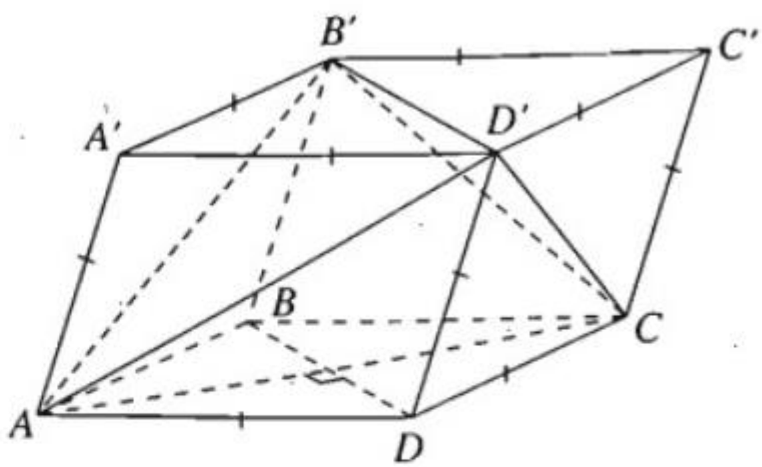
Để học tốt Toán lớp 11, dưới đây là các bài giải bài tập Sách bài tập Toán 11 Hình học Bài 4: Hai mặt phẳng vuông góc.

Giải bài 1 trang 150 Toán SBT Hình học 11

Hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Chứng minh rằng AC ⊥ B'D', AB' ⊥ CD' và AD' ⊥ CB'. Khi mặt phẳng (AA'C'C) vuông góc với mặt phẳng (BB'D'D)?

Lời giải:



Theo giả thiết các mặt của hình hộp đều là hình thoi.

Ta có ABCD là hình thoi nên AC ⊥ BD

Theo tính chất của hình hộp: BD // B'D', do đó AC ⊥ B'D'.

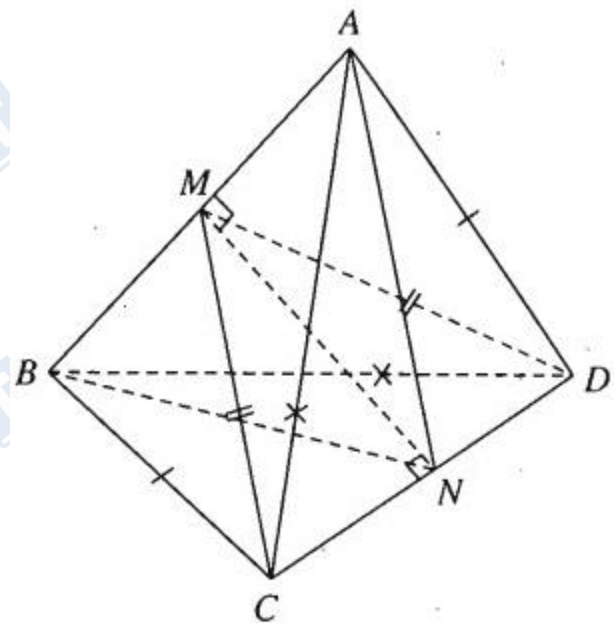
Chứng minh tương tự ta được AB' ⊥ CD', AD' ⊥ CB'

Hai mặt phẳng (AA'C'C) và (BB'D'D) vuông góc với nhau khi hình hộp ABCD.A'B'C'D'là hình lập phương.

Giải bài 2 Toán SBT Hình học 11 trang 150

Cho tứ diện ABCD có ba cặp cạnh đối diện bằng nhau là AB = CD, AC = BD và AD = BC. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh MN ⊥ AB và MN ⊥ CD. Mặt phẳng (CDM) có vuông góc với mặt phẳng (ABN) không? Vì sao?

Lời giải:



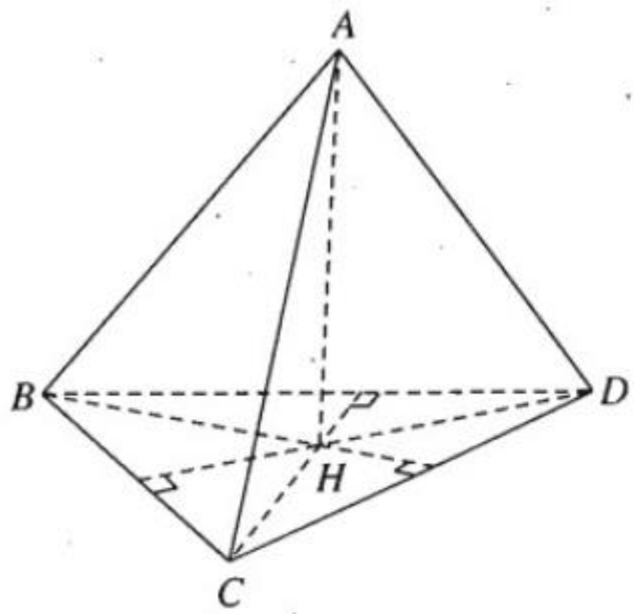
Hai tam giác ABC và BAD bằng nhau (c.c.c) nên có các đường trung tuyến tương ứng bằng nhau: CM = DM

Ta có tam giác MCD cân tại M, do đó MN ⊥ CD vì N là trung điểm của CD. Tương tự ta chứng minh được NA = NB và suy ra MN ⊥ AB. Mặt phẳng (CDM) không vuông góc với mặt phẳng (ABN) vì (CDM) chứa MN vuông góc với chỉ một đường thẳng AB thuộc (ABN) mà thôi.

Giải bài 3 Toán SBT Hình trang 150 lớp 11

Chứng minh rằng nếu tứ diện ABCD có AB ⊥ CD và AC ⊥ BD thì AD ⊥ BC.

Lời giải:



Vẽ AH ⊥ (BCD) tại H, ta có CD ⊥ AH và vì CD ⊥ AB ta suy ra CD ⊥ BH. Tương tự vì BD ⊥ AC ta suy ra BD ⊥ CH

Vậy H là trực tâm của tam giác BCD tức là DH ⊥ BC

Vì AH ⊥ BC nên ta suy ra BC ⊥ AD

Cách khác: Trước hết ta hãy chứng minh hệ thức:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = 0$ với bốn điểm A, B, C, D bất kì.

Thực vậy , ta có:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = 0$$

Do đó nếu AB ⊥ CD nghĩa là

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}.\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}.\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} \quad (3)$$

$$(1) + (2) + (3) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = 0 \quad (4)$$

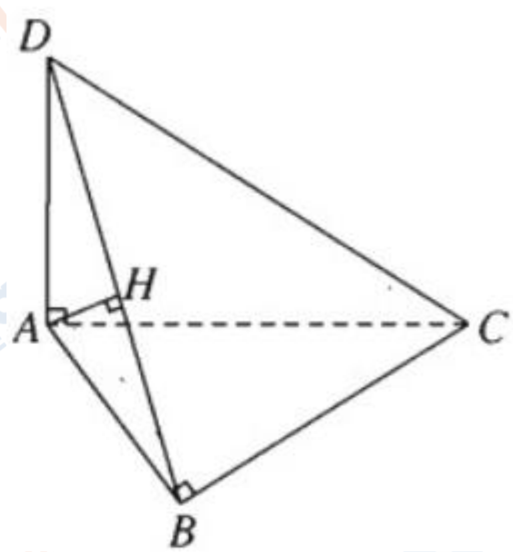
Từ hệ thức (4) ta suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0$, do đó AD ⊥ BC.

Giải bài 4 Toán SBT trang 150 Hình học 11

Cho tam giác ABC vuông tại B. Một đoạn thẳng AD vuông góc với mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng mặt phẳng (ABD) vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Từ điểm A trong mặt phẳng (ABD) ta vẽ AH vuông góc với BD, chứng minh rằng AH vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Lời giải:



Vì AD ⊥ (ABC) nên AD ⊥ BC

Ngoài ra BC ⊥ AB nên ta có BC ⊥ (ABD)

Vì mặt phẳng (BCD) chứa BC mà BC ⊥ (ABD) nên ta suy ra mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABD).

Hai mặt phẳng (BCD) và (ABD) vuông góc với nhau và có giao tuyến là BD. Đường thẳng AH thuộc mặt phẳng (ABD) và vuông góc với giao tuyến BD nên AH vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Giải bài 6 Toán SBT trang 151 Hình 11

Hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD cạnh a và có SA = SB = SC = a. Chứng minh:

a) Mặt phẳng (ABCD) vuông góc với mặt phẳng (SBD);

b) Tam giác SBD là tam giác vuông tại S.

Lời giải:

a) Gọi O là tâm của hình thoi, ta có AC ⊥ BD tại O

Vì SA = SC nên SO ⊥ AC.

Do đó AC vuông góc với mặt phẳng (SBD)

Ta suy ra mặt phẳng (ABCD) vuông góc với mặt phẳng (SBD).

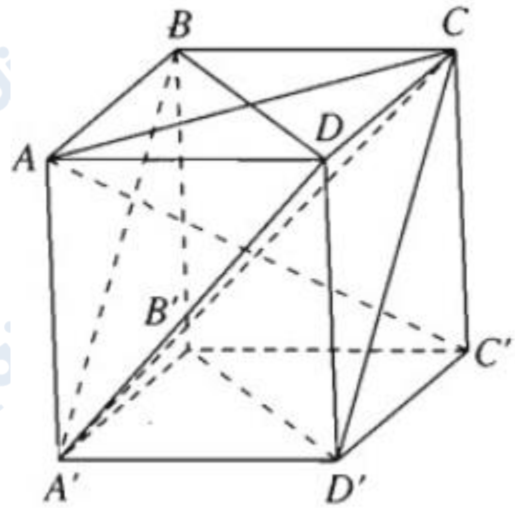
b) Ba tam giác SAC, BAC, DAC bằng nhau (c.c.c) nên ta suy ra OS = OB = OD. Vậy tam giác SBD vuông tại S.

Giải bài 7 Toán SBT Hình 11 trang 151

a) Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a. Chứng minh rằng đường thẳng AC’ vuông góc với mặt phẳng (A’BD) và mặt phẳng (ACC’A’) vuông góc với mặt phẳng (A’BD).

b) Tính đường chéo AC’ của hình lập phương đã cho.

Lời giải:



a) Ta có $AB = AD = AA' = a$

và $C'B = C'D = C'A' = a\sqrt{2}$

Vì hai điểm A và C' cách đều ba đỉnh của tam giác A'BD nên A và C' thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BDA' . Vậy $AC' \perp (BDA')$. Mặt khác vì mặt phẳng (ACC'A') chứa đường thẳng AC' mà $AC' \perp (BDA')$ nên ta suy ra mặt phẳng (ACC'A') vuông góc với mặt phẳng (BDA')

b) Ta có ACC' là tam giác vuông có cạnh $AC = a\sqrt{2}$ và CC' = a

Vậy $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 \Rightarrow AC'^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$. Vậy $AC' = a\sqrt{3}$.

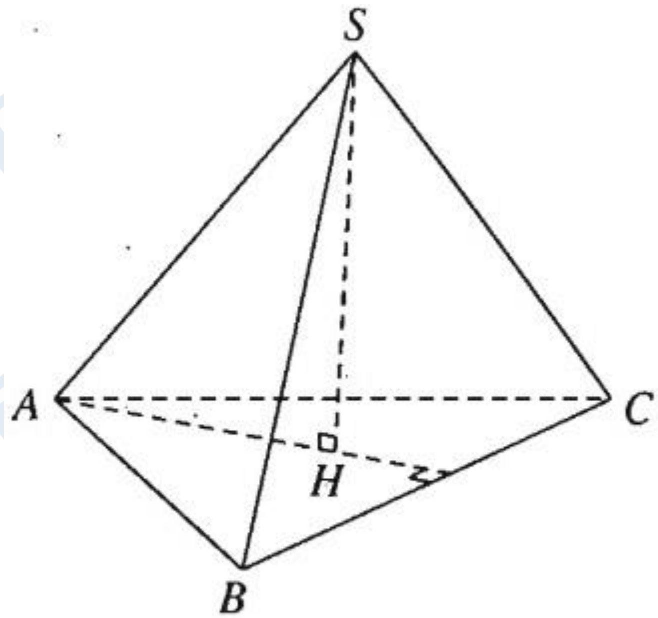
Giải bài 8 trang 151 Toán SBT Hình 11

Cho hình chóp đều S.ABC. Chứng minh rằng:

a) Mỗi cạnh bên của hình chóp đó vuông góc với cạnh đối diện ;

b) Mỗi mặt phẳng chứa một cạnh bên và đường cao của hình chóp đều vuông góc với cạnh đối diện.

Lời giải:



a) Vì S.ABC là hình chóp đều nên ΔABC là tam giác đều và có SA = SB = SC. Do đó khi ta vẽ SH ⊥ (ABC) thì H là trọng tâm của tam giác đều ABC và ta có AH ⊥ BC. Theo định lí ba đường vuông góc ta có SA ⊥ BC.

Chứng minh tương tự ta có SB ⊥ AC và SC ⊥ AB

b) Vì BC ⊥ AH và BC ⊥ SH nên BC ⊥ (SAH)

Chứng minh tương tự ta có CA ⊥ (SBH) và AB ⊥ (SCH).

Giải bài 9 trang 151 Toán Hình 11 SBT

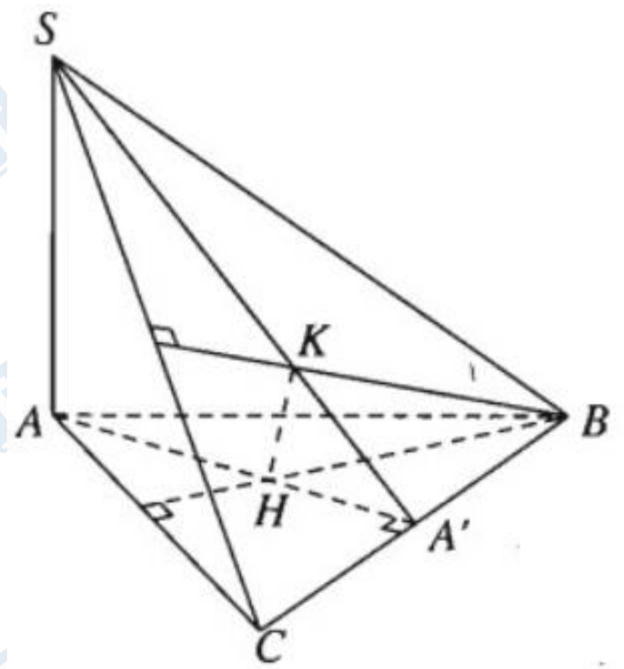
Tứ diện SABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC. Chứng minh rằng:

a) AH, SK và BC đồng quy.

b) SC vuông góc với mặt phẳng (BHK) và (SAC) ⊥ (BHK)

c) HK vuông góc với mặt phẳng (SBC) và (SBC) ⊥ (BHK)

Lời giải:



a) Gọi A’ là giao điểm của AH và BC. Ta cần chứng minh ba điểm S, K, A’ thẳng hàng.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên AA′ ⊥ BC. Mặt khác theo giả thiết ta có: SA ⊥ (ABC), do đó SA ⊥ BC.

Từ đó ta suy ra BC ⊥ (SAA′) và BC ⊥ SA′. Vậy SA’ là đường cao của tam giác SBC nên SA’ là phải đi qua trực tâm K. Vậy ba đường thẳng AH, SK và BC đồng quy.

b) Vì K là trực tâm của tam giác SBC nên BK ⊥ SC (1)

Mặt khác ta có BH ⊥ AC vì H là trực tâm của tam giác ABC và BH ⊥ SA vì SA ⊥ (ABC).

Do đó BH ⊥ (ABC) nên BH ⊥ SC (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra SC ⊥ (BHK). Vì mặt phẳng (SAC) chứa SC mà SC ⊥ (BHK) nên ta có (SAC) ⊥ (BHK).

c) Ta có

$$\left.\begin{array}{l} BC\perp(SAA'),\, BC\perp HK \\ SC\perp(BHK),\, SC\perp HK \end{array}\right\} \Rightarrow HK\perp(SBC)$$

Mặt phẳng (BHK) chứa HK mà HK ⊥ (SBC) nên (BHK) ⊥ (SBC).

Giải bài 10 SBT trang 151 Toán Hình 11

Tứ diện SABC có ba đỉnh A, B, C tạo thành tam giác vuông cân đỉnh B và AC = 2a, có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và SA = a

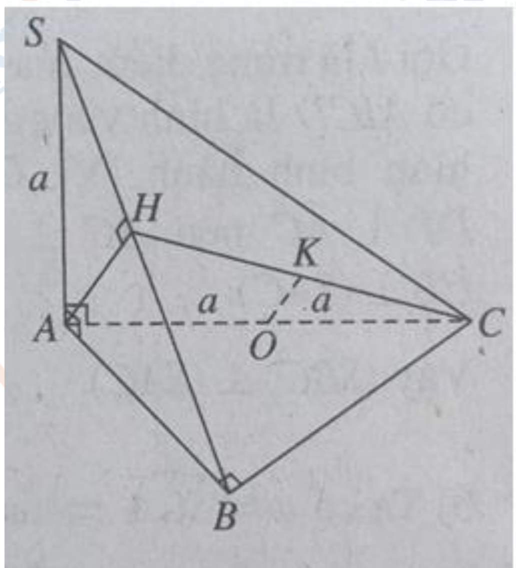
a) Chứng minh mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

b) Trong mặt phẳng (SAB) vẽ AH vuông góc với SB tại H, chứng minh AH ⊥ (SBC).

C) Tính độ dài đoạn AH.

d) Từ trung điểm O của đoạn AC vẽ OK vuông góc với (SBC) cắt (SBC) tại K. Tính độ dài đoạn OK.

Lời giải:



Hình 3.72

a) $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$

b) AH ⊥ SB mà SB là giao tuyến của hai mặt phẳng vuông góc là (SBC) và (SAB) nên AH ⊥ (SBC).

c) Xét tam giác vuông SAB với đường cao AH ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2}.$$

Vậy $AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

d) Vì OK ⊥ (SBC) mà AH ⊥ (SBC) nên OK // AH, ta có K thuộc CH.

OK = AH/2 = (a√6)/6.

Giải bài 11 Toán Hình 11 SBT trang 151

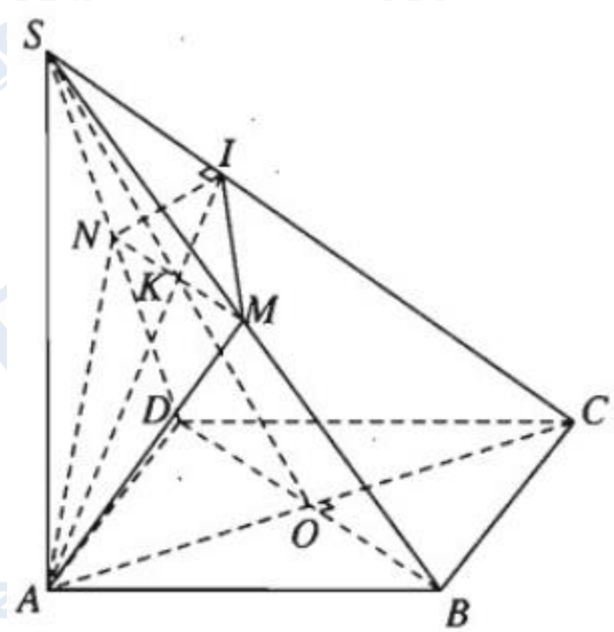
Hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD tâm O và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Giả sử (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với cạnh SC, (α) cắt SC tại I.

a) Xác định giao điểm K của SO với mặt phẳng (α).

b) Chứng minh mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng (SAC) và BD // (α).

c) Xác định giao tuyến d của mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng (α). Tìm thiết diện cắt hình chóp S.ABCD bởi mặt phẳng (α).

Lời giải:



a) Gọi I là giao điểm của mặt phẳng (α) với cạnh SC. Ta có: (α) ⊥ SC, AI ⊂ (α) ⇒ SC ⊥ AI. Vậy AI là đường cao của tam giác vuông SAC. Trong mặt phẳng (SAC), đường cao AI cắt SO tại K và AI ⊂ (α), nên K là giao điểm của SO với (α).

b) Ta có $\left.\begin{array}{l} BD\perp AC \\ BD\perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BD\perp (SAC)$

⇒ BD ⊥ SC

Mặt khác BD ⊂ (SBD) nên (SBD) ⊥ (SAC).

Vì BD ⊥ SC và (α) ⊥ SC nhưng BD không chứa trong (α) nên BD // (α)

Ta có K = SO ∩ (α) và SO thuộc mặt phẳng (SBD) nên K là một điểm chung của (α) và (SBD).

Mặt phẳng (SBD) chứa BD // (α) nên cắt theo giao tuyến d // BD. Giao tuyến này đi qua K là điểm chung của (α) và (SBD).

Gọi M và N lần lượt là giao điểm của d với SB và SD. Ta được thiết diện là tứ giác AIMN vuông góc với SC và đường chéo MN song song với BD.

Giải bài 12 SBT Toán Hình 11 trang 152

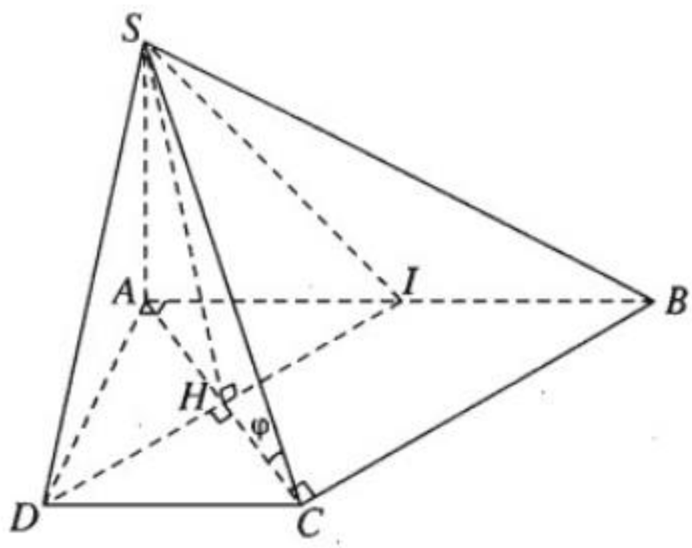
Hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông ABCD vuông tại A và D, có AB = 2a, AD = DC = a, có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = a.

a) Chứng minh mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng (SDC), mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SCB).

b) Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD), tính tanφ.

c) Gọi (α) là mặt phẳng chứa SD và vuông góc với mặt phẳng (SAC). Hãy xác định (α) và xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD với (α)

Lời giải:



a) Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

⇒ (SCD) ⊥ (SAD)

Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Ta có AICD là hình vuông và IBCD là hình bình hành. Vì DI // CB và DI ⊥ CA nên AC ⊥ CB. Do đó CB ⊥ (SAC).

Vậy (SBC) ⊥ (SAC).

b) Ta có:

$$\varphi = \widehat{SCA} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

c) $$\left.\begin{array}{l} DI \perp AC \\ DI \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow DI \perp (SAC)$$

Vậy (α) là mặt phẳng chứa SD và vuông góc với mặt phẳng (SAC) chính là mặt phẳng (SDI). Do đó thiết diện của (α) với hình chóp S.ABCD là tam giác đều SDI có chiều dài mỗi cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Gọi H là tâm hình vuông AICD ta có SH ⊥ DI và $SH = \frac{DI\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tam giác SDI có diện tích:

$$\Delta SDI = \frac{1}{2}SH.DI = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

CLICK NGAY vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn Giải SBT Toán Hình 11 trang 150, 151, 152 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.