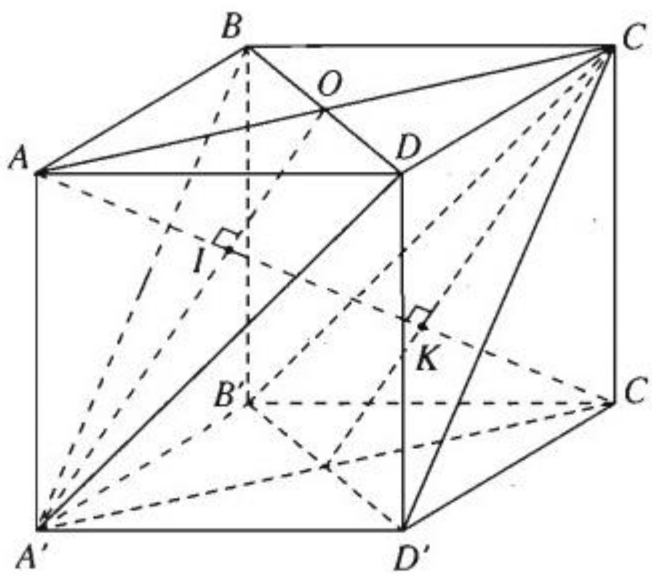
Để học tốt Toán lớp 11, dưới đây là các bài giải bài tập Sách bài tập Toán 11 Hình học Bài 5: Khoảng cách.

Giải bài 1 trang 160 Toán SBT Hình học 11

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Chứng minh rằng khoảng cách từ các điểm A', B, D; C, B', D tới đường chéo AC' bằng nhau. Tính khoảng cách đó.

Lời giải:



Điểm A cách đều ba đỉnh của tam giác đều A'BD vì ta có AB = AD = AA′ = a, điểm C' cũng cách đều ba đỉnh của tam giác đều đó vì ta có:

$C'B = C'D = C'A' = a\sqrt{2}$

Vậy AC' là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác A'BD, tức là đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng (A'BD) tại trọng tâm I của tam giác A'BD. Ta cần tìm khoảng cách A'I.

Ta có A′I = BI = DI = 2A′O/3 với O là tâm của hình vuông ABCD

Ta lại có $AO' = BD\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= a\sqrt{2}.\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Vậy $A'I = \frac{2}{3}A'O = \frac{2}{3}.\ \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Tương tự điểm C' cách đều ba đỉnh của tam giác đều CB'D', tính được khoảng cách từ C, B', D' tới đường chéo AC'.

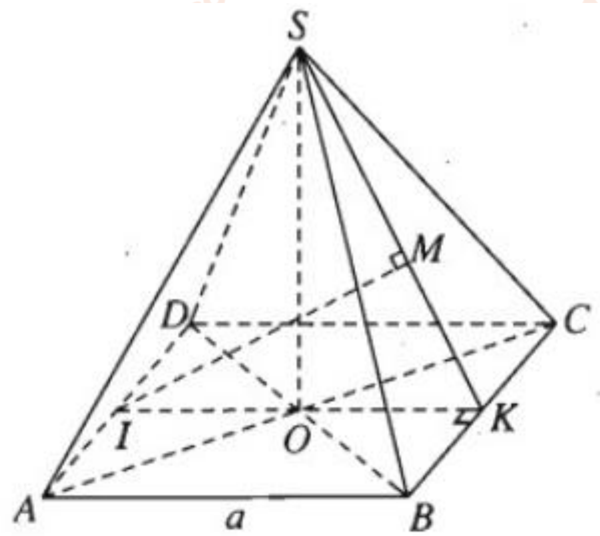
Giải bài 2 Toán SBT Hình học 11 trang 160

Hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a. Các cạnh bên SA = SB = SC = SD = a√2. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của AD và BC.

a) Chứng minh mặt phẳng (SIK) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB.

Lời giải:



a) Gọi O là tâm hình vuông ABCD , dễ thấy I, O, K thẳng hàng. Vì K là trung điểm của BC nên SK ⊥ BC.

Ta có $\left.\begin{array}{l} BC\perp SK \\ BC\perp OK \end{array}\right\} \Rightarrow BC\perp (SIK)$

Do đó (SBC) ⊥ (SIK)

b) Hai đường thẳng AD và SB chéo nhau. Ta có mặt phẳng (SBC) chứa SB và song song với AD. Do đó khoảng cách giữa AD và SB bằng khoảng cách giữa AD và mặt phẳng (SBC).

Theo câu a) ta có (SIK) ⊥ (SBC) theo giao tuyến SK và khoảng cách cần tìm là IM, trong đó M là chân đường vuông góc hạ từ I tới SK. Dựa vào hệ thức IM. SK = SO. IK ta có $IM = \frac{SO.IK}{SK}$.

Ta lại có:

$$SK^2 = SB^2 - BK^2 = 2a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$SO^2 = SA^2 - OA^2 = 2a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Do đó:

$$IM = \frac{SO.IK}{SK} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.a : \frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{a\sqrt{42}}{7}$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB là bằng $\frac{a\sqrt{42}}{7}$

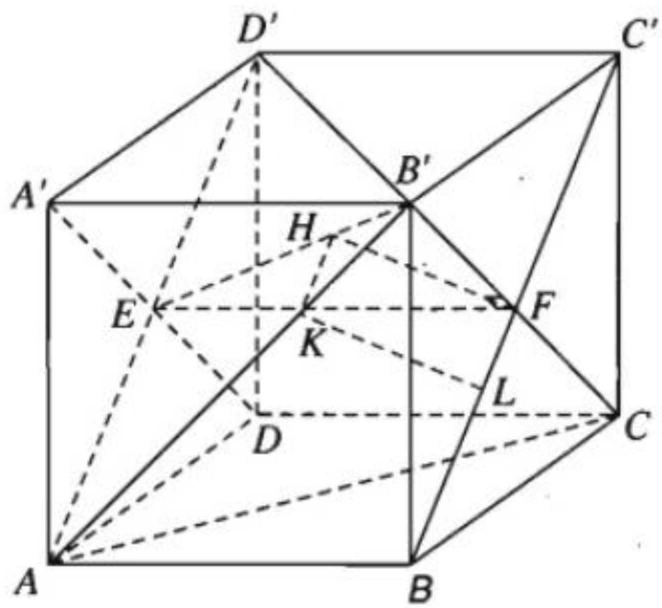
Giải bài 3 Toán SBT trang 160 Hình học 11

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'.

a) Chứng minh đường thẳng BC' vuông góc với mặt phẳng (A'B'CD)

b) Xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung của AB' và BC'.

Lời giải:



a) Ta có B'C ⊥ BC' vì đây là hai đường chéo của hình vuông BB'C'C

Ngoài ra ta còn có: A'B' ⊥ (BB'C'C) ⇒ A'B' ⊥ BC'

Từ đó ta suy ra BC' ⊥ (A'B'CD) vì mặt phẳng (A'B'CD) chứa đường thẳng A'B' và B'C cùng vuông góc với BC'.

b) Mặt phẳng (AB'D') chứa đường thẳng AB' và song song với BC', ta hãy tìm hình chiếu của BC' trên mặt phẳng (AB'D'). Gọi E, F lần lượt là tâm các hình vuông ADD'A', BCC'B'. Kẻ FH ⊥ EB'với H ∈ EB', khi đó FH nằm trên mặt phẳng (A'B'CD) nên theo câu a) thì FH ⊥ (AB'D'), do đó hình chiếu BC' trên mặt phẳng (AB'D) là đường thẳng đi qua H và song song với BC'. Giả sử đường thẳng đó cắt AB' tại K thì từ K vẽ đường thẳng song song với FH cắt BC' tại L. Khi đó KL là đoạn vuông góc chung cần dựng. Tam giác B'EF vuông tại F nên từ công thức $\frac{1}{FH^2} = \frac{1}{FE^2} + \frac{1}{FB'^2}$ a tính được $KL = FH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Nhận xét . Độ dài đoạn vuông góc chung của AB' và BC' bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (AB'D') và (BC'D) lần lượt chứa hai đường thẳng đó. Khoảng cách này bằng $\frac{1}{3}A'C = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

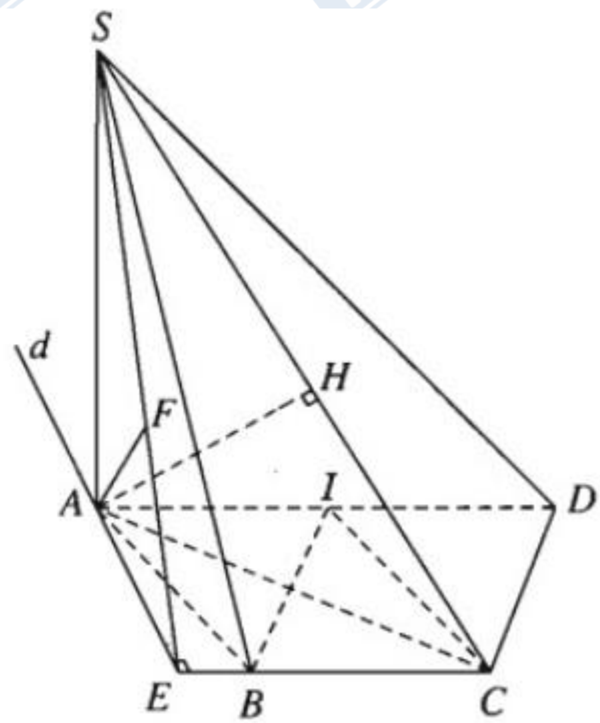
Giải bài 4 Toán trang 160 Hình học 11 SBT

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là nửa lục giác đều ABCD nội tiếp trong đường tròn đường kính AD = 2a và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD) với SA = a√6.

a) Tính khoảng cách từ A và B đến mặt phẳng (SCD).

b) Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng (SBC).

Lời giải:



a) Vì ABCD là nửa lục giác đều nội tiếp trong đường tròn đường kính AD = 2a nên ta có: AD //BC và AB = BC = CD = a, đồng thời AC ⊥ CD, AB ⊥ BD, AC = BD = a√3.

Như vậy $\left.\begin{array}{l} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAC)$

Trong mặt phẳng (SAC) dựng AH ⊥ SC tại H ta có AH ⊥ CD và AH ⊥ SC nên AH ⊥ (SCD)

Vậy AH = d(A,(SCD))

Xét tam giác SAC vuông tại A có AH là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$$
$$= \frac{1}{\left(a\sqrt{6}\right)^2} + \frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} = \frac{1}{2a^2}$$

Vậy $AH^2 = 2a^2 \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Gọi I là trung điểm của AD ta có BI // CD nên BI song song với mặt phẳng (SCD). Từ đó suy ra d(B, (SCD)) = d(I,(SCD)).

Mặt khác AI cắt (SCD) tại D nên

$$d\left(I,(SCD)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,(SCD)\right)=\frac{1}{2}.a\sqrt{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Do đó: $d\left(B,(SCD)\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

b) Vì AD // BC nên AD // (SBC), do đó d(AD, (SBC)) = d(A,(SBC))

Dựng AD ⊥ BC tại E ⇒ BC ⊥ (SAE)

Dựng AD ⊥ SE tại F ta có:

$$\left.\begin{array}{l} AF\perp SE \\ AF\perp BC\ \left(\text{vì } BC\perp(SAE)\right)\end{array}\right\}\Rightarrow AF\perp(SBC)$$

Vậy AF = d(A,(SBC)) = d(AD, (SBC))

Xét tam giác vuông AEB ta có:

$$AE=AB\sin\widehat{ABE}=a\sin 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét tam giác SAE vuông tại A ta có:

$$\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{6}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{9}{6a^2}$$

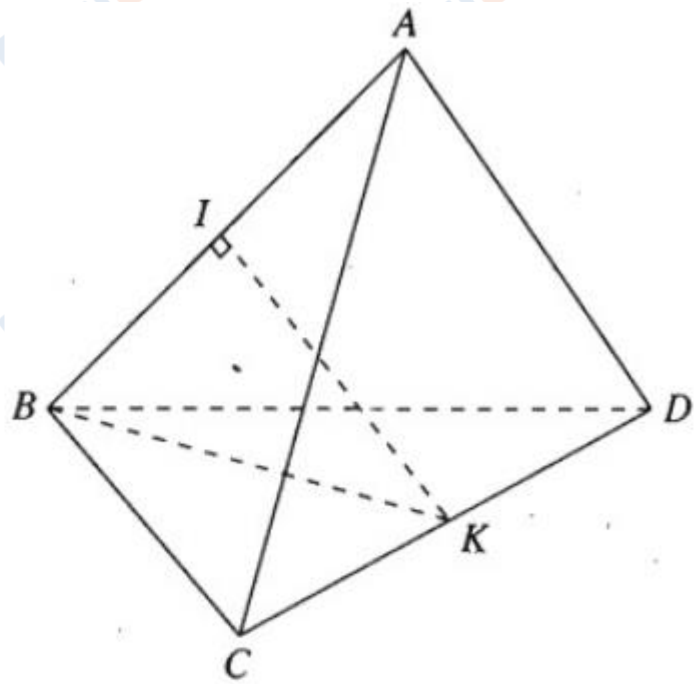
Do đó $AF^2=\frac{6a^2}{9}\Rightarrow AF=\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy $d\left(AD,(SBC)\right)=AF=\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Giải bài 5 Toán trang 160 SBT Hình học 11

Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a.

Lời giải:



Giả thiết cho ABCD là tứ diện đều nên các cặp cạnh đối diện của tứ diện đó có vai trò như nhau. Do đó ta chỉ cần tính khoảng cách giữa hai cạnh AB và CD là đủ.

Gọi I và K lần lượt là trung điểm của AB và CD. Dễ thấy IK là đoạn vuông góc chung của AB và CD nên nó chính là khoảng cách giữa AB và CD.

Tam giác BKI vuông tại I. Ta có :

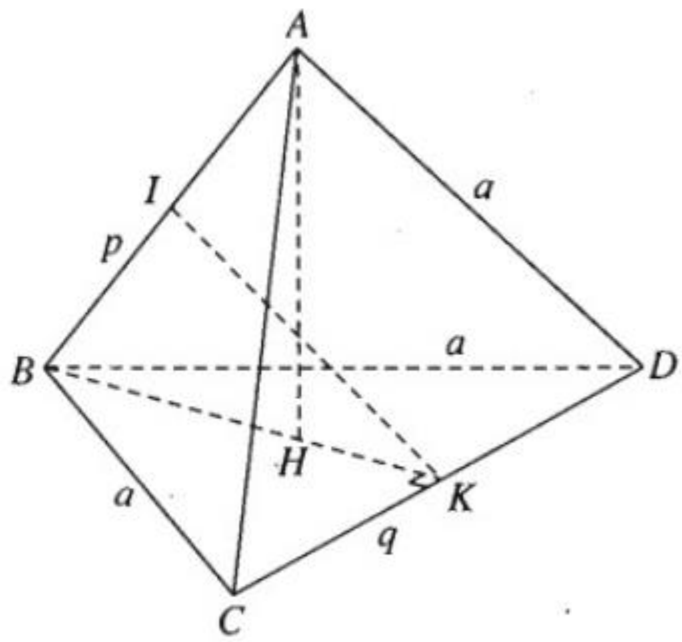
$$IK^2 = BK^2 - BI^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

Vậy $IK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Giải bài 6 Toán trang 160 SBT Hình 11

Tính khoảng cách giữa hai cạnh AB và CD của hình tứ diện ABCD biết rằng AC = BC = AD = BD = a và AB = p, CD = q.

Lời giải:



Gọi I và K lần lượt là trung điểm của AB và CD (h.3.80), ta có IK là đoạn vuông góc chung của AB và CD và độ dài đoạn IK là khoảng cách cần tìm:

$$IK^2 = BK^2 - BI^2 = BK^2 - \frac{p^2}{4}$$

Mà $BK^2 = BC^2 - CK^2 = a^2 - \frac{q^2}{4}$

Vậy $IK^2 = a^2 - \frac{p^2+q^2}{4}$

Do đó $IK = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - (p^2 + q^2)}$

Với điều kiện $4a^2 - (p^2 + q^2) > 0$.

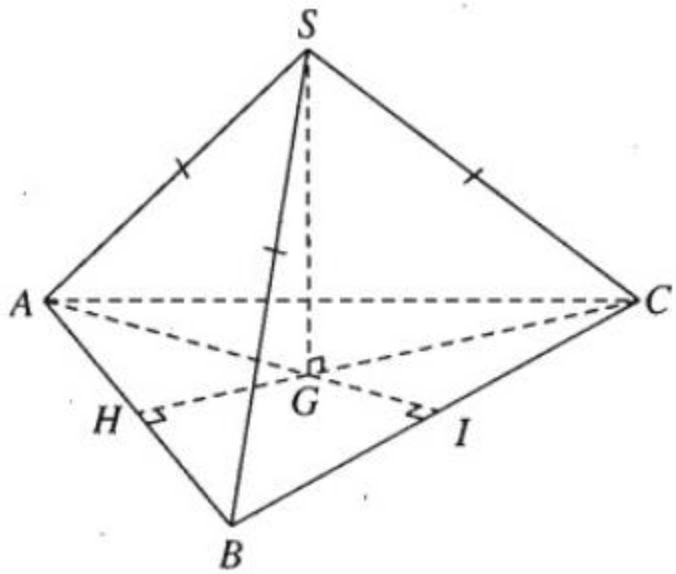
Giải bài 7 Toán SBT Hình 11 trang 160

Hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng 3a, cạnh bên bằng 2a. Gọi G là trọng tâm của tam giác đáy ABC.

a) Tính khoảng cách từ S tới mặt phẳng đáy (ABC).

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SG.

Lời giải:



a) SG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC nên SG ⊥ (ABC). Ta có

$$SG^2 = SA^2 - AG^2$$

$$= (2a)^2 - \left[\frac{2}{3}\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)\right]^2$$

$$= 4a^2 - 3a^2 = a^2$$

Vậy khoảng cách từ S tới mặt phẳng (ABC) là độ dài của đoạn SG = a

Ta có CG ⊥ AB tại H. Vì GH là đoạn vuông góc chung của AB và SG, do đó $HG = \frac{1}{3}HC$ mà $HC = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$ nên $HG = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

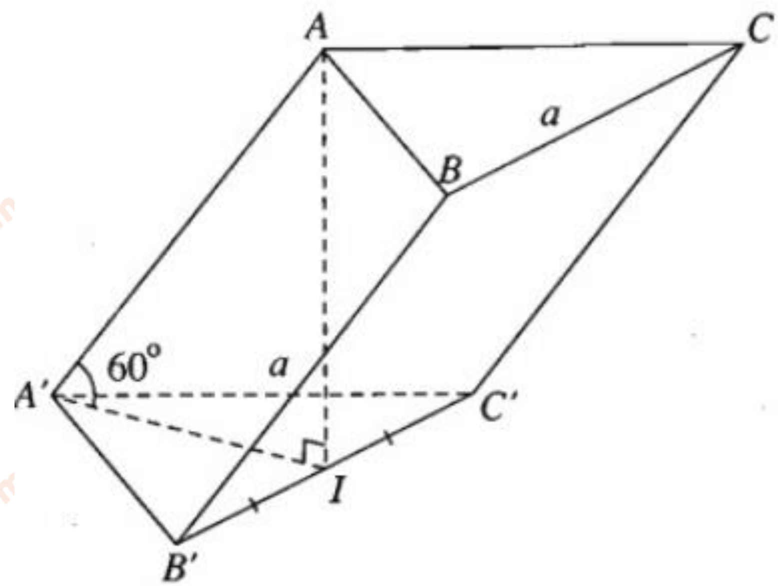
Giải bài 7 trang 160 Toán SBT Hình 11

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Các cạnh bên của lăng trụ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° và hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên mặt phẳng (A'B'C') trùng với trung điểm của cạnh B'C'.

a) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ.

b) Chứng minh rằng mặt bên BCC'B' là một hình vuông.

Lời giải:



a) Gọi I là trung điểm của cạnh B'C'. Theo giả thiết ta có AI ⊥ (A'B'C') và ∠AA'I = 60º. Ta biết rằng hai mặt phẳng (ABC) và (A'B'C') song song với nhau nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng chính là khoảng cách AI.

Do đó $AI = AA'.\sin 60^0 = a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

b) $\left.\begin{matrix} B'C' \perp A'I \\ B'C' \perp AI \end{matrix}\right\} \Rightarrow B'C' \perp (AIA')$

$\Rightarrow B'C' \perp AA'$

Mà AA′ // BB′ // CC′ nên B'C' ⊥ BB'

Vậy mặt bên BCC'B' là một hình vuông vì nó là hình thoi có một góc vuông.

CLICK NGAY vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn Giải SBT Toán Hình 11 trang 160 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.