BÀI 2: ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN

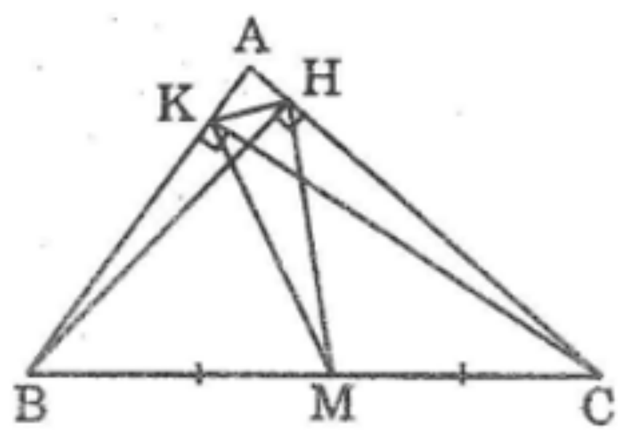
Bài 15 trang 158 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC, các đường cao BH và CK. Chứng minh:

a. Bốn điểm B, C, H, K cùng thuộc một đường tròn

b. HK < BC

Lời giải:



a. Gọi M là trung điểm của BC.

Tam giác BCH vuông tại H có HM là đường trung tuyến nên:

HM = (1/2).BC (tính chất tam giác vuông)

Tam giác BCK vuông tại K có KM là đường trung tuyến nên:

KM = (1/2).BC (tính chất tam giác vuông)

Suy ra: MB = MC = MH = MK

Vậy bốn điểm B, C, H, K cùng nằm trên một đường tròn tâm M bán kính bằng (1/2).BC.

b. Trong đường tròn tâm M ta có KH là dây cung không đi qua tâm, BC là đường kính nên: KH < BC

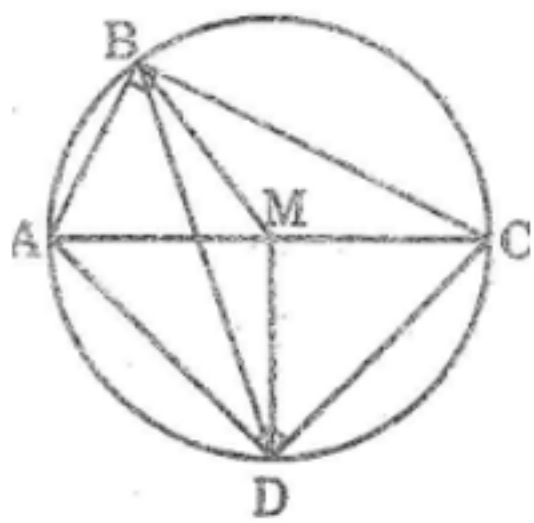
Bài 16 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tứ giác ABCD có góc B = góc D = 90^o

a. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn

b. So sánh độ dài AC và BD. Nếu AC = BD thì tứ giác ABCD là hình gì?

Lời giải:



a. Gọi M là trung điểm của AC

Tam giác ABC vuông tại B có BM là đường trung tuyến nên:

BM = (1/2).AC (tính chất tam giác vuông)

Tam giác ACD vuông tại D có DM là đường trung tuyến nên:

DM = (1/2).AC (tính chất tam giác vuông)

Suy ra: MA = MB = MC = MD

Vậy bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường tròn tâm M bán kính bằng (1/2).AC.

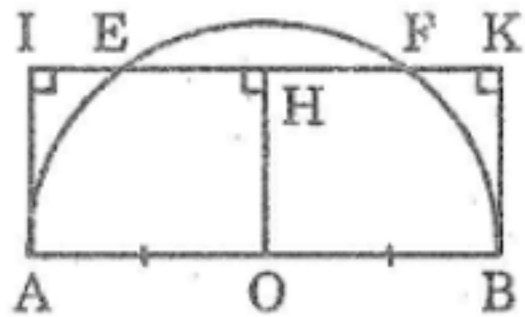
b. Trong đường tròn tâm M ta có BD là dây cung không đi qua tâm, AC là đường kính nên: BD < AC

AC = BD khi và chỉ khi BD là đường kính. Khi đó tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

Bài 17 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB và dây EF không cắt đường kính. Gọi I và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đên EF. Chứng minh rằng IE = KF.

Lời giải:



Ta có: AI ⊥ EF (gt)

BK ⊥ EF (gt)

Suy ra: AI // BK

Suy ra tứ giác ABKI là hình thang

Kẻ OH ⊥ EF

Suy ra: OH // AI // BK

Ta có: OA = OB (= R)

Suy ra: HI = HK

Hay: HE + EI = HF + FK (1)

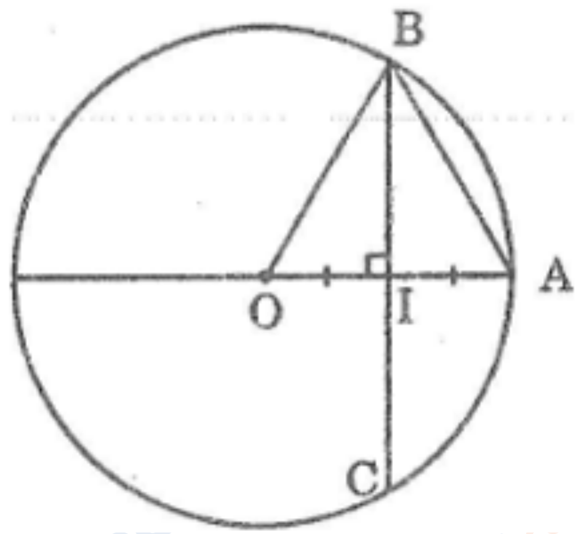
Lại có: HE = HF (đường kính dây cung) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: IE = KF

Bài 18 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O) bán kính OA = 3cm. Dây BC của đường tròn vuông góc với OA tại trung điểm của OA. Tính độ dài BC.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm của OA

Suy ra: IO = IA = (1/2).OA = 3/2

Ta có: BC ⊥ OA (gt)

Suy ra: góc (OIB) = 90^o

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông OBI ta có: $OB^2 = BI^2 + IO^2$

Suy ra: $BI^2 = OB^2 - IO^2$

$$= 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$$

$$BI = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}$$

Ta có: BI = CI (đường kính dây cung)

$$\text{Suy ra: } BC = 2BI = 2.\frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Bài 19 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

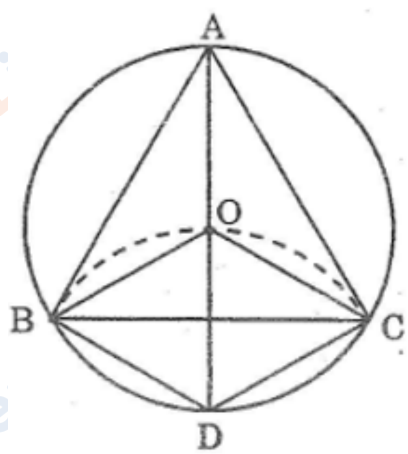
Cho đường tròn (O), đường kính AD = 2R. Vẽ cung tâm D bán kính R, cung này cắt đường tròn (O) ở B và C.

a. Tứ giác OBDC là hình gì? Vì sao?

b. Tính số đo các góc CBD, CBO, OBA

c. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

Lời giải:



a. Ta có:

OB = OC = R (vì B, C nằm trên (O; R))

DB = DC = R (vì B, C nằm trên (D; R))

Suy ra: OB = OC = DB = DC

Vậy tứ giác OBDC là hình thoi

b. Ta có: OB = OC = BD = R

ΔOBD đều => $\widehat{OBD} = 60^0$

Vì OBDC là hình thoi nên:

$$\widehat{CBD} = \widehat{OBC} = \frac{1}{2}\widehat{OBD} = 30^0$$

Tam giác ABD nội tiếp trong (O) có AD là đường kính nên:

$$\widehat{ABD} = 90^0$$

Mà $\widehat{OBD} + \widehat{OBA} = 90^0$

Nên $\widehat{OBA} = \widehat{ABD} - \widehat{OBD} = 90^0 - 60^0 = 30^0$

c. Tứ giác OBDC là hình thoi nên $OD \perp BC$ hay $AD \perp BC$

Ta có: AB = AC (tính chất đường trung trực)

Suy ra tam giác ABC cân tại A (1)

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{OBC} - \widehat{OBA} = 30^0 + 30^0 = 60^0$ (2)

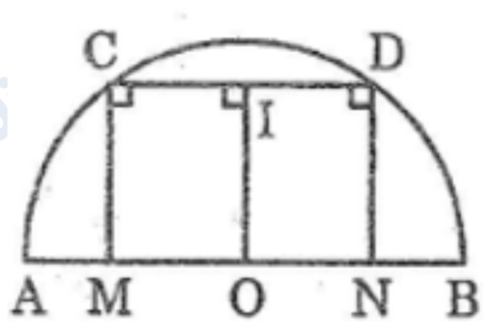
Từ (1) và (2) suy ra tam giác ABC đều.

Bài 20 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

a. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB, dây CD. Các đường vuông góc với CD tại C và D tương ứng cắt AB ở M và N. Chứng minh rằng AM = BN

b. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên AB lấy các điểm M, N sao cho AM = BN. Qua M và N kẻ các đường thẳng song song với nhau, chúng cắt nửa đường tròn lần lượt ở C và D. Chứng minh rằng MC và ND vuông góc với CD.

Lời giải:



a. Ta có: $CM \perp CD$

$DN \perp CD$

Suy ra: CM // DN

Kẻ OI ⊥ CD

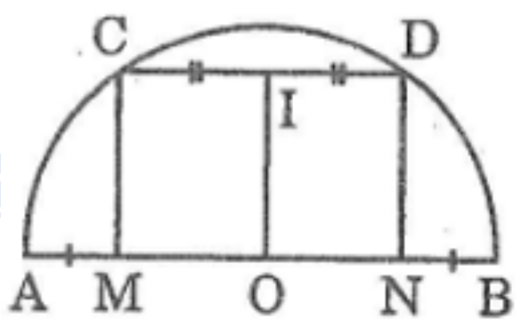
Suy ra: OI // CM // DN

Ta có: IC = ID (đường kính dây cung)

Suy ra: OM = ON (1)

Mà: AM + OM = ON + BN (= R) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: AM = BN



b. Ta có: MC // ND (gt)

Suy ra tứ giác MCDN là hình thang

Lại có: OM + AM = ON + BN (= R)

Mà AM = BN (gt)

Suy ra: OM = ON

Kẻ OI ⊥ CD (3)

Suy ra: IC = ID (đường kính dây cung)

Khi đó OI là đường trung bình của hình thang MCDN

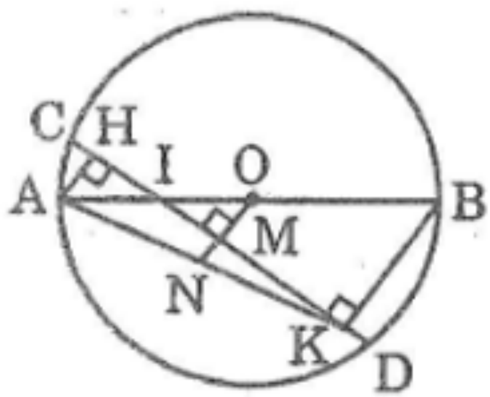
Suy ra: OI // MC // ND (4)

Từ (3) và (4) suy ra: MC ⊥ CD, ND ⊥ CD.

Bài 21 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Dây CD cắt đường kính AB tại I. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD. Chứng minh rằng CH = DK

Lời giải:



Kẻ OM ⊥ CD cắt AD tại N

Ta có: MC = MD (đường kính dây cung)

Hay MH + CH = MK + KD (1)

Ta có: OM // BK (cùng vuông góc với CD)

Hay: MN // BK

Mà: OA = OB (= R)

Suy ra: NA = NK (tính chất đường trung bình của tam giác)

Lại có: OM // AH (cùng vuông góc với CD)

Hay: MN // AH

Mà: NA = NK (chứng minh trên)

Suy ra: MH = MK (tính chất đường trung bình của tam giác) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: CH = DK

Bài tập bổ sung (trang 159-160)

Bài 1 trang 159 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Độ dài cạnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn (O;R) bằng

A. R/2; B. (R√3)/2;

C. R√3; D. Một đáp án khác.

Hãy chọn phương án đúng.

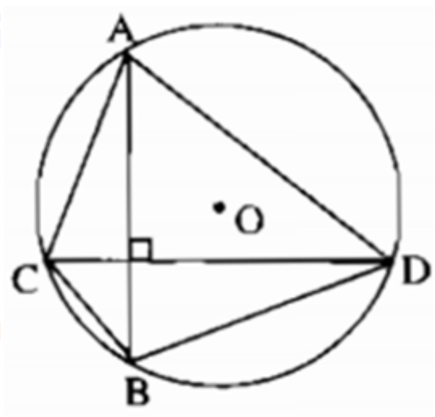
Lời giải:

Chọn đáp án C

Bài 2 trang 160 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O; 2cm). Vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Tính diện tích lớn nhất của tứ giác ABCD.

Lời giải:



Hình bs. 26

Ta có AB ≤ 4cm, CD ≤ 4cm. Do AB ⊥ CD nên S_{ACBD} = 1/2AB.CD ≤ 1/2.4.4 = 8 (cm^2)

Giá trị lớn nhất của S_{ACBD} bằng 8 cm^2 khi AB và CD đều là đường kính của đường tròn.

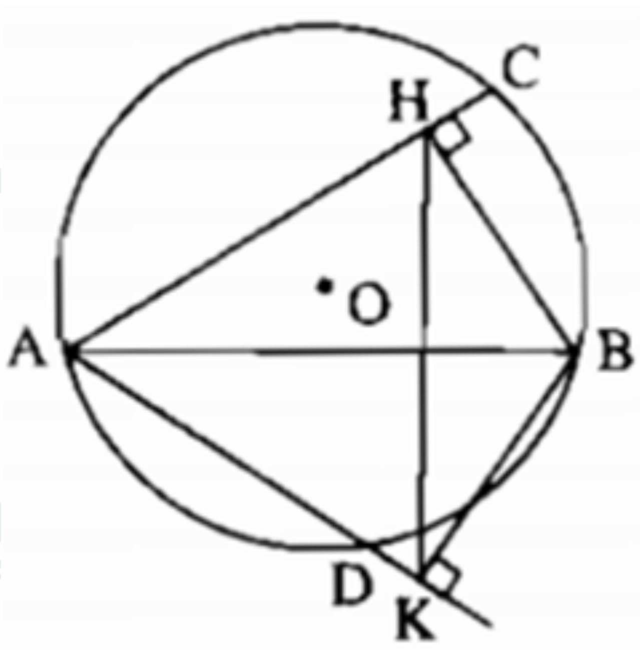
Bài 3 trang 160 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho đường tròn (O;R), dây AB khác đường kính. Vẽ về hai phía của AB các dây AC, AD. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ B đến AC và AD. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm A, H, B, K thuộc cùng một đường tròn;

b) HK < 2R.

Lời giải:



a) Bốn điểm A, H, B, K cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

b) Ta có HK ≤ AB ≤ 2R.