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Tính chu vi tam giác ADE

Lời giải:



a. Ta có: AB = AC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau). Suy ra ΔABC cân tại A.

AO là tia phân giác của góc BAC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra AO là đường cao của tam giác ABC (tính chất tam giác cân)

Ta có: AO vuông góc với BC tại H

Lại có: AB ⊥ OB (tính chất tiếp tuyến)

Tam giác ABO vuông tại B có BH ⊥ AO

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$OB^2 = OH.OA \Rightarrow OH = OB^2/OA = 3^2/5 = 1,8$ (cm)

b. Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông ABO, ta có:

$AO^2 = AB^2 + BO^2$

Suy ra: $AB^2 = AO^2 – BO^2 = 5^2 – 3^2 = 16$

AB = 4 (cm)

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

DB = DM

EM = EC

Chu vi của tam giác ADE bằng:

AD + DE + EA = AD + DB + AE + EC

= AB + AC = 2AB = 2.4 = 8 (cm).

Bài 55 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

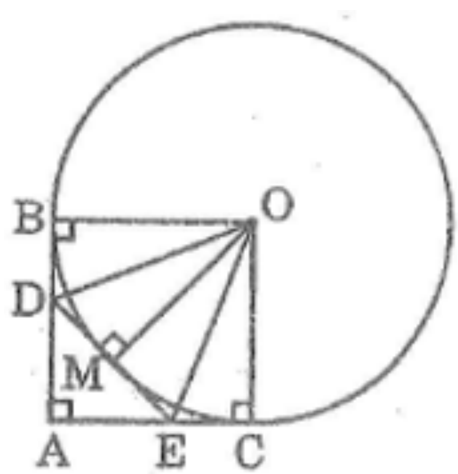
Cho đường tròn (O; 2cm), các tiếp tuyến AB và AC kẻ từ A đến đường tròn vuông góc với nhau tại A (B và C là các tiếp điểm)

a. Tứ giác ABOC là hình gì? Vì sao?

b. Gọi M là điểm bất kì thuộc cung nhỏ BC. Qua M kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Tính chu vi tam giác ADE.

c. Tính số đo góc DOE

Lời giải:



a. Ta có :

$$AB \perp AC \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^0$$
$$AB \perp BO \Rightarrow \widehat{ABO} = 90^0$$
$$AC \perp CO \Rightarrow \widehat{ACO} = 90^0$$

Tứ giác ABOC có 3 góc vuông nên nó là hình chữ nhật

Mặt khác : AB = AC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra tứ giác ABOC là hình vuông

b. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :

DB = DM

EM = EC

Chu vi của tam giác ADE bằng :

AD + DE + EA = AD + DM + ME + EA

= AD + DB + AE + EC = AB + AC = 2AB

Mà tứ giác ABOC là hình vuông (chứng minh trên) nên:

AB = OB = 2 (cm)

Vậy chu vi của tam giác ADE bằng: 2.2 = 4 (cm)

c. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

OD là tia phân giác của góc BOM

Suy ra: $\widehat{BOD} = \widehat{DOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOM}$

OE là tia phân giác của góc COM

Suy ra : $\widehat{COE} = \widehat{EOM} = \frac{1}{2}\widehat{COM}$

Suy ra : $\widehat{DOE} = \widehat{DOM} + \widehat{EOM} = \frac{1}{2}(\widehat{BOM} + \widehat{COM})$

$= \frac{1}{2}\widehat{COB} = \frac{1}{2}.90^0 = 45^0$

Bài 56 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

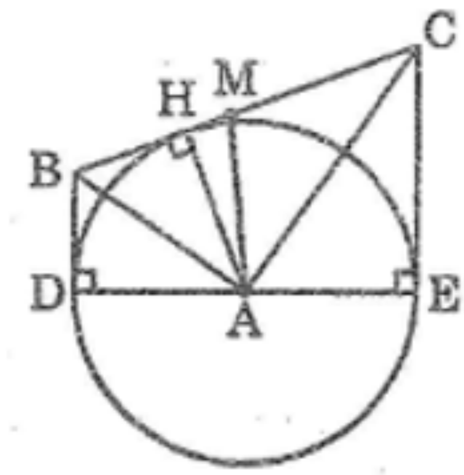
Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn (A;AH). Kẻ các tiếp tuyến BD, CE với đường tròn (D, E là các tiếp điểm khác H).

Chứng minh rằng:

a. Ba điểm D, A, E thẳng hàng

b. DE tiếp xúc với đường tròn các đường kính BC

Lời giải:



a. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

AB là tia phân giác của góc HAD

Suy ra: $\widehat{DAB} = \widehat{BAH}$

AC là tia phân giác của góc HAE

Suy ra: $\widehat{HAC} = \widehat{CAE}$

Ta có: $\widehat{HAD} + \widehat{HAE} = 2\left(\widehat{BAH} + \widehat{HAC}\right) = 2.\widehat{BAC} = 2.90^0 = 180^0$

Vậy ba điểm D, A, E thẳng hàng.

b. Gọi M là trung điểm của BC

Theo tính chất của tiếp tuyến, ta có:

AD ⊥ DB; AE ⊥ CE

Suy ra: BD // CE

Vậy tứ giác BDEC là hình thang

Khi đó MA là đường trung bình của hình thang BDEC

Suy ra: MA // BD ⇒ MA ⊥ DE

Trong tam giác vuông ABC ta có : MA = MB = MC

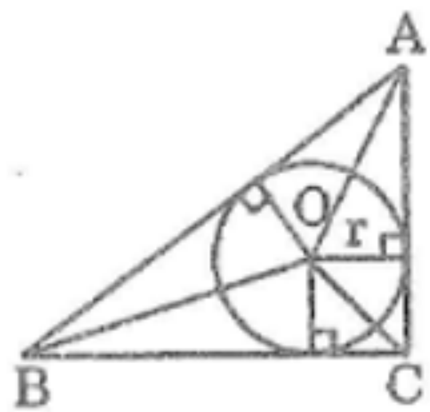
Suy ra M là tâm đường tròn đường kính BC với MA là bán kính

Vậy DE là tiếp tuyến của đường tròn tâm M đường kính BC.

Bài 57 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có chu vi 2p, bán kính đường tròn nội tiếp bằng r thì diện tích S của tam giác có công thức : S = p.r

Lời giải:



Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Nối OA, OB, OC

Khoảng cách từ tâm O đến các tiếp điểm là đường cao của các tam giác OAB, OAC, OBCv

Ta có : $S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC}$

= (1/2).AB.r + (1/2).AC.r + (1/2).BC.r

= (1/2)(AB + AC + BC).r

Mà AB + AC + BC = 2p

Nên S_{ABC} =(1/2).2p.r = p.r

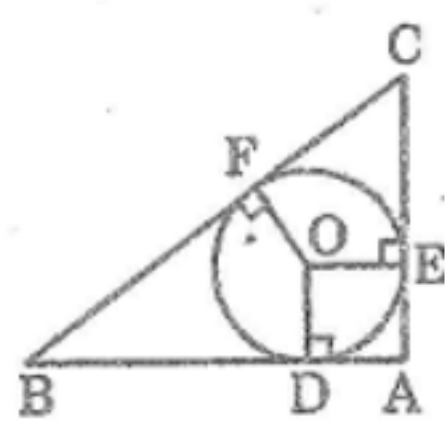
Bài 58 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại D và E.

a. Tứ giác ADOE là hình gì? Vì sao ?

b. Tính bán kính của đường tròn (O) biết AB = 3cm, AC = 4cm.

Lời giải:



a. Ta có:

$$OD \perp AB \Rightarrow \widehat{ODA} = 90^0$$
$$OE \perp AC \Rightarrow \widehat{OEA} = 90^0$$
$$\widehat{BAC} = 90^0 \text{ (gt)}$$

Tứ giác ADOE có ba góc vuông nên nó là hình chữ nhật

Lại có : AD = AE (tính chất hai tiếp tuyến giao nhau)

Vậy tứ giác ADOE là hình vuông

b. Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông ABC ta có :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

Suy ra : BC = 5 (cm)

Theo tính chất hai tiếp tuyến giao nhau ta có:

AD = AE

BD = BF

CE = CF

Mà: AD = AB – BD

AE = AC – CF

Suy ra: AD + AE = AB – BD + (AC – CF)

= AB + AC – (BD + CF)

= AB + AC – (BF + CF)

= AB + AC – BC

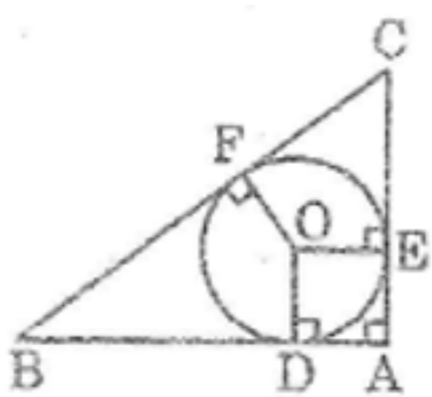
Suy ra:

$$AD = AE = \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{3 + 4 - 5}{2} = 1 \text{ (cm)}$$

Bài 59 trang 165 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp. r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng: AB + AC = 2(R + r)

Lời giải:



Vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của cạnh huyền BC.

Ta có: BC = 2R

Giả sử đường tròn (O) tiếp với AB tại D, AC tại E và BC tại F

Theo kết quả câu a) bài 58, ta có ADOE là hình vuông.

Suy ra: AD = AE = EO = OD = r

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

AD = AE

BD = BF

CE = CF

Ta có: 2R + 2r = BF + FC + AD + AE

= (BD + AD) + (AE + CE)

= AB + AC

Vậy AB = AC = 2(R + r)

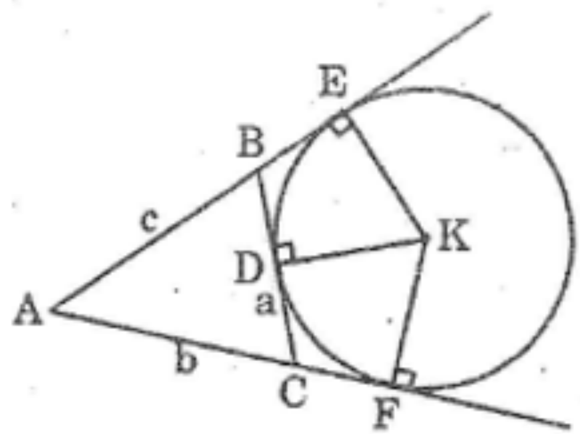
Bài 60 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC, đường tròn (K) bàng tiếp trong góc A tiếp xúc với các tia AB và AC theo thứ tự tại E và F. Cho BC = a, AC = b, AB = c. Chứng minh rằng:

a. $AE = AF = \dfrac{a + b + c}{2}$

b. $BE = \dfrac{a + b - c}{2}$

c. $CF = \dfrac{a + c - b}{2}$



Lời giải:

a. Gọi D là tiếp điểm của đường tròn (K) với cạnh BC.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

BE = BD; CD = CF

AE = AB + BE

AF = AC + CF

Suy ra: AE + AF = AB + BE + AC + CF

= AB + AC + (BD + DC)

= AB + AC + BC = c + b + a

Mà: AE = AF (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: $AE = AF = \dfrac{a+b+c}{2}$

b. Ta có: $BE = AE - AB = \dfrac{a+b+c}{2} - c = \dfrac{a+b-c}{2}$

c. Ta có: $CF = AF - AC = \dfrac{a+b+c}{2} - b = \dfrac{a+c-b}{2}$

Bài 61 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

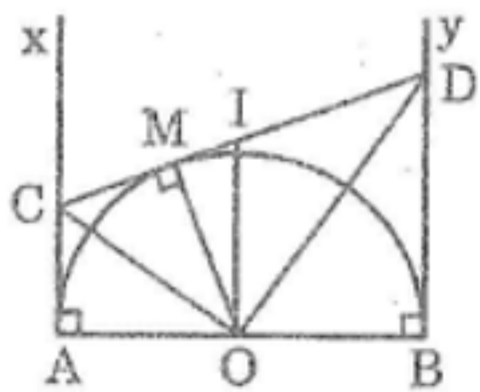
Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D.

a. Chứng minh rằng đường tròn có đường kính CD tiếp xúc với AB

b. Tìm vị trí của điểm M để hình thang ABDC có chu vi nhỏ nhất

c. Tìm vị trí của C, D để hình thang ABCD có chu vi bằng 14cm, biết AB = 4cm

Lời giải:



a. Theo tính chất tiếp tuyến, ta có:

Ax ⊥ AB

By ⊥ AB

Suy ra: Ax // By hay AC // BD

Suy ra tứ giác ABDC là hình thang

Gọi I là trung điểm của CD

Khi đó OI là đường trung bình của hình thang ABDC

Suy ra: OI // AC ⇒ OI ⊥ AB

Vì OC và OD lần lượt là phân giác của $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ nên:

$OC \perp OD$ (tính chất hai góc kề bù) => $\widehat{COD} = 90^0$

Suy ra: IC = ID = IO = (1/2).CD (tính chất tam giác vuông)

Suy ra I là tâm đường tròn đường kính CD. Khi đó O nằm trên đường tròn tâm I đường kính CD và IO vuông góc với AB tại O.

Vậy đường tròn có đường kính CD tiếp xúc với AB tại O.

b. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có:

CA = CM

DB = DM

Suy ra: AC + BD = CM + DM = CD

Chu vi hình thang ABDC bằng: AB + BD + DC + CA = AB + 2CD

Vì đường kính AB của (O) không thay đổi nên chu vi hình thang nhỏ nhất khi CD nhỏ nhất

Ta có: $CD \geq AB$ nên CD nhỏ nhất khi và chỉ khi CD = AB

Khi đó CD // AB $\Leftrightarrow$ $OM \perp AB$

Vậy khi M là giao điểm của đường thẳng vuông góc với AB tại O với nửa đường tròn (O) thì hình thang ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c. Chu vi hình thang ABDC bằng: AB + 2CD (chứng minh trên)

Suy ra: $14 = 4 + 2.CD \Rightarrow CD = 5$ (cm)

Hay $CM + DM = 5 \Rightarrow DM = 5 - CM$ (1)

Tam giác COD vuông tại O có $OM \perp CD$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$OM^2 = CM.DM \Leftrightarrow 2^2 = CM.DM \Leftrightarrow 4 = CM.DM$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có: $CM.(5 - CM) = 4$

$\Leftrightarrow 5CM - CM^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 4CM - CM^2 + CM - 4 = 0$

$\Leftrightarrow CM(4 - CM) + (CM - 4) = 0 \Leftrightarrow CM(4 - CM) - (4 - CM) = 0$

⇔ (CM – 1)(4 – CM) = 0 ⇔ CM – 1 = 0 hoặc 4 – CM = 0

⇔ CM = 1 hoặc CM = 4

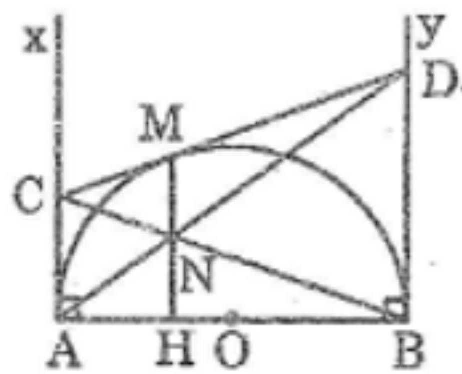
Vì CM = CA (chứng minh trên) nên AC = 1 (cm) hoặc AC = 4 (cm).

Bài 62 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một mặt phẳng bờ AB). Qua một điểm M thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D. Gọi N là giao điểm của AD và BC, H là giao điểm của MN và AB. Chứng minh rằng:

a. MN ⊥ AB   b. MN = NH

Lời giải:



Ax ⊥ AB

By ⊥ AB

Suy ra: Ax // By hay AC // BD

Trong tam giác BND, ta có AC // BD

Suy ra: ND/NA = BD/AC (hệ quả định lí Ta-lét)   (1)

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

AC = CM và BD = DM   (2)

Từ (1) và (2) suy ra: ND/NA = MD/MC

Trong tam giác ACD, ta có: ND/NA = MD/MC

Suy ra: MN // AC (theo định lí đảo định lí Ta-lét)

Mà: AC ⊥ AB (vì Ax ⊥ AB)

Suy ra: MN ⊥ AB

b. Trong tam giác ACD, ta có: MN // AC

Suy ra: MN/AC = DN/DA (hệ quả định lí Ta-lét) (3)

Trong tam giác ABC, ta có: MH // AC (vì M, N, H thẳng hàng)

Suy ra: HN/AC = BN/BC (hệ quả định lí Ta-lét) (4)

Trong tam giác BDN, ta có: AC // BD

Suy ra: ND/NA = BN/NC (hệ quả định lí Ta-lét)

⇒ ND/(DN + NA) = BN/(BN + NC) ⇔ ND/DA = BN/BC (5)

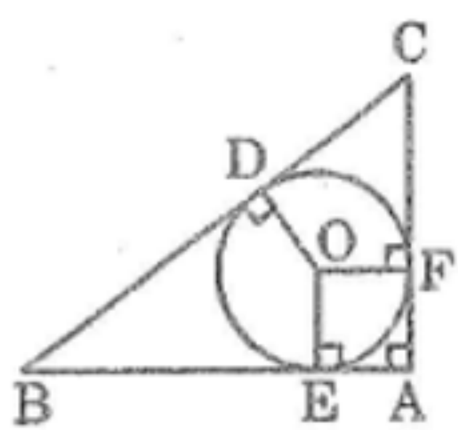
Từ (3), (4) và (5) suy ra: MN/AC = HN/AC ⇒ MN = HN

Vậy điểm C cách điểm A 1cm hoặc 4cm thì hình thang ABDC có chu vi bằng 14.

Bài 63 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Chứng minh rằng S_{ABC} = BD.DC

Lời giải:



Gọi E và F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn với AD và AC

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

AE = AF

BE = BD

CD = CF

BD = BC + CD

BE = AB – AE

Suy ra: BD + BE = AB + BC – (AE + CD)

= AB + BC – (AE + CE)

= AB + BC – AC

Suy ra: BD = (AB + BC - AC)/2

Lại có: CD = BC – BD

CF = AC = AF

Suy ra: CD + CF = BC + AC – (BD + AF)

= BC + AC – (BE + AE)

= BC + AC – BA

Suy ra: $CD = \dfrac{BC + AC - AB}{2}$

Ta có: $BD.CD = \dfrac{AB + BC - AC}{2} . \dfrac{BC + AC - AB}{2}$

$= \dfrac{[BC - (AC - AB)][BC + (AC - AB)]}{4}$

$= \dfrac{BC^2 - (AC - AB)^2}{4} = \dfrac{BC^2 - AC^2 - AB^2 + 2AB.AC}{4}$ (1)

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông ABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $BD.CD = \dfrac{2AB.AC}{4} = \dfrac{AB.AC}{2}$

Mà $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AB.AC$

Vậy SABC = BD.DC.

Bài tập bổ sung (trang 166-167)

Bài 1 trang 166 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Độ dài mỗi cạnh của tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (O;r) bằng

A. $r\sqrt{3}$;

B. $2r\sqrt{3}$;

C. 4r;

D. 2r.

Hãy chọn phương án đúng.

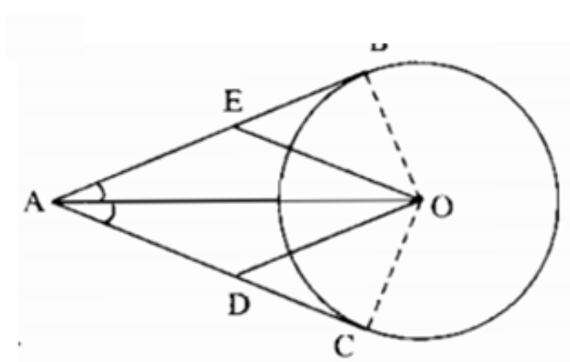
Lời giải:

Chọn đáp án B

Bài 2 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Đường thẳng đi qua O và song song với AB cắt AC ở D. Đường thẳng đi qua O và song song với AC cắt AB ở E. Tứ giác ADOE là hình gì?

Lời giải:

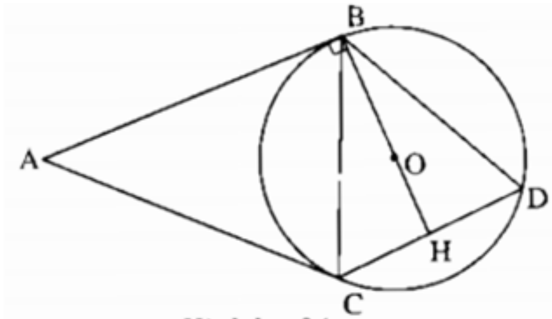


ADOE là hình bình hành, lại có AO là đường phân giác của góc A nên là hình thoi.

Bài 3 trang 167 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Kẻ dây CD song song với AB. Chứng minh rằng BC = BD.

Lời giải:



Hình bs. 34

Ta có OB ⊥ AB và AB // CD nên OB ⊥ CD. Gọi H là giao điểm của BO và CD thì BH ⊥ CD, suy ra HC = HD. Do đó BC = BD.