Giải bài 3.28 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 163

a) Độ dài trục nhỏ bằng 12 và tiêu cự bằng 16 ;

b) Một tiêu điểm là (12; 0) và điển (13; 0) nằm trên elip.

Lời giải:

a) $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

b) $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 3.29 trang 163

Tìm tọa độ các tiêu điểm, các đỉnh, độ dài các trục của mỗi elip có phương trình sau:

a) $4x^2 + 9y^2 = 36$;

b) $x^2 + 4y^2 = 4$.

Lời giải:

a) $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

- Hai tiêu điểm: $F_1(-\sqrt{5}; 0)$, $F_2(\sqrt{5}; 0)$

- Bốn đỉnh: $A_1(-3; 0)$, $A_2(3; 0)$, $B_1(0; -2)$, $B_2(0; 2)$

- Trục lớn: $A_1A_2 = 6$

- Trục nhỏ: $B_1B_2 = 4$

b) $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

- Hai tiêu điểm: $F_1(-\sqrt{3}; 0)$, $F_2(\sqrt{3}; 0)$

- Bốn đỉnh: $A_1(-2; 0)$, $A_2(3; 0)$, $B_1(0; -1)$, $B_2(0; 1)$

- Trục lớn: $A_1A_2 = 4$

- Trục nhỏ: $B_1B_2 = 2$

Giải Toán hình lớp 10 SBT tập 1 bài 3.30 trang 163

Cho đường tròn tâm $C(F_1; 2a)$ cố định và một điểm F_2 cố định nằm trong (C_1).

Xét đường tròn di động (C) có tâm M. Cho biết (C) luôn đi qua F_2 và (C) luôn tiếp xúc với (C_1). Hãy chứng tỏ M di động trên một elip.

Lời giải:

C (M;R) đi qua $F_2 \Rightarrow MF_2 = R(1)$

C (M;R) tiếp xúc với $C_1(F_1; 2a) \Rightarrow MF_1 = 2a - R(2)$

(1) + (2) cho $MF_1 + MF_2 = 2a$

Vậy M di động trên elip (E) có hai tiêu điểm là F_1, F_2 và trục lớn 2a.

Giải bài 3.31 trang 163 SBT Toán hình 10 tập 1

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho M(x; y) di động có tọa độ thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 7\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$$

trong đó t là tham số. Hãy chững tỏ M đi động trên một elip.

Lời giải:

Điểm M di động trên elip (E) có phương trình:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 3.32 trang 164

Viết phương trình chính tắc của elip trong các trường hợp sau:

a) Độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số c/a bằng 5/13;

b) Tiêu điểm $F_1(-6; 0)$ và tỉ số c/a bằng 2/3

Lời giải:

a) Ta có: 2a = 26 ⇒ a = 13 và

$$\frac{c}{a} = \frac{c}{36} = \frac{5}{13} \Rightarrow c = 5$$

Do đó: $b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 25 = 144$

Vậy phương trình chính tắc của elip là:

$$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$$

b) Elip có tiêu điểm $F_1(-6; 0)$ suy ra c = 6.

$$\text{Vậy}: \frac{c}{a} = \frac{6}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 9$$

Do đó: $b^2 = a^2 - c^2 = 81 - 36 = 45$

Vậy phương trình chính tắc của elip là:

$$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{45} = 1$$

Giải bài 3.33 sách bài tập Toán hình 10 tập 1 trang 164

Viết phương trình chính tắc của elip (E) F_1 và F_2 biết:

a) (E) đi qua hai điểm M(4; 9/5) và N(3; 12/5);

b) (E) đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác MF_1F_2 vuông tại M.

Lời giải:

a) Xét elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

(E) đi qua M(4; 9/5) và N(3; 12/5) nên thay tọa độ của M và N vào phương trình của (E) ta được:

$$\begin{cases}\frac{16}{a^2}+\frac{81}{25b^2}=1\\ \frac{9}{a^2}+\frac{144}{25b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=9.\end{cases}$$

Vậy phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

b) Xét elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Vì $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\in(E)$ nên $\frac{9}{5a^2}+\frac{16}{5b^2}=1\quad(1)$

Ta có : $\widehat{F_1MF_2}=90^\circ\Rightarrow OM=OF_1$

$\Rightarrow c^2=OM^2=\frac{9}{5}+\frac{16}{5}=5$

và: $a^2=b^2+c^2=b^2+5$

Thay vào (1) ta được :

$$\frac{9}{5\left(b^2+5\right)}+\frac{16}{5b^2}=1$$

⇒ $9b^2 + 16(b^2 + 5) = 5b^2(b^2 + 5)$

⇒ $b^4 = 16$

⇒ $b^2 = 4$

Suy ra $a^2 = 9$

Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Giải bài 3.34 trang 164 SBT Toán hình lớp 10 tập 1

Cho elip (E): $9x^2 + 25y^2 = 225$

a) Tìm tọa độ hai điểm F_1, F_2 và các đỉnh của (E).

b) Tìm M ∈ (E) sao cho M nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông.

Lời giải:

(E): $9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

a) Ta có: $a^2 = 25$, $b^2 = 9$

⇒ $a = 5$, $b = 3$

Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 16$

⇒ $c = 4$

Vậy (E) có hai tiêu điểm là : $F_1(-4; 0)$ và $F_2(4; 0)$ và có bốn đỉnh là $A_1(-5; 0)$, $A_2(5; 0)$, $B_1(0; -3)$, $B_2(0; 3)$

b) Gọi M(x; y) là điểm cần tìm, ta có :

$$\begin{cases} M \in (E) \\ \widehat{F_1MF_2} = 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (E) \\ OM^2 = c^2 \end{cases} \begin{cases} 9x^2 + 25y^2 = 225 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{175}{16} \\ y^2 = \frac{81}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\frac{5\sqrt{7}}{4} \\ y = \pm\frac{9}{4}. \end{cases}$$

Vậy có bốn điểm M thỏa mãn điều kiện của đề bài là :

$$\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right), \left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; -\frac{9}{4}\right), \left(-\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right), \left(-\frac{5\sqrt{7}}{4}; -\frac{9}{4}\right)$$

Giải bài 3.35 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 164

Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (0 < b < a). Tính tỉ số: c/a trong các trường hợp sau:

a) Trục lớn bằng ba lần trục nhỏ ;

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông ;

c) Khoảng cách giữa đỉnh trên trục nhỏ và đỉnh trên trục lớn bằng tiêu cự.

Lời giải:

a) Ta có: a = 3b ⇒ $a^2 = 9b^2$

⇒ $a^2 = 9(a^2 - c^2)$

⇒ $9c^2 = 8a^2$

⇒ $3c = 2\sqrt{2}a$

Vậy $c/a = 2\sqrt{2}/3$

b) $\widehat{F_1B_1F_2} = 90^\circ \Rightarrow OB_1 = \frac{F_1F_2}{2}$

⇒ b = c

⇒ $b^2 = c^2$

⇒ $a^2 - c^2 = c^2$

⇒ $a^2 = 2c^2$

⇒ a = c√2

Vậy c/a = 1/√2

c) $A_1B_1 = 2c \Rightarrow A_1B_1^2 = 4c^2$

⇒ $a^2 + b^2 = 4c^2$

⇒ $a^2 + a^2 - c^2 = 4c^2$

⇒ $2a^2 = 5c^2$

⇒ √2a = √5c

Vậy $\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 3.36 trang 164

Cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 = 36$ và điểm M(1; 1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và cắt (E) tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.

Lời giải:

(E): $4x^2 + 9y^2 = 36$

Xét đường thẳng d đi qua điểm M(1;1) và có hệ số góc k. Ta có phương trình của

d: y - 1 = k(x - 1) hay y = k(x - 1) + 1 (2)

Thay (2) vào (1) ta được

$4x + 9[k(x - 1) + 1]^2 = 36$

$\Leftrightarrow (9k^2 + 4)x^2 + 18k(1 - k) + 9(1 - k)^2 - 36 = 0$

Ta có : d cắt (E) tại hai điểm A, B thỏa mãn

MA = MB khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm x_A, x_B sao cho:

$$\frac{x_A+x_B}{2} = x_M \Leftrightarrow \frac{-18k(1-k)}{2(9k^2+4)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 18k^2 - 18k = 18k^2 + 8 \Leftrightarrow k = -\frac{4}{9}$$

Vậy phương trình của d là :

$y = -\frac{4}{9}(x-1) + 1$ hay $4x + 9y - 13 = 0$.