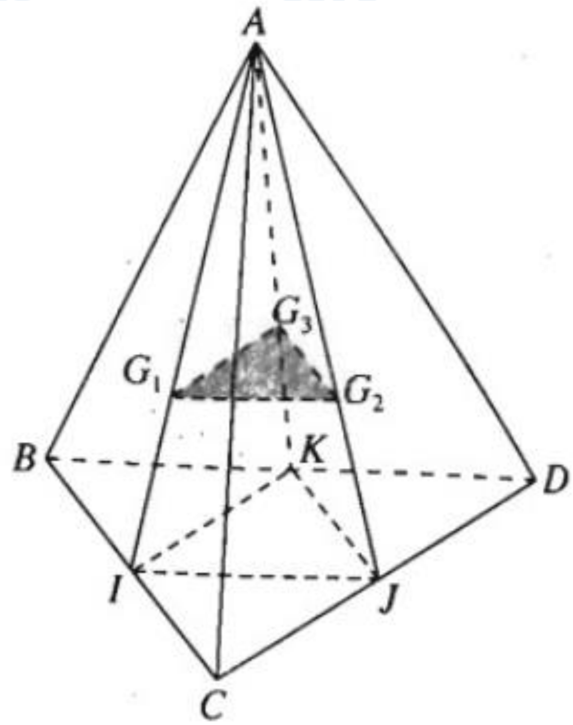
Để học tốt Toán lớp 11, dưới đây là các bài giải bài tập Sách bài tập Toán 11 Hình học Bài 4: Hai mặt phẳng song song.

## *Giải bài 1 SBT Toán Hình 11 trang 76*

Cho tứ diện ABCD. Gọi $G_1$, $G_2$, $G_3$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD. Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3)$ // (BCD).

**Lời giải:**




Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD và BD. Theo tính chất trọng tâm của tam giác ta có:

$$\frac{AG_1}{AI} = \frac{AG_2}{AJ} = \frac{AG_3}{AK} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow G_1G_2$ // IJ

$IJ \subset (BCD) \Rightarrow G_1G_2$ // (BCD)

Tương tự ta có $G_2G_3$ // (BCD)

$G_1G_2, G_2G_3 \subset (G_1G_2G_3)$

Vậy: $(G_1G_2G_3)$ // (BCD).

*Giải bài 2 Toán Hình 11 trang 76 SBT*

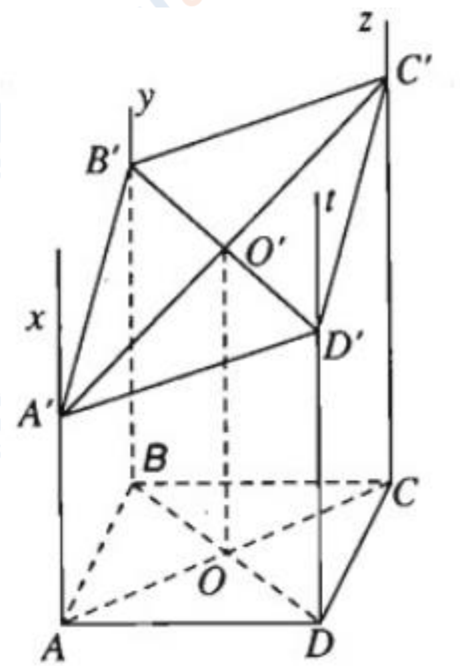
Từ bốn đỉnh của hình bình hành ABCD vẽ bốn nửa đường thẳng song song cùng chiều Ax, By, Cz và Dt sao cho chúng cắt mặt phẳng (ABCD). Một mặt phẳng (α) cắt bốn nửa đường thẳng theo thứ tự nói trên tại A', B', C' và D'.

a) Chứng minh rằng (Ax,By) // (Cz,Dt) và (Ax,Dt) // (By,Cz)

b) Tứ giác A'B'C'D' là hình gì?

c) Chứng minh AA′ + CC′ = BB′ + DD′.

**Lời giải:**




a) Ta có:

$$\begin{cases} Ax \parallel Dt \\ Dt \subset (Cz, Dt) \end{cases}$$

⇒ Ax // (Cz,Dt)

$$\left.\begin{matrix} AB \parallel CD \\ CD \subset (Cz, Dt) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \parallel (Cz, Dt)$$

Từ Ax, AB ⊂ (Ax,By) suy ra (Ax, By) // (Cz, Dt)

Tương tự ta có (Ax, Dt) // (By,Cz)

b)

$$\begin{cases}(\alpha)\cap(Ax,By)=A'B' \\ (\alpha)\cap(Cz,Dt)=C'D' \Rightarrow A'B' \parallel C'D' \quad (1) \\ (Ax,By)\parallel(Cz,Dt)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(\alpha)\cap(Ax,Dt)=A'D' \\ (\alpha)\cap(By,Cz)=B'C' \Rightarrow A'D' \parallel B'C' \quad (2) \\ (Ax,Dt)\parallel(By,Cz)\end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác A'B'C'D' là hình bình hành.

c) Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình bình hành ABCD, A'B'C'D'. Dễ thấy OO' là đường trung bình của hình thang AA', suy ra $OO'=\frac{AA'+CC'}{2}$

Tương tự ta có:

$$OO'=\frac{AA'+CC'}{2}$$

## *Giải bài 3 Toán Hình 11 SBT trang 77*

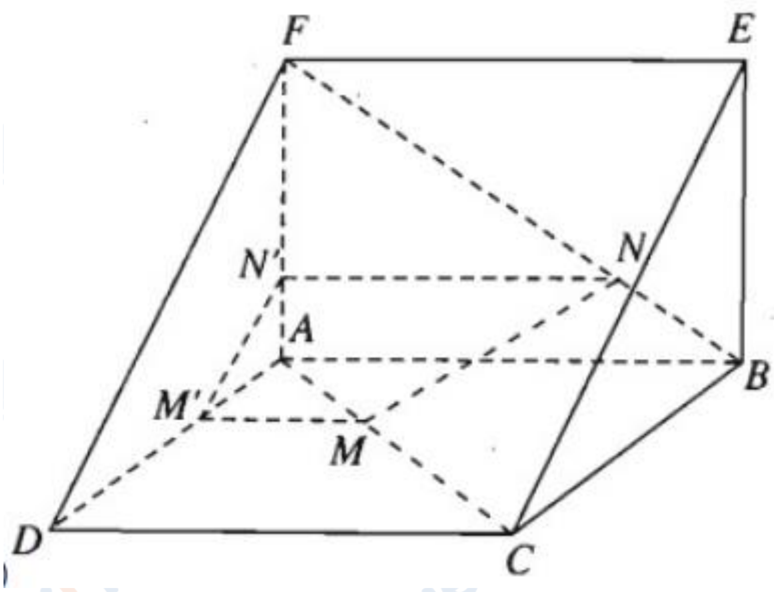
Cho hai hình vuông ABCD và ABEF ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M và N sao cho AM = BN. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M và N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh

a) (ADF) // (BCE).

b) M′N′ // DF.

c) (DEF) // (MM′N′N) và MN // (DEF).

**Lời giải:**




a)

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (BCE)$$

$$\begin{cases} AF \parallel BE \\ BE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AF \parallel (BCE)$$

Mà AD, AF ⊂ (ADF)

Nên (ADF) // (BCE)

b) Vì ABCD và ABEF là các hình vuông nên AC = BF. Ta có:

$$MM' \parallel CD \Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} \qquad (1)$$

$$NN' \parallel AB \Rightarrow \frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} \qquad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta được:

$$\frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N' \parallel DF$$

c) Từ chứng minh trên suy ra DF // (MM′N′N)

$$\left.\begin{array}{l} NN' \parallel AB \Rightarrow NN' \parallel EF \\ NN' \subset (MM'N'N) \end{array}\right\} \Rightarrow EF \parallel (MM'N'N)$$

Mà DF,EF ⊂ (DEF) nên (DEF) // (MM′N′N)

Vì MN ⊂ (MM′N′N) và (MM′N′N) // (DEF) nên MN // (DEF).

## *Giải bài 4 SBT trang 77 Toán Hình 11*

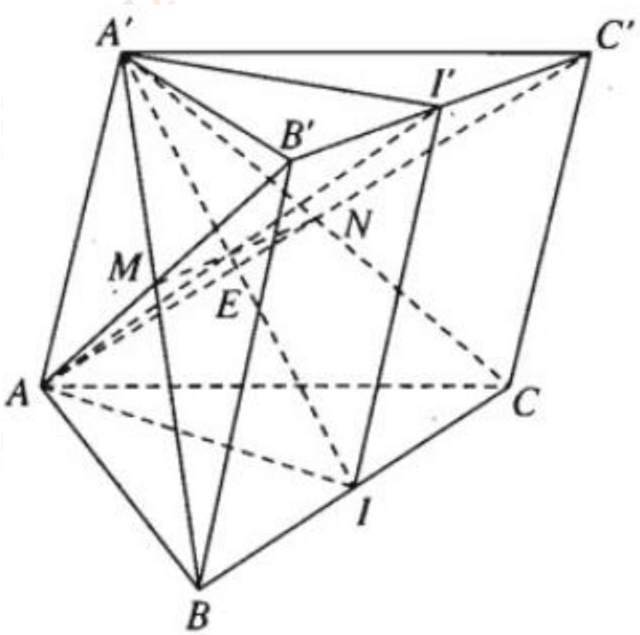
Cho hình lăng trụ tam giác ABCA'B'C' có các cạnh bên là AA', BB', CC'. Gọi I và I'tương ứng là trung điểm của hai cạnh BC và B'C'.

a) Chứng minh rằng AI // A'I'.

b) Tìm giao điểm của IA' với mặt phẳng (AB'C').

c) Tìm giao tuyến của (AB'C') và (A'BC).

**Lời giải:**




a) Ta có II′ // BB′ và II’ = BB’

Mặt khác AA′ // BB′ và AA’ = BB’ nên : AA′ // II′ và AA’ = II’

⇒ AA’II’ là hình bình hành.

⇒ AI // A′I′

b) Ta có:

$$\begin{cases} A \in (AB'C') \\ A \in (AA'I'I) \end{cases}$$

⇒ A ∈ (AB′C′) ∩ (AA′I′I)

Tương tự :

$$\begin{cases} I' \in B'C' \\ I' \in (AA'I'I) \end{cases} \Rightarrow I' \in (AB'C')$$

I′ ∈ (AB′C′) ∩ (AA′I′I) ⇒ (AB′C′) ∩ (AA′I′I) = AI′

Đặt AI′ ∩ A′I = E. Ta có:

$$\begin{cases} E \in IA' \\ E \in AI' \end{cases} \Rightarrow E \in (AB'C')$$

Vậy E là giao điểm của AI’ và mặt phẳng (AB’C’)

c) Ta có:

$$A'B \cap AB' = M \Rightarrow \begin{cases} M \in (AB'C') \\ M \in (A'BC) \end{cases}$$

Tương tự:

$$AC' \cap A'C = N \Rightarrow \begin{cases} N \in (AB'C') \\ N \in (A'BC) \end{cases}$$

Vậy (AB′C′) ∩ (A′BC) = MN

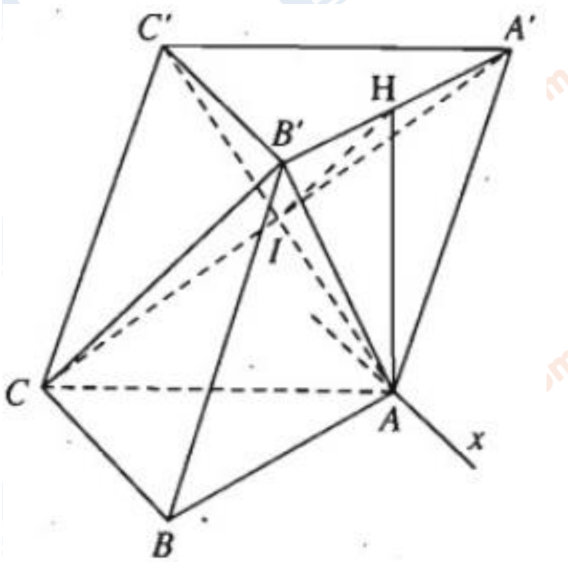
### *Giải bài 5 SBT trang 77 Toán Hình học 11*

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi H là trung điểm của A'B'.

a) Chứng minh rằng CB′ // (AHC′)

b) Tìm giao tuyến d của (AB'C') và (ABC)

**Lời giải:**




a) Ta có tứ giác AA'CC' là hình bình hành suy ra A'C cắt AC' tại trung điểm I của mỗi đường.

Do đó IH // CB′ ( đường trung bình của tam giác CB'A')

Mặt khác IH ⊂ (AHC′) nên CB′ // (AHC′)

b) Ta có:

$$\begin{cases} A \in (AB'C') \\ A \in (ABC) \end{cases}$$

suy ra, ⇒ A là điểm chung của (AB'C') và (ABC)

Mà

$$\begin{cases} B'C' \parallel BC \\ B'C' \subset (AB'C') \\ BC \subset (ABC) \end{cases}$$

Nên (AB′C′) ∩ (ABC) = Ax

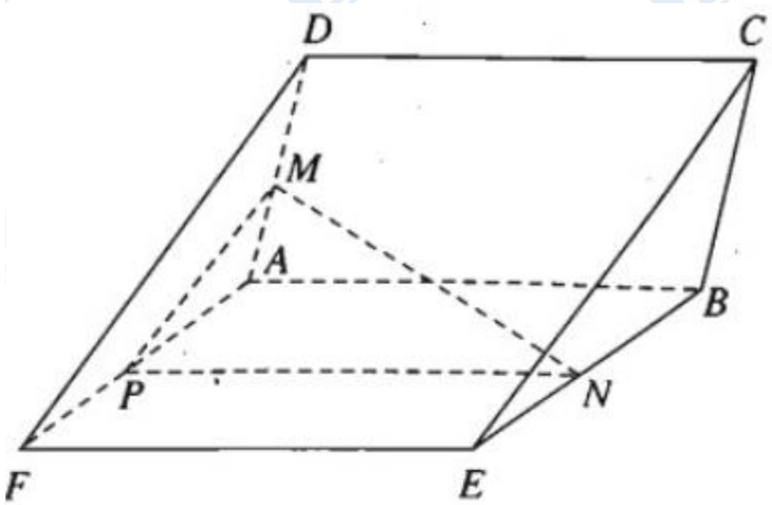
Và Ax // BC // B′C′

## *Giải bài 6 trang 77 Toán Hình học 11 SBT*

Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF không nằm cùng trong một mặt phẳng. Gọi M và N là hai điểm di động tương ứng trên AD và BE sao cho

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NE}$$

**Lời giải:**




Trong mặt phẳng (ADF), kẻ đường thẳng MP // DF (P ∈ AF)

Ta có $\frac{AP}{PF} = \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NE}$

Nên PN // FE. Do đó (MNP) // (DEF).

Vậy MN song song với mặt phẳng (DEF) cố định.

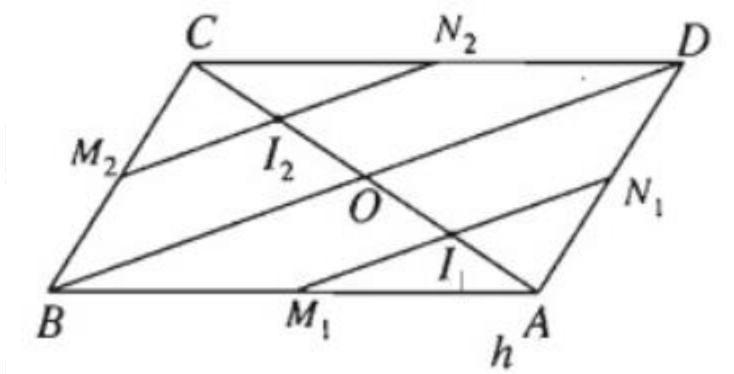
## *Giải bài 7 trang 77 Toán SBT Hình học 11*

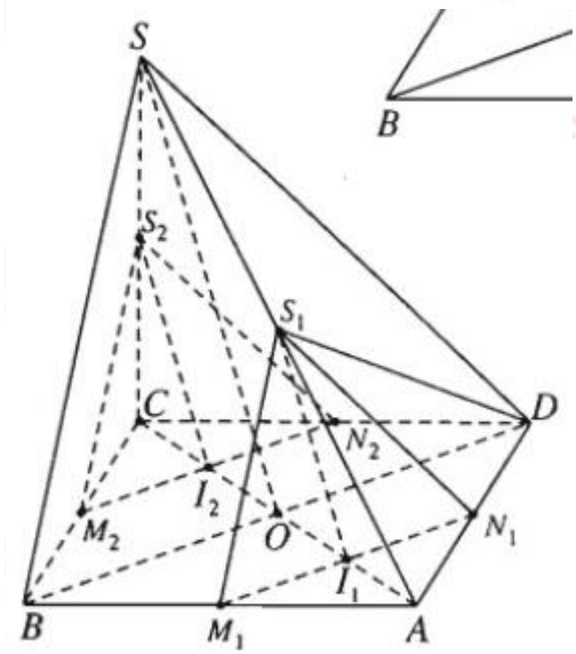
Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD, O là giao điểm hai đường chéo, AC = a, BD = b, tam giác SBD đều. Gọi I là điểm di động trên đoạn AC với AI = x (0 < 0 < a). Lấy là mặt phẳng đi qua I và song song với mặt phẳng (SBD).

a) Xác định thiết diện của mặt phẳng với hình chóp S.ABCD.

b) Tìm diện tích S của thiết diện ở câu a) theo a, b, x. Tìm x để S lớn nhất.

**Lời giải:**




a) Trường hợp 1 .

I thuộc đoạn AO (0 < x < a/2)

Khi đó I ở vị trí $I_1$

Ta có: (α) // (SBD)

$$\Rightarrow \begin{cases} (\alpha) \parallel BD \\ (\alpha) \parallel SO \end{cases}$$

Vì (α) // BD nên (α) cắt (ABD) theo giao tuyến $M_1N_1$ ( qua $I_1$) song song với BD

Tương tự (α) // SO nên (α) cắt (SOA) theo giao tuyến

$S_1T_1$ song song với SO.

Ta có thiết diện trong trường hợp này là tam giác S1M1N1.

Nhận xét. Dễ thấy rằng $S_1M_1$ // SB và $S_1N_1$ // SD. Lúc đó tam giác S1M1N1 đều.

Trường hợp 2. I thuộc đoạn OC (a/2 < x < a)

Khi đó I ở vị trí $I_2$. Tương tự như trường hợp 1 ta có thiết diện là tam giác đều $S_2M_2N_2$ có $M_2N_2$ // BD, $S_2M_2$ // SB, $S_2N_2$ // SD.

Trường hợp 3. I ≡ O. Thiết diện chính là tam giác đều SBD.

b) Ta lần lượt tìm diện tích thiết diện trong các trường hợp 1,2,3.

Trường hợp 1. I thuộc đoạn AO (0 < x < a/2)

$$\frac{S_{S_1M_1N_1}}{s_{SBD}} = \left(\frac{M_1N_1}{BD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{a}\right)^2$$

$$S_{S_1M_1N_1} = \frac{4\mathrm{x}^2}{a^2}.S_{SBD} = \frac{4\mathrm{x}^2}{a^2}.\frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$$

Trường hợp 2. I thuộc đoạn OC (a/2 < x < a)

$$\frac{S_{S_2M_2N_2}}{S_{SBD}} = \left(\frac{M_2N_2}{BD}\right)^2 = \left[\frac{2(a-x)^2}{a}\right]$$

$$S_{S_2M_2N_2} = \frac{4}{a^2}(a-x)^2.\frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{a^2}(a-x)^2$$

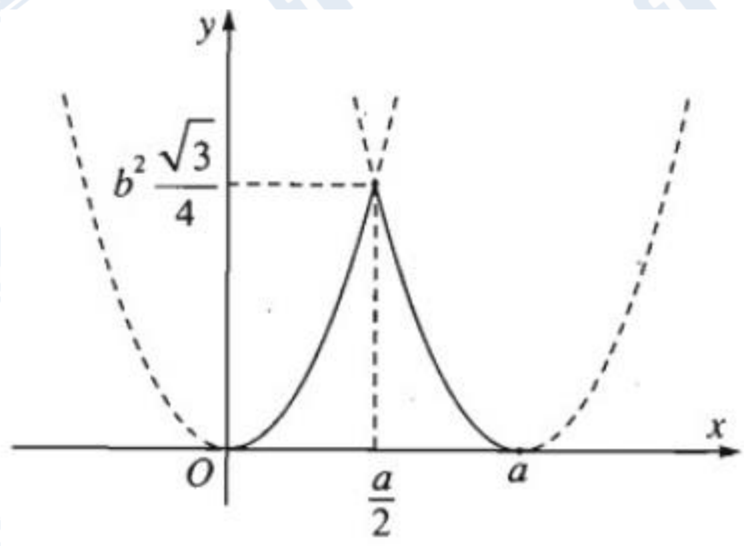
Trường hợp 3. I ≡ O.

$$S_{SBD} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$$

Tóm lại

$$S_{thiết\ diện} = \begin{cases} \dfrac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2} & nếu\ 0 < x < \frac{a}{2} \\ \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4} & nếu\ x = \frac{a}{2} \\ \dfrac{b^2\sqrt{3}}{a^2}(a-x)^2 & nếu\ \frac{a}{2} < x < a \end{cases}$$

* Đồ thị của hàm số S theo biến x như sau:

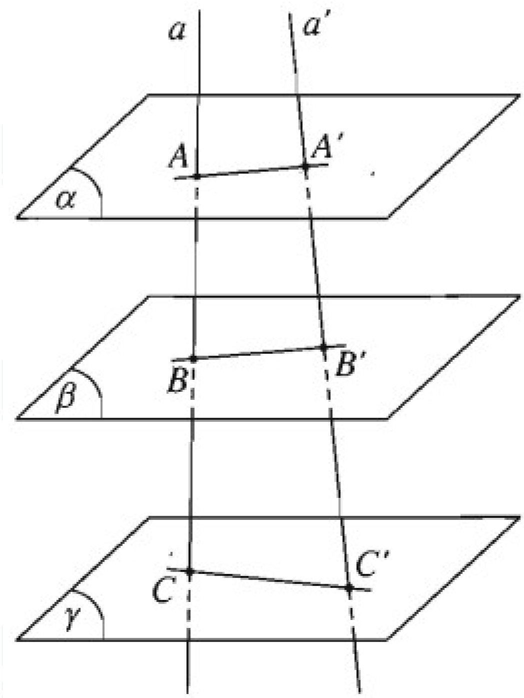



Vậy $S_{thiết\ diện}$ lớn nhất khi và chỉ khi x = a/2.

## *Giải bài 8 Toán SBT Hình học 11 trang 77*

Cho ba mặt phẳng (α), (β), (γ) song song với nhau. Hai đường thẳng a và a’ cắt ba mặt phẳng ấy theo thứ tự nói trên tại A, B, C và A’, B’, C’. Cho AB = 5, BC = 4, A′C′ = 18. Tính độ dài.A’B’, B’C’

**Lời giải:**




Vì (α) // (β) // (γ) nên $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$

Mặt khác ta có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB+BC}{A'B'+B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Suy ra: $A'B' = \frac{A'C'.AB}{AC} = \frac{18.5}{9} = 10$

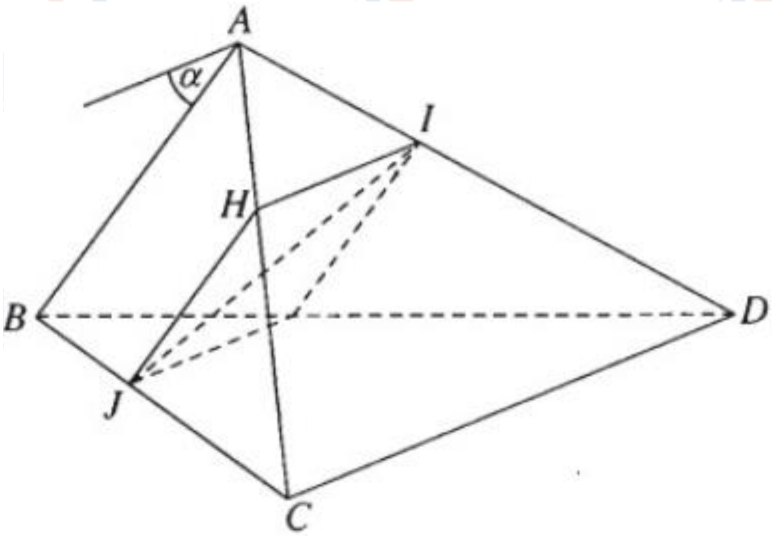
Vậy A’B’ = 10 và $B'C' = \frac{A'C'.BC}{AC} = \frac{18.4}{9} = 8$

Vậy B’C’ = 8.

## *Giải bài 9 Toán Hình học 11 trang 78 SBT*

Cho tứ diện ABCD. Gọi I và J lần lượt là hai điểm di động trên các cạnh AD và BC sao cho $\frac{IA}{ID} = \frac{JB}{JC}$. Chứng minh rằng IJ luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

**Lời giải:**




Qua I kẻ đường thẳng song song với CD cắt AC tại H, ta có:

$$\frac{HA}{HC} = \frac{IA}{ID}$$

Mặt khác $\frac{IA}{ID} = \frac{JB}{JC}$

Nên $\frac{HA}{HC} = \frac{JB}{JC}$

Suy ra HJ // AB

Như vậy mặt phẳng (IJH) song song với AB và CD.

Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và song song với CD, ta có

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (IJH) \\ IJ \subset (IJH) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (\alpha)$$

Vậy IJ song song với mặt phẳng (α) cố định.

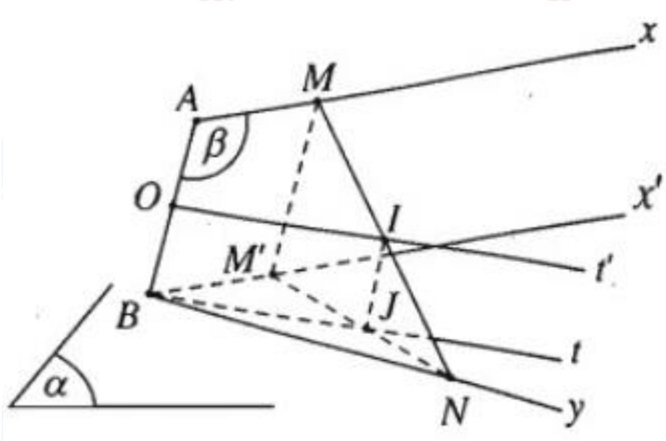
*Giải bài 10 Toán Hình học 11 SBT trang 78*

Cho hai tia Ax, By chéo nhau. Lấy M, N lần lượt là các điểm di động trên Ax, By. Gọi (α) là mặt phẳng chứa By và song song với Ax. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt (α) tại M'.

a) Tìm tập hợp điểm M’.

b) Gọi I là trung điểm của MN. Tìm tập hợp các điểm I khi AM = BN

**Lời giải:**




a) Gọi (β) là mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng AB và Ax

Do Ax // (α) nên (β) sẽ cắt (α) theo giao tuyến Bx’ song song với Ax.

Ta có M’ là điểm chung của (α) và (β) nên M’ thuộc Bx’.

Khi M trùng A thì M’ trùng B nên tập hợp M’ là tia Bx’.

Ta có tứ giác ABM’M là hình bình hành nên BM’ = AM = BN.

Tam giác BM’N cân tại B.

Suy ra trung điểm I của cạnh đáy NM’ thuộc phân giác trong Bt của góc B trong tam giác cân BNM’. Dễ thấy rằng Bt cố định.

Gọi O là trung điểm của AB. Trong mặt phẳng (AB, Bt), tứ giác OBIJ là hình bình hành nên $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BO}$. Do đó I là ảnh của J trong phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BO}$. Vậy tập hợp I là tia Ot’ song song với Bt.

**CLICK NGAY** vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn Giải SBT Toán Hình 11 trang 76, 77, 78 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.