Giải bài 2.13 SBT Toán hình lớp 10 tập 1 trang 91

Cho hai vectơ a và vectơ b đều khác vectơ 0. Tích vô hướng $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}$ khi nào dương, khi nào âm và khi nào bằng 0

Lời giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = \left|\overrightarrow{a}\right|.\left|\overrightarrow{b}\right|\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b})$$

Do đó:

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} > 0 \text{ khi } \cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) > 0 \text{ nghĩa là } 0 \le (\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) \le 90^0$$

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} < 0 \text{ khi } \cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) < 0 \text{ nghĩa là } 90^0 \le (\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) \le 180^0$$

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = 0 \text{ khi } \cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) = 0 \text{ nghĩa là } (\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) = 90^0$$

Giải Toán hình 10 SBT tập 1 bài 2.14 trang 91

Áp dụng tính chất giao hoán và tính chất phân phối của tích vô hướng hãy chứng minh các kết quả sau đây:

$$(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})^2 = \left|\overrightarrow{a}\right|^2 + \left|\overrightarrow{b}\right|^2 + 2\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}$$

$$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})^2 = \left|\overrightarrow{a}\right|^2 + \left|\overrightarrow{b}\right|^2 - 2\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}$$

$$(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}) = \left|\overrightarrow{a}\right|^2 - \left|\overrightarrow{b}\right|^2$$

Lời giải:

$$(\vec{a}+\vec{b})^2=(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b})$$
$$=\vec{a}.\vec{a}+\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{a}+\vec{b}.\vec{b}$$
$$=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2+2\vec{a}.\vec{b}$$

Giải bài 2.15 trang 91 SBT hình học Toán lớp 10 tập 1

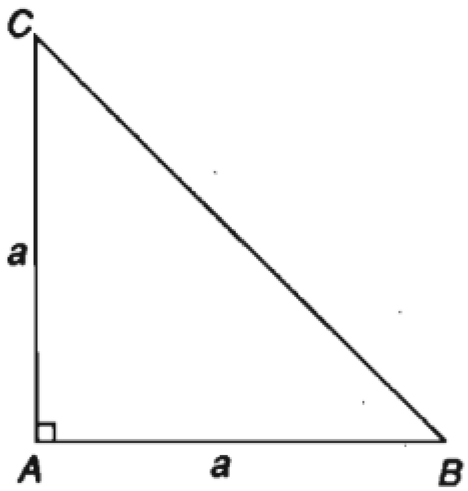
Tam giác ABC vuông tại A và có AB = AC = a. Tính:

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

Lời giải:



Hình 2.20

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = a.a\sqrt{2}.\cos 45^0 = a^2$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = a.a\sqrt{2}.\cos 135^0 = -a^2$$

Giải SBT Toán hình 10 tập 1 bài 2.16 trang 91

Cho tam giác ABC có AB = 5 cm, BC = 7 cm, CA = 8 cm.

a) Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ rồi suy ra giá trị của góc A;

b) Tính $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Lời giải:

a) Ta có:

$$BC^2 = \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2$$

$$= \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{BC}^2}{2}$$

$$= \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2} = 20$$

Mặt khác:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = AB. AC. cosA = 5. 8. cosA = 20

Suy ra cosA = 1/2 ⇒ góc A = 60^o

b) Ta có:

$$BA^2 = \overrightarrow{BA}^2 = (\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB})^2$$

$$= \overrightarrow{CA}^2 + \overrightarrow{CB}^2 - 2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA}^2 + \overrightarrow{CB}^2 - \overrightarrow{BA}^2)$$

$$= \frac{1}{2}(8^2 + 7^2 - 5^2) = 44$$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 2.17 trang 91

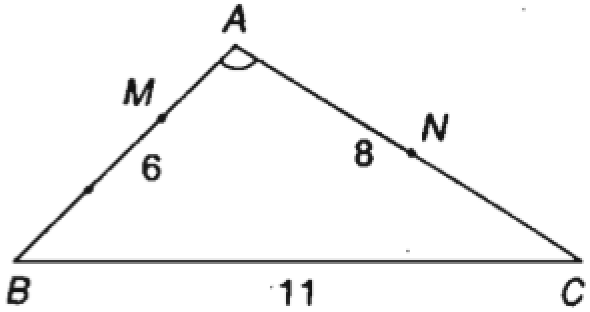
Tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 8 cm, BC = 11 cm.

a) Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ và chứng tỏ rằng tam giác ABC có góc A tù.

b) Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM = 2 cm và gọi N là trung điểm của cạnh AC. Tính $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}$

Lời giải:

(h.2.21)



Hình 2.21

a)

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}(AC^2+AB^2-BC^2)$$

$$=\frac{1}{2}(8^2+6^2-11^2)=-\frac{21}{2}$$

$$=AB.AC.cosA=-\frac{21}{2}$$

=> Góc A tù

b) Ta có:

$$\overrightarrow{AM}=\tfrac{1}{3}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=\tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{6}.(-\frac{21}{2})=-\frac{7}{4}$$

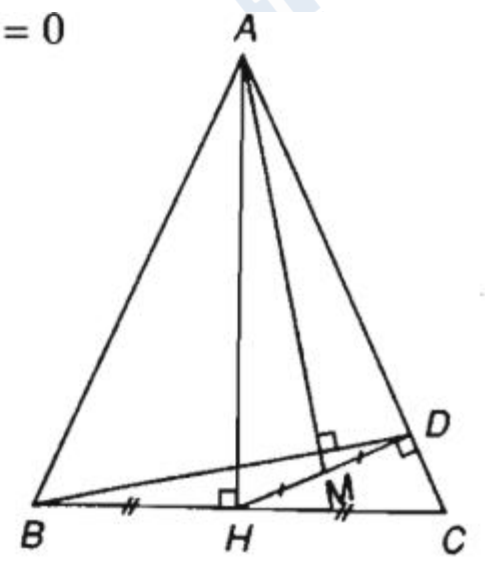
Giải bài 2.18 SBT hình học Toán lớp 10 tập 1 trang 92

Cho tam giác ABC cân (AB = AC). Gọi H là trung điểm của cạnh BC, D là hình chiếu vuông góc của H trên cạnh AC, M là trung điểm của đoạn HD. Chứng minh rằng AM vuông góc với BD.

Lời giải:

(h.2.22)

= 0



Hình 2.22

Ta cần chứng minh $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BD}=0$

Tac có: $2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AD}$ vì M là trung điểm của đoạn HD.

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HD}$

Do đó:

$$2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AD}).(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HD})$$

$$= \underbrace{\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH}}_{=0} + \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BH} + \underbrace{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{HD}}_{=0}$$

$$=> 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BH}$$

$$= (\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HD} + (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HD}).\overrightarrow{BH}$$

$$= \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HD} + \underbrace{\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH}}_{=0} + \overrightarrow{HD}.\overrightarrow{BH}$$

$$= \overrightarrow{HD}.(\underbrace{\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH}}_{\overrightarrow{AC}}) = \overrightarrow{HD}.\overrightarrow{AC} = 0$$

Vậy AM vuông góc với BD.

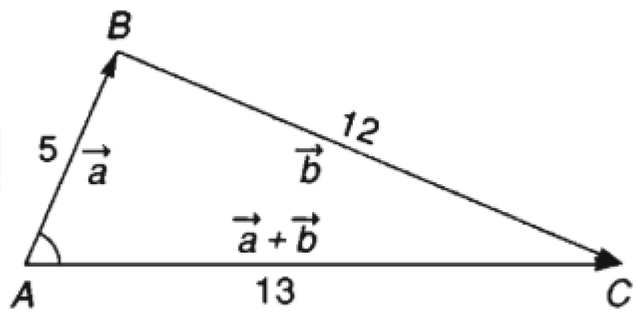
Giải SBT Toán hình lớp 10 tập 1 bài 2.19 trang 92

Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a} + \vec{b}| = 13$. Tính tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a} + \vec{b})$ và suy ra góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{a} + \vec{b}$

Lời giải:

(h.2.23)

Dựng tam giác ABC có AB = 5, BC= 12 và AC = 13.



Hình 2.23

Ta có $\left|\vec{a}\right| = 5, \left|\vec{b}\right| = 12$ và $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = 13$

Và $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$

Khi đó $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b}) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Mặt khác ta có:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AC^2 + AB^2 - BC^2)$$

$$= \frac{1}{2}(13^2 + 5^2 - 12^2) = 25$$

Ta suy ra:

$$\cos(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

$$= \frac{25}{5.13} \approx 0,3846$$

Suy ra $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) \approx 67^0 23'$

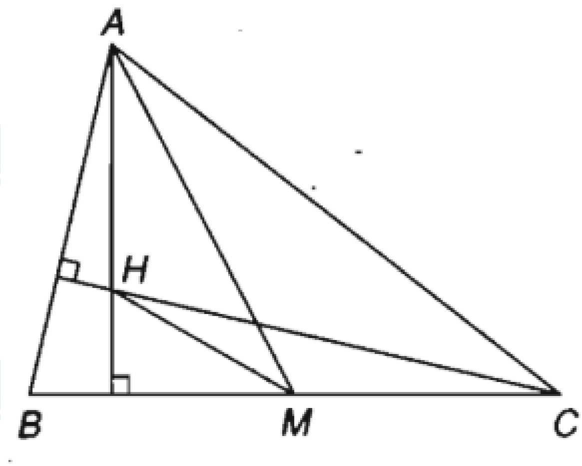
Giải Toán lớp 10 SBT hình học tập 1 bài 2.20 trang 92

Cho tam giác ABC. Gọi H là trực tâm của tam giác và M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{MA} = \frac{1}{4}BC^2$$

Lời giải:

(h.2.24)



Hình 2.24

Ta có $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{HM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$

$=>\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{HM}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}).(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$

$=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HB}+\underbrace{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}}_{=0}+\underbrace{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HB}}_{=0}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HC})$

$$= \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HC})$$

$$= \frac{1}{4}\left[\overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{AC}.(\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC})\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\underbrace{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}}_{0} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB} + \underbrace{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HB}}_{0} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}\right]$$

$$= \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB})$$

$$= \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}.(\underbrace{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}_{\overrightarrow{CB}}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}^2 = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}^2$$

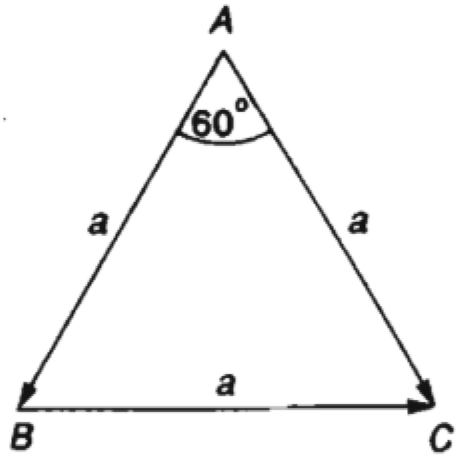
Giải bài 2.21 SBT hình Toán lớp 10 tập 1 trang 92

Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

Lời giải:

(H.2.25)



Hình 2.25

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a.a.\cos 60^0 = \frac{1}{2}a^2$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a.a.\cos 120^0 = -\frac{1}{2}a^2$$

Giải bài 2.22 SBT Toán hình 10 tập 1 trang 92

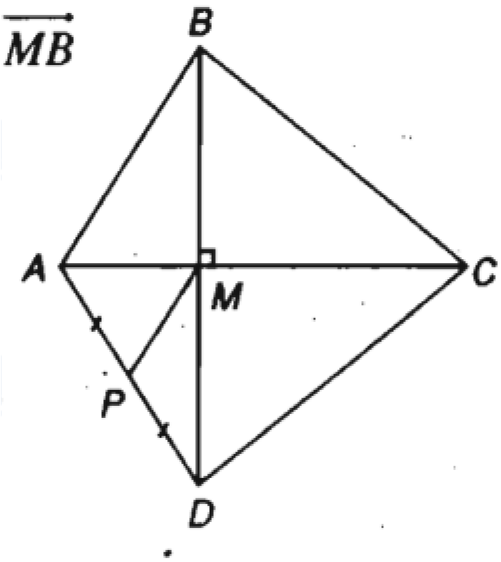
Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau và cắt nhau tại M. Gọi P là trung điểm của cạnh AD. Chứng minh rằng MP vuông góc với BC khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MD}$$

Lời giải:

(h.2.26)

$\overrightarrow{MB}$



Hình 2.26

$$2\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD})(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB})$$

$$= \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - \underbrace{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}}_{0} + \underbrace{\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MC}}_{0} - \overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MB}$$

$$= \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MB}$$

Do đó: $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MB}$$

Giải sách bài tập Toán hình 10 tập 1 bài 2.23 trang 92

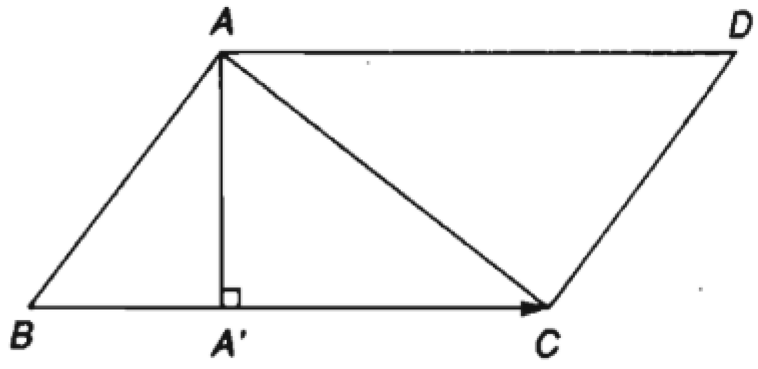
Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với A = (2;4), B = (- 3;1) và C = (3;1). Tính:

a) Tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành;

b) Tọa độ chân của đường cao vẽ từ đỉnh A.

Lời giải:

(h.2.27)



Hình 2.27

a) Vì ABCD là hình bình hành nên ta có:

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ trong đó $\overrightarrow{BA} = (5;3)$

$\overrightarrow{BC} = (6;-2)$

$=> \overrightarrow{BD} = (11;1)$

Giả sử D có tọa độ (x_D, y_D)

Vì $\overrightarrow{BD}$ và B(-3; 1) nên ta có:

$$\begin{cases} x_D + 3 = 11 \\ y_D - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = 2 \end{cases}$$

Chú ý: Ta có thể dựa vào biểu thức vec tơ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ hoặc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ để tính tọa độ điểm D.

b) Gọi A(x;y) là chân đường cao vẽ từ A ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \ hay \overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BA'} cung\, phuong\, voi\, \overrightarrow{BC} \end{cases}$$

Với

$$\overrightarrow{AA'} = (x-2; y-4),$$
$$\overrightarrow{BC} = (6; -2),$$
$$\overrightarrow{BA'} = (x+3; y-1)$$

Do đó:

$$\begin{cases} (x-2).6 + (y-4).(-2) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \\ -2(x+3) = 6(y-1) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA'}\, cung\, phuong\, voi\, \overrightarrow{BC} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2).6 + (y-4).(-2) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{BC} \\ -2(x+3) = 6(y-1) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA'} cung\, phuong\, voi\, \overrightarrow{BC} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 12 - 2y + 8 = 0 \\ -2x - 6 - 6y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y - 4 = 0 \\ -2x - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = \frac{3}{5} \\ y_{A'} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$ $

Giải Toán hình lớp 10 SBT tập 1 bài 2.24 trang 92

Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A = (-1; 1), B = (1; 3) và C = (1; -1)

Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2), \overrightarrow{AC}=(2;-2)$. Do đó:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2.2+2.(-2)=0$

$=> \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

Mặt khác $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A.

Giải bài 2.25 trang 92 SBT Toán hình 10 tập 1

Trong mặt phẳng Oxy cho bốn điểm A(-1; 1), B(0; 2), C(3; 1) và D(0; -2). Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình thang cân.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1),\ \overrightarrow{DC}=(3;3)$

Vậy $\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{AB}$, ta suy ra DC // AB và DC = 3AB.

Mặt khác $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{1^2+3^2}$ và $\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{3^2+1^2}$

Nên ABCD là hình thang cân có hai cạnh bên AD và BC bằng nhau, còn hai đáy là AB và CD trong đó đáy lớn CD dài gấp 3 lần đáy nhỏ AB.

Giải SBT Toán hình học lớp 10 tập 1 bài 2.26 trang 92

Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm A(-1; -1), B(3; 1) và C(6; 0).

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Tính góc B của tam giác ABC.

Lời giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;2), \overrightarrow{AC} = (7;1)$

Vì $\frac{4}{7} \neq \frac{2}{1}$ nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Ta có

$$\cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}|.|\overrightarrow{BC}|} \text{ với } \overrightarrow{BA} = (-4;-2), \overrightarrow{BC} = (3;-1)$$

Do đó:

$$\cos B = \frac{(-4.3) + (-2)(-1)}{\sqrt{16+4}.\sqrt{9+1}}$$

$$= \frac{-10}{\sqrt{200}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

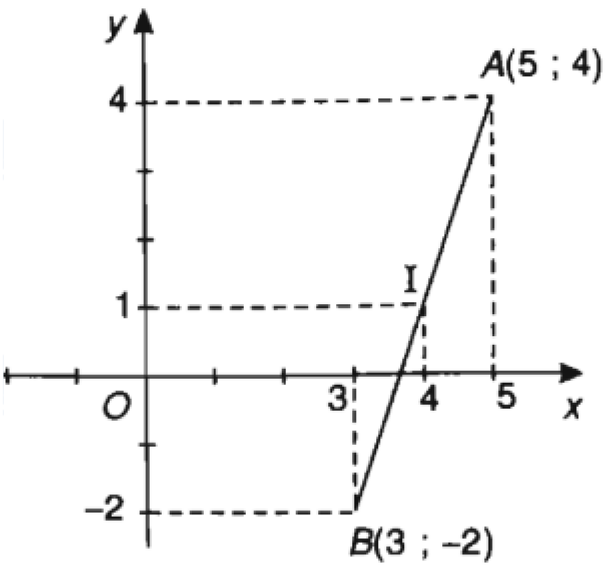
Vậy góc B = 135^o

Giải bài 2.27 sách bài tập Toán hình 10 tập 1 trang 92

Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm A(5;4) và B(3;-2). Một điểm M di động trên trục hoành Ox. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$

Lời giải:

(h.2.28)



Hình 2.28

Gọi I là trung điểm của đoạn AB, ta có I(4; 1)

Vì $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$ nên $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MI}\right|$ nhỏ nhất khi giá trị của đoạn IM nhỏ nhất. Điểm M chạy trên trục Ox nên có tọa độ dạng M(x; 0). Do đó:

$$\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{(x-4)^2+1}\geq 1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ là 2 khi M có tọa độ là M(4; 0)

Giải bài 2.28 trang 92 SBT Toán hình lớp 10 tập 1

Trong mặt phẳng Oxy cho bốn điểm A(3; 4), B(4; 1), C(2; -3), D(-1; 6). Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn.

Lời giải:

Muốn chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn, ta chứng minh tứ giác này có hai góc đối bù nhau. Khi đó hai góc này có cô sin đối nhau.

Theo giả thiết ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (1;-3), \overrightarrow{AD} = (-4;2),$$
$$\overrightarrow{CB} = (2;4); \overrightarrow{CD} = (-3;9)$$

Do đó:

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AD}\right|}$$
$$= \frac{1.(-4)+(-3).2}{\sqrt{1+9}.\sqrt{16+4}} = \frac{-10}{\sqrt{200}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{CB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$$
$$= \frac{2.(-3)+4.9}{\sqrt{4+16}.\sqrt{9+81}} = \frac{30}{\sqrt{1800}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vì $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = -\cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$ nên hai góc này bù nhau. Vậy tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn.