Giải bài 3.15 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 154

Trong mặt phẳng Oxy,hãy lập phương trình đường tròn (C) có tâm là điểm (2; 3) và thỏa mãn điều kiện sau:

a) (C) có bán kính là 5 ;

b) (C) đi qua gốc tọa độ ;

c) (C) tiếp xúc với trục Ox;

d) (C) tiếp xúc với trục Oy;

e) (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ: $4x + 3y - 12 = 0$.

Lời giải:

a) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$;

b) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$;

c) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$;

d) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$;

e) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 3.16 trang 154

Cho ba điểm A(1; 4), B(-7; 4), C(2; -5).

a) Lập phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC ;

b) Tìm tâm và bán kính của (C).

Lời giải:

a) Phương trình của (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Ta có:

A, B, C ∈ (C)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 8b + c = -17 \\ 14a - 8b + c = -65 \\ -4a + 10b + c = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \\ c = -31 \end{cases}$$

Vậy phương trình của (C) là: $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 31 = 0$

b) (C) có tâm là điểm (-3;-1) và có bán kính bằng

$$\sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{41}$$

Giải Toán hình lớp 10 SBT tập 1 bài 3.17 trang 155

Cho đường tròn tâm (C) đi qua hai điểm A(-1; 2), B(-2; 3) và có tâm ở trên đường thẳng Δ: 3x - y + 10 = 0.

a) Tìm tọa độ tâm của (C);

b) Tính bán kính R của (C);

c) Viết phương trình của (C).

Lời giải:

Gọi I(a; b) là tâm của (C) ta có:

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ I \in \Delta \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b-2)^2 = (a+2)^2 + (b-3)^2 \\ 3a - b + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -8 \\ 3a - b = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy (C) có tâm I (-3 ; 1).

b) R = IA = $\sqrt{(-1+3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{5}$

c) Phương trình của (C) là: $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 0$

Giải bài 3.18 trang 155 SBT Toán hình 10 tập 1

Cho ba đường thẳng:

Δ_1: 3x + 4y - 1 = 0

Δ_2: 4x + 3y - 8 = 0

d: 2x + y - 1 = 0.

a) Lập phương trình các đường phân giác của góc hợp bởi Δ_1 và Δ_2.

b) Xác định tọa độ tâm I của đường tròn (C) biết rằng I nằm trên d và (C) tiếp xúc với Δ_1 và Δ_2.

c) Viết phương trình của (C).

Lời giải:

a) x - y - 7 = 0 (d) hay $x + y - \frac{9}{7} = 0$ (d')

b) $I_1\left(\frac{8}{3}; -\frac{13}{3}\right)$, $I_2\left(-\frac{2}{7}; \frac{11}{7}\right)$

c) (**C1**) : $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{3}\right)^2 = \left(\frac{31}{15}\right)^2$

(**C2**) : $\left(x + \frac{2}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{7}\right)^2 = \left(\frac{31}{35}\right)^2$

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 3.19 trang 155

Lập phương trình của đường tròn (C) đi qua hai điểm A(1; 2), B(3; 4) và tiếp xúc với đường thẳng Δ: 3x + y - 3 = 0

Lời giải:

(C1) : $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$

(C2) : $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$

Giải bài 3.20 sách bài tập Toán hình 10 tập 1 trang 155

Lập phương trình đường tròn bán kính AB trong các trường hợp sau:

a) A có tọa độ (-1; 1), B có tọa độ (5; 3) ;

b) A có tọa độ (-1; -2), B có tọa độ (2; 1).

Lời giải:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$

b) $x^2 + y^2 - x + y - 4 = 0$

Giải bài 3.21 trang 155 SBT Toán hình lớp 10 tập 1

Lập phương trình của đường tròn (C) tiếp xúc với các trục tọa độ và đi qua M(4; 2).

Lời giải:

Phương trình của (C) có dạng $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$, ta có:

$M \in (C) \Leftrightarrow (4 - a)^2 + (2 - a)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow a^2 - 12a + 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = 10 \end{array}\right.$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đề bài là:

$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ và $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$

Giải bài 3.22 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 155

Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - x - 7y = 0$ và đường thẳng d: $3x + 4y - 3 = 0$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (C) và d.

b) Lập phương trình tiếp tuyến với (C) tại các giao điểm đó.

c) Tìm tọa độ giao điểm của hai tiếp tuyến.

Lời giải:

a) $M_1(1; 0)$, $M_2(-3; 3)$

b) Δ_1: x - 7y - 1 = 0

Δ_2: 7x + y + 18 = 0

c) A(-5/2; -1/2).

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 3.23 trang 155

Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm A(1; 3)

a) Chứng tỏ rằng điểm A nằm ngoài đường tròn (C) .

b) Lập phương trình tiếp tuyến với (C) xuất phát từ điểm A.

Lời giải:

a) (C) có tâm I (3;-1) và có bán kính R = 2, ta có:

$$IA = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$$

và IA > R, vậy A nằm ngoài (C).

b) Δ_1: 3x + 4y - 15 = 0

Δ_2: x - 1 = 0

Giải bài 3.24 trang 156 SBT Toán hình 10 tập 1

Lập phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ biết rằng Δ vuông góc với đường thẳng d: 3x - y + 4 = 0

Lời giải:

Δ vuông góc với d nên phương trình Δ có dạng: $x + 3y + c = 0$

(C) có tâm I(3;-1) và có bán kính $R = \sqrt{10}$. Ta có:

Δ tiếp xúc với (C) :

$$\Leftrightarrow d(I;\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3-3+c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow c = \pm 10.$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn đề bài là:

Δ_1: $x + 3y + 10 = 0$ và Δ_2: $x + 3y - 10 = 0$

Giải bài 3.25 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 156

Cho đường tròn (C): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ và điểm M(2;-1).

a) Chứng tỏ rằng qua M ta vẽ được hai tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 với (C), hãy viết phương trình của Δ_1 và Δ_2.

b) Gọi M_1 và M_2 lần lượt là hai tiếp điểm của Δ_1 và Δ_2 với (C) , hãy viết phương trình của đường thẳng d đi qua M_1 và M_2

Lời giải:

a) (C) có tâm I(-1; 2) và có bán kính R = 3. Đường thẳng đi qua M(2; -1) và có hệ số góc k có phương trình:

$y + 1 = k(x - 2) \Leftrightarrow kx - y - 2k - 1 = 0$

Ta có: Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|-k-2-2k-1|}{\sqrt{k^2+1}} = 3$$

$$\Leftrightarrow |k+1| = \sqrt{k^2+1}$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 2k + 1 = k^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow k = 0.$$

Vậy ta được tiếp tuyến Δ_1: y + 1 = 0

Xét đường thẳng Δ_2 đo qua M(2;-1) và vuông góc với Ox, Δ_2 có phương trình x - 2 = 0. Ta có:

d(I; Δ) = |-1 - 2| = 3 = R

Suy ra Δ_2 tiếp xúc với (C) .

Vậy qua điểm M ta vẽ được hai tiếp tuyến với (C), đó là:

Δ_1: y + 1 = 0 và Δ_2: x - 2 = 0

b) Δ_1 tiếp xúc với (C) tại M_1(-1; -1)

Δ_2 tiếp xúc với (C) tại M_2(2; 2)

Phương trình của đường thẳng d đi qua M_1 và M_2 là: x - y = 0.

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 3.26 trang 156

Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ biết rằng tiếp tuyến đó đi qua gốc tọa độ O.

Lời giải:

Đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x - 6y$ có tâm I(4;3) và bán kính R = 5.

Cách 1: xét đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và có hệ số góc k, Δ có phương trình y - kx = 0

Ta có: Δ tiếp xúc với (C) ⇔ d(I, Δ) = R

$$\Leftrightarrow \frac{|3-4k|}{\sqrt{k^2+1}} = 5$$

⇔ $(3 - 4k)^2 = 25(k^2 + 1)$

⇔ $9 - 24k + 16k^2 = 25k^2 + 25$

⇔ $9k^2 + 24k + 16 = 0$

⇔ k = -4/3

Vậy ta được phương trình tiếp tuyến là: y + 4x/3 = 0 hay 4x + 3y = 0

Cách 2: Do tọa độ O(0;0) thỏa mãn phương trình của (C) nên điểm O nằm trên (C). Tiếp tuyến với (C) tại O có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{OI} = (4;3)$

Suy ra Δ có phương trình: 4x + 3y = 0.

Giải bài 3.27 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 156

Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y_2 - 6x + 5 = 0$ và (C_2): $x^2 + y_2 - 12x - 6y + 44 = 0$

a) Tìm câm và bán kính của (C_1) và (C_2) .

b) Lập phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

Lời giải:

a) (C_1) có tâm có bán kính $R_1 = 2$;

(C_2) có tâm có bán kính $R_2 = 1$.

b) Xét đường thẳng Δ có phương trình:

y = kx + m hay kx - y + m = 0. Ta có:

Δ tiếp xúc với (C_1) và (C_2) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} d(I_1, \Delta) = R_1 \\ d(I_2, \Delta) = R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|3k+m|}{\sqrt{k^2+1}} = 2(1) \\ \frac{|6k-3+m|}{\sqrt{k^2+1}} = 1.(2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra

|3k + 2| = 2|6k - 3 + m|

Trường hợp 1: 3k + m = 2(6k - 3 + m) ⇔ m = 6 - 9k (3)

Thay vào (2) ta được

$$|6k - 3 + 6 - 9k| = \sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow |3 - 3k| = \sqrt{k^2 + 1}$$

⇔ $9 - 18k + 9k^2 = k^2 + 1$

⇔ $8k^2 - 18k + 8 = 0$

⇔ $4k^2 - 9k + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k_1 = \frac{9+\sqrt{17}}{8} \\ k_2 = \frac{9-\sqrt{17}}{8} \end{array} \right.$$

Thay giá trị của k vào (3) ta tính được

$$\left[\begin{array}{l} k_1 = 6 - 9k_1 \\ k_2 = 6 - 9k_2 \end{array} \right.$$

Vậy ta được hai tiếp tuyến

Δ_1: $y = k_1x + 6 - 9k_1$

Δ_2: $y = k_2x + 6 - 9k_2$

Trường hợp 2:

3k + m = -2(6k - 3 + m)

⇔ 3m = 6 - 15k

⇔ m = 2 - 5k (4)

Thay vào (2) ta được

$$|6k-3+2-5k|=\sqrt{k^2+1}\Leftrightarrow|k-1|=\sqrt{k^2+1}$$

⇔ $(k - 1)^2 = k^2 + 1$

⇔ $k^2 - 2k + 1 = k^2 + 1$

⇔ k = 0

Thay giá trị của k vào (4) ta được m = 2.

Vậy ta được tiếp tuyến Δ_3: y = 2

Xét đường thẳng Δ_4 vuông góc với Ox tại x_0:

Δ_4: $x - x_0 = 0$

Δ_4 tiếp xúc vơi (C_1) và (C_2) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} d(I_1,\Delta_4)=R_1 \\ d(I_2,\Delta_4)=R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3-x_0|=2 \\ |6-x_0|=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \vee x_0=5 \\ x_0=5 \vee x_0=7 \end{cases} \Leftrightarrow x_0=5.$$

Vậy ta được tiếp tuyến: Δ_4: x - 5 = 0

Tóm lại hai đường tròn (C_1) và (C_2) có bốn tiếp tuyến chung Δ_1, Δ_2, Δ_3 và Δ_4