Giải bài 2.29 trang 101 SBT Toán hình 10 tập 1

Tam giác ABC có cạnh a = 2√3, b = 2 và góc C = 30°

a) Tính cạnh c, góc A và diện tích S của tam giác ABC;

b) Tính chiều cao h_a và đường trung tuyến m_a của tam giác ABC.

Lời giải:

a) Theo định lí cô sin ta có:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$$= 12 + 4 - 2.2\sqrt{3}.2.\frac{\sqrt{3}}{2} = 4$$

Vậy c = 2 và tam giác ABC cân tại A có b = c = 2.

Ta có: C = 30°, vậy B = 30° và A = 180° - (30° + 3°) = 120°

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}.2\sqrt{3}.2.\frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

$$h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1$$

Vì tam giác ABC cân tại A nên $h_a = m_a = 1$

Giải bài 2.30 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 101

Tính góc lớn nhất của tam giác ABC biết a = 3, b = 4, c = 6. Tính đường cao ứng với cạnh lớn nhất của tam giác.

Lời giải:

Ta có c = 6 là cạnh lớn nhất của tam giác. Do đó góc C là góc lớn nhất.

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2ab} = \frac{3^2 + 4^2 + 6^2}{2.3.4}$$

$$= -\frac{11}{24} => \widehat{C} \approx 117^0 17'$$

Muốn tính đường cao ứng với cạnh lớn nhất ta dùng công thức Hê – rông để tính diện tích tam giác và từ đó suy ra đường cao tương ứng.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ với } p = \frac{1}{2}(3+4+6) = \frac{13}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{13}{2}\left(\frac{13}{2}-3\right)\left(\frac{13}{2}-4\right)\left(\frac{13}{2}-6\right)} = \frac{\sqrt{455}}{4}$$

Ta có:

$$h_c = \frac{2S}{c} = \frac{\sqrt{455}}{2.6} = \frac{\sqrt{455}}{12}$$

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 2.31 trang 101

Tam giác ABC có các cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2\sqrt{2}$, $c = \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Tính các góc A, B và các độ dài h_a, R, r của tam giác đó.

Lời giải:

Ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{8 + 6 + 2 - 2\sqrt{12} - 12}{4\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{8\sqrt{3} - 8}$$

$$= \frac{4(1-\sqrt{3})}{8(\sqrt{3}-1)} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2.ca}$$

$$= \frac{6 + 2 - 2\sqrt{12} + 12 - 8}{2.(\sqrt{6} - \sqrt{2}).2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12 - 2\sqrt{12}}{4\sqrt{18} - 4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{4(3-\sqrt{3})}{4\sqrt{2}(3-\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $\widehat{B} = 45^0$

$$h_a = \frac{2S}{a} = \frac{ac\sin B}{a} = c\sin B$$

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2R => R = \frac{b}{2\sin B} = \frac{2\sqrt{2}}{2.\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2$$

$$S = pr => r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}ac\sin B}{\frac{1}{2}(a+b+c)} = \frac{ac\sin B}{a+b+c}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{\sqrt{6}+\sqrt{3}+1}$$

Giải bài 2.32 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 101

Tam giác ABC có a = 4√7 cm, b = 6 cm, c = 8 cm. Tính diện tích S, đường cao h_a và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Lời giải:

Ta có:

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{36+64-112}{2.6.8} = -\frac{1}{8}$$

$$=> \sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\frac{1}{64}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}.6.8.\frac{3\sqrt{7}}{8} = 9\sqrt{7}(cm^2)$$

$$h = \frac{2S}{a} = \frac{18\sqrt{7}}{4\sqrt{7}} = \frac{9}{2} = 4,5(cm)$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{4\sqrt{7}.6.8}{4.9\sqrt{7}} = \frac{16}{3}(cm)$$

Giải bài 2.33 trang 102 SBT Toán hình 10 tập 1

Gọi m_a, m_b, m_c là các trung tuyến lần lượt ứng với các cạnh a, b, c của tam giác ABC.

a) Tính m_a, biết rằng a = 26, b = 18, c = 16

b) Chứng minh rằng: $4(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2)$

Lời giải:

a) $m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{18^2+16^2}{2} - \frac{26^2}{4}$

$$= \frac{324+256}{2} - \frac{676}{4} = \frac{484}{4}$$

$$=> m_a = \frac{22}{2} = 11$$

b) $\begin{cases} m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \\ m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \\ m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_a^2 = 2(b^2+c^2) - a^2 \\ m_b^2 = 2(a^2+c^2) - b^2 \\ m_c^2 = 2(a^2+b^2) - c^2 \end{cases}$

Ta suy ra: $4(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2)$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 2.34 trang 102

Tam giác ABC có các cạnh thỏa mãn điều kiện b + c = 2a. Chứng minh rằng:

a) 2sin A = sin B + sin C;

b) $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

Lời giải:

a) Theo định lý sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Ta suy ra: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b+c}{\sin B+\sin C} = \frac{2a}{\sin B+\sin C}$

⇒ 2sin A = sin B + sin C

b) Đối với tam giác ABC ta có:

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}h_C.c = \frac{abc}{4R}$$

Ta suy ra $h_c = \frac{ab}{2R}$. Tương tự ta có $h_b = \frac{ac}{2R}, h_a = \frac{bc}{2R}$

Do đó:

$$\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = 2R\left(\frac{1}{ac} + \frac{1}{ab}\right) = 2R\frac{b+c}{abc}$$ mà b + c = 2a

Nên $\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R.2a}{abc} = \frac{2R.2}{bc} = \frac{2}{h_a}$

Vậy $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

Giải bài 2.35 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 102

Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có các hệ thức:

a) sin A = sinB.cosC + sinC.cosB

b) h_a = 2R sinB. sinC

Lời giải:

a) Theo định lý sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Do đó: a = 2R.sinA, b = 2R.sinB, c = 2R.sinC

Thay các giá trị này vào biểu thức: a = b.cosC + c.cosB, ta có:

2R.sinA = 2R.sinB.cosC + 2R.sinC.cosB

⇒ sin A = sinB.cosC + sinC.cosB

b) Học sinh tự chứng minh.

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 2.36 trang 102

Tam giác ABC có các cạnh thỏa mãn điều kiện $bc = a^2$. Chứng minh rằng:

a) $\sin^2 A = \sin B.\sin C$

b) $h_b.h_c = h^2{}_a$

Lời giải:

a) Theo giả thiết ta có: $a^2 = bc$

Thay $a = 2R.\sin A$, $b = 2R.\sin B$, $c = 2R.\sin C$ vào hệ thức trên ta có:

$4R^2.\sin^2 A = 2R.\sin B.\ 2R.\sin C$

$\Rightarrow \sin^2 A = \sin B.\sin C$

b) Ta có $2S = a.h_a = b.h_b = c.h_c$

Do đó: $a^2.\ h^2{}_a = b.\ c.\ h_b.\ h_c$

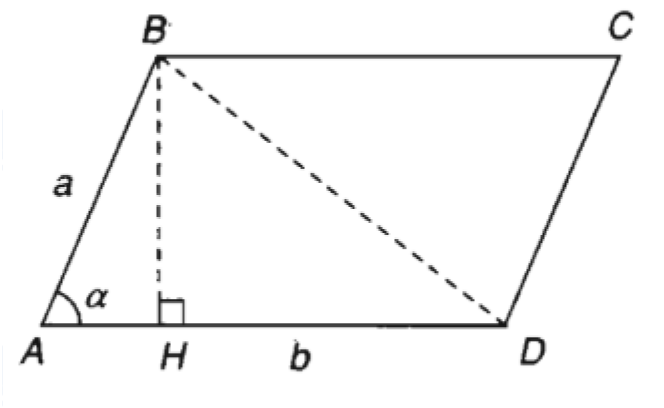
Theo giả thiết: $a^2 = bc$ nên ta suy ra $h^2{}_a = h_b.h_c$

Giải bài 2.37 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 102

Chứng minh rằng diện tích hình bình hành bằng tích hai cạnh liên tiếp với sin của góc xen giữa chúng.

Lời giải:

(h.2.29)



Hình 2.29

Xét hình bình hành ABCD có AB = a, AD = b, góc BAD = α và BH là đường cao, ta có BH ⊥ AD tại H

Gọi S là diện tích hình bình hành ABCD, ta có S = AD. BH với BH = ABsinα

Vậy S = AD.AB.sinα = a.b.sinα

Nếu góc BAD = α thì góc ABC = 180^o - α

Khi đó ta vẫn có sin BAD = sin ABC

Nhận xét: Diện tích hình bình hành ABCD gấp đôi diện tích tam giác ABD mà tam giác ABD có diện tích là a.b.sinα/2. Do đó ta suy ra diện tích của hình bình hành bằng a.b.sinα

Giải bài 2.38 trang 102 SBT Toán hình lớp 10 tập 1

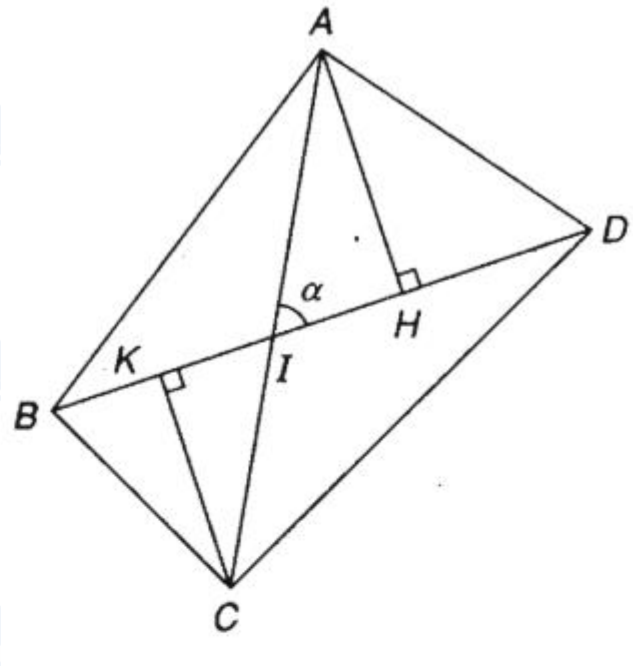
Cho tứ giác lồi ABCD có đường chéo AC = x, đường chéo BD = y và góc tạo bởi AC và BD là α. Gọi S là diện tích của tứ giác ABCD.

a) Chứng minh rằng $S = \frac{1}{2}x.y.\sin\alpha$

b) Nêu kết quả trong trường hợp AC vuông góc với BD.

Lời giải:

(h.2.30)



Hình 2.30

a) Ta có: $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD}$

Vẽ AH và CK vuông góc với BD.

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Ta có: AH = AI.sinα

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AH.BD + \frac{1}{2}CK.BD$$

$$= \frac{1}{2}BD(AH + CK)$$

$$= \frac{1}{2}BD(AI + IC)sin\alpha = \frac{1}{2}BD.AC\sin\alpha$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}x.y\sin\alpha$$

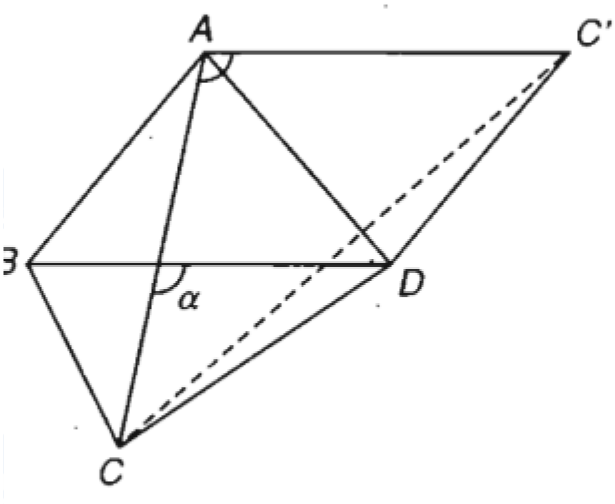
b) Nếu AC ⊥ BD thì sinα = 1, khi đó S_{ABCD} = xy/2. Như vậy nếu tứ giác lồi ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau thì diện tích của tứ giác bằng một nửa tích độ dài của hai đường chéo.

Giải bài 2.39 sách bài tập Toán hình 10 tập 1 trang 102

Cho tứ giác lồi ABCD. Dựng hình bình hành ABDC'. Chứng minh rằng tứ giác ABCD và tam giác ACC' có diện tích bằng nhau.

Lời giải:

(h.2.31)



Hình 2.31

Gọi α là góc giữa hai đường chéo AC và BD của tứ giác ABCD.

Ta có: góc CAC' = α vì AC'// BD

Theo kết quả bài 2.38 ta có:

S_{ABCD} = AC.BD.sinα/2

Mặt khác: $S_{ACC'}$ = AC.AC'.sinα/2

Mà AC' = BD nên $S_{ABCD} = S_{ACC'}$

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 2.40 trang 102

Cho tam giác ABC biết cạnh c = 35cm, góc A = 40^o, góc C = 120^o. Tính các cạnh a, b và góc B

Lời giải:

Ta có:

$$\widehat{B} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{C})$$
$$= 180^0 - (40^0 + 120^0) = 20^0$$

Theo định lí sin ta có:

$$\widehat{B} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{C})$$
$$= 180^0 - (40^0 + 120^0) = 20^0$$

Giải bài 2.41 trang 102 SBT Toán hình 10 tập 1

Cho tam giác ABC biết các cạnh a = 7cm, b = 23cm, góc C = 130^o. Tính cạnh c, góc A, góc B

Lời giải:

Theo định lí cô sin ta có:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ac.\cos C$

$= 7^2 + 23^2 - 2.7.23.\cos 130^o \approx 785$

$\Rightarrow$ c ≈ 28 (cm). Theo định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$
$$=> \sin A = \frac{a\sin C}{c}$$
$$= \frac{7.\sin 130^0}{28} \approx 0,1915$$

Vậy $\widehat{A} \approx 11^0 2'$

$$\widehat{B} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{C})$$
$$\approx 180^0 - (11^0 2' + 130^0) = 38^0 58'$$

Giải Toán hình lớp 10 SBT tập 1 bài 2.42 trang 102

Cho tứ giác ABC biết a = 14cm, b = 18cm, c = 20cm. Tính góc A, B, C

Lời giải:

Theo định lí cô sin ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{18^2 + 20^2 - 14^2}{2.18.20} = \frac{528}{720} \approx 0,7333$$

Vậy $\widehat{A} \approx 42^0 50'$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{14^2 + 20^2 - 18^2}{2.14.20} = \frac{272}{560} \approx 0,4857$$

Vậy $\widehat{B} \approx 60^0 56'$

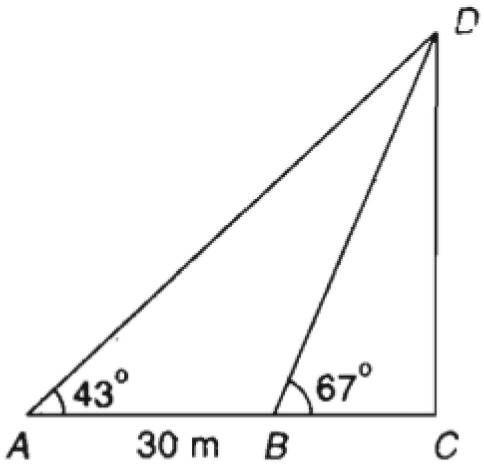
$$\widehat{C} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{B})$$

$$\approx (180^0 - (42^0 50' + 60^0 56') = 76^0 14'$$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 2.43 trang 103

Giả sử chúng ta cần đo chiều cao CD của một cái tháp với C là chân tháp, D là đỉnh tháp. Vì không thể đến chân tháp được nên từ hai điểm A, B có khoảng cách AB = 30 m sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng người ta đo được các góc CAD = 43^o, CBD = 67^o(h.2.18). Hãy tính chiều cao CD của tháp

Lời giải:



Hình 2.18

Muốn tính chiều cao CD của tháp, trước hết ta hãy tính góc ADB

ADB = 67^o - 43^o = 24^o

Theo định lí sin đối với tam giác ABD ta có:

$$\frac{BD}{\sin 43^0} = \frac{AB}{\sin 24^0}$$

$$=> BD = \frac{30.\sin 43^0}{\sin 24^0} \approx 50,30(m)$$

Trong tam giác vuông BCD ta có:

sin 67^o = CD/BD

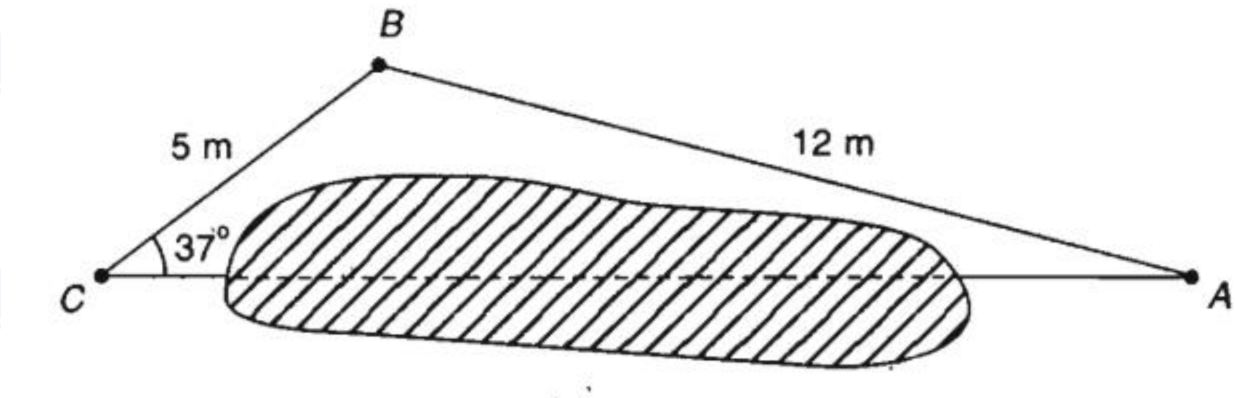
⇒ CD = BD.sin 67^o ≈ 50,03. sin 67^o

Hay CD ≈ 46,30(m)

Giải bài 2.44 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 103

Khoảng cách từ A đến C không thể đo trực tiếp vì phải qua một đầm lầy nên người ta làm như sau: Xác định một điểm B có khoảng cách AB = 12m và đo được góc ACB = 37^o (H.2.19). Hãy tính khoảng cách AC biết rằng BC = 5 m.

Lời giải:



Hình 2.19

Theo định lí sin đối với tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\text{sinA}} = \frac{AB}{\text{sinC}} \Leftrightarrow \frac{5}{\sin A} = \frac{12}{\sin 37^0}$$

$$=> \sin A = \frac{5.\sin 37^0}{12} \approx 0,2508$$

$$=> \widehat{A} \approx 14^0 31'$$

$$\widehat{B} \approx (180^0 - (37^0 + 14^0 31') = 128^0 29'$$

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{12}{\text{sinC}}$$

$$=> AC = \frac{12 \sin B}{\sin C} \approx \frac{12.\sin 128^0 29'}{\sin 37^0} \approx 15,61(m)$$

Vậy khoảng cách AC ≈ 15.61 (m)