

BÀI 3: BẢNG LƯỢNG GIÁC

Bài 39 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm:

$$\sin 39^\circ 13'; \cos 52^\circ 18'; \operatorname{tg} 13^\circ 20'; \operatorname{cotg} 10^\circ 17'; \sin 45^\circ; \cos 45^\circ$$

Lời giải:

$$\sin 39^\circ 13' \approx 0,6323 \quad \cos 52^\circ 18' \approx 0,6115$$

$$\operatorname{tg} 13^\circ 20' \approx 0,2370 \quad \operatorname{cotg} 10^\circ 17' \approx 0,5118$$

$$\sin 45^\circ \approx 0,7071 \quad \cos 45^\circ \approx 0,7071$$

Bài 40 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm góc nhọn x:

a. $\sin x = 0,5446$

b. $\cos x = 0,4444$

c. $\operatorname{tg} x = 1,1111$

Lời giải:

a. $\sin x = 0,5446 \Rightarrow x = 33^\circ$

b. $\cos x = 0,4444 \Rightarrow x = 63^\circ 47'$

c. $\operatorname{tg} x = 1,1111 \Rightarrow x = 48^\circ$

Bài 41 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Có góc nhọn x nào mà:

a. $\sin x = 1,0100$ b. $\cos x = 2,3540$

c. $\operatorname{tg} x = 1,6754$

Lời giải:

a. $\sin x = 1,0100$: không có góc nhọn x vì $\sin x < 1$

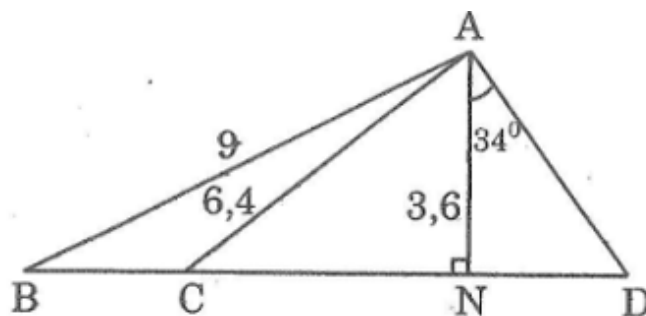
b. $\cos x = 2,3540$: không có góc nhọn x vì $\cos x < 1$

c. $\operatorname{tg} x = 1,6754 \Rightarrow x = 59^\circ 10'$

Bài 42 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hình dưới, biết: $AB = 9\text{cm}$, $AC = 6,4\text{cm}$, $AN = 3,6\text{cm}$, $\widehat{AND} = 90^\circ$, $\widehat{DAN} = 34^\circ$. Hãy tính:

- a. CN
- b. Góc ABN
- c. Góc CAN
- d. AD



Lời giải:

a. Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông ANC, ta có:

$$AC^2 = AN^2 + NC^2 \Rightarrow NC^2 = AC^2 - AN^2$$

$$\Rightarrow NC = \sqrt{AC^2 - AN^2} = \sqrt{6,4^2 - 3,6^2} = \sqrt{28}$$

$$\Rightarrow NC = 5,2915 \text{ (cm)}$$

b. Tam giác ANB vuông tại N nên ta có:

$$\sin \widehat{ABN} = \frac{AN}{AB} = \frac{3,6}{9} = 0,4$$

$$\Rightarrow \widehat{ABN} \approx 23^{\circ}35'$$

c. Tam giác ANC vuông tại N nên ta có:

$$\cos \widehat{CAN} = \frac{AN}{AC} = \frac{3,6}{6,4} = \frac{9}{16} = 0,5625 \Rightarrow \widehat{CAN} \approx 55^{\circ}46'$$

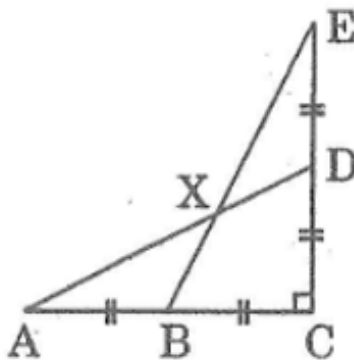
d. Tam giác AND vuông tại N nên ta có:

$$\cos \widehat{NAD} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AD = \frac{AN}{\cos \widehat{NAD}} = \frac{3,6}{\cos 34^{\circ}} \approx 4,3424$$

Bài 43 trang 111 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hình bên, biết: góc (ACE) = 90°, AB = BC = CD = DE = 2cm. Hãy tính:

- a. AD, BE
- b. góc (DAC)
- c. góc (BXD)



Lời giải:

a. Ta có:

$$AC = AB + BC = 2 + 2 = 4 \text{ (cm)}$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông ACD, ta có:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

Mặt khác: $CE = CD + DE = 2 + 2 = 4 \text{ (cm)}$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông BEC, ta có:

$$BE^2 = BC^2 + CE^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$\Rightarrow BE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

b. Tam giác ACD vuông tại C nên ta có:

$$\text{tg } \widehat{DAC} = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Suy ra: $\widehat{DAC} \approx 26^{\circ}34'$

Ta có: $\widehat{CDA} = 90^{\circ} - \widehat{CAD} \approx 90^{\circ} - 26^{\circ}34' = 63^{\circ}26'$

Xét hai tam giác ACD và ECB, ta có:

$$AC = EC (= 4\text{cm})$$

$$BC = DC (= 2 \text{ cm})$$

$$AD = EB (= 2\sqrt{5} \text{ cm})$$

Suy ra: $\triangle ACD = \triangle ECB \text{ (c.c.c)}$

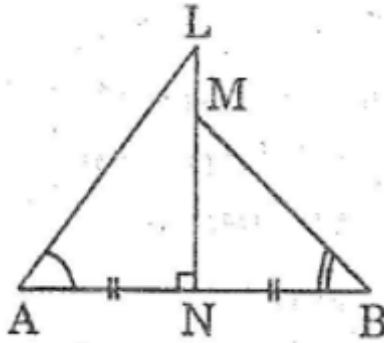
$$\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CDA} = 63^{\circ}26'$$

Trong tứ giác BCDX, ta có:

$$\begin{aligned} \widehat{BXD} &= 360^{\circ} - (\widehat{C} + \widehat{CDA} + \widehat{CBE}) \\ &= 360^{\circ} - (90^{\circ} + 63^{\circ}26' + 63^{\circ}26') = 143^{\circ}08' \end{aligned}$$

Bài 44 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Đoạn thẳng LN vuông góc với đoạn thẳng AB tại trung điểm N của AB; M là một điểm của đoạn thẳng LN và khác với L, N. Hãy so sánh các góc (LAN) và góc (MBN) .



Lời giải:

Tam giác ANL vuông tại N nên ta có:

$$\operatorname{tg} \widehat{LAN} = \frac{NL}{AN} \quad (1)$$

Tam giác BNM vuông tại N nên ta có:

$$\operatorname{tg} \widehat{MBN} = \frac{NM}{NB} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác: } AN = NB \text{ (gt)} \quad (3)$$

$$NL > NM \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra: $\operatorname{tg} \widehat{MBN} < \operatorname{tg} \widehat{LAN}$

Suy ra: $\widehat{MBN} < \widehat{LAN}$ (vì α tăng thì tang của α tăng)

Bài 45 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Không dùng bảng lượng giác và máy tính bỏ túi, hãy so sánh:

a. $\sin 25^\circ$ và $\sin 70^\circ$ b. $\cos 40^\circ$ và $\cos 75^\circ$

c. $\sin 38^\circ$ và $\cos 38^\circ$ d. $\sin 50^\circ$ và $\cos 50^\circ$

Lời giải:

a. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\sin \alpha$ tăng

Ta có: $25^\circ < 70^\circ$, suy ra $\sin 25^\circ < \sin 70^\circ$

b. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\cos \alpha$ giảm

Ta có: $40^\circ < 75^\circ$, suy ra $\cos 40^\circ > \cos 75^\circ$

c. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\sin \alpha$ tăng

Ta có: $38^\circ + 52^\circ = 90^\circ$, suy ra: $\cos 38^\circ = \sin 52^\circ$

Vì $38^\circ < 52^\circ$ nên $\sin 38^\circ < \sin 52^\circ$ hay $\sin 38^\circ < \cos 38^\circ$

d. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\cos \alpha$ giảm

Ta có: $40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$, suy ra: $\sin 50^\circ = \cos 40^\circ$

Vì $40^\circ < 50^\circ$ nên $\cos 40^\circ > \cos 50^\circ$ hay $\sin 50^\circ > \cos 50^\circ$.

Bài 46 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Không dùng bảng lượng giác và máy tính bỏ túi, hãy so sánh

a. $\text{tg} 50^\circ 28'$ và $\text{tg} 63^\circ$ b. $\text{cotg} 14^\circ$ và $\text{cotg} 35^\circ 12'$

c. $\text{tg} 27^\circ$ và $\text{cotg} 27^\circ$ d. $\text{tg} 65^\circ$ và $\text{cotg} 65^\circ$

Lời giải:

a. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\text{tg} \alpha$ tăng

Ta có: $50^\circ 28' < 63^\circ$, suy ra $\text{tg} 50^\circ 28' < \text{tg} 63^\circ$

b. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\text{cotg} \alpha$ giảm

Ta có: $14^\circ < 35^\circ 12'$, suy ra $\text{cotg} 14^\circ > \text{cotg} 35^\circ 12'$

c. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\text{tg} \alpha$ tăng

Ta có: $27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$, suy ra: $\text{cotg} 27^\circ = \text{tg} 63^\circ$

Vì $27^\circ < 63^\circ$ nên $\text{tg} 27^\circ < \text{tg} 63^\circ$ hay $\text{tg} 27^\circ < \text{cotg} 27^\circ$

d. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ta có α tăng thì $\text{cotg} \alpha$ giảm

Ta có: $65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$, suy ra: $\text{tg} 65^\circ = \text{cotg} 25^\circ$

Vì $25^\circ < 65^\circ$ nên $\text{cotg} 25^\circ > \text{cotg} 65^\circ$ hay $\text{tg} 65^\circ > \text{cotg} 65^\circ$

Bài 47 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho x là một góc nhọn, biểu thức sau đây có giá trị âm hay dương? Vì sao?

- a. $\sin x - 1$ b. $1 - \cos x$
 c. $\sin x - \cos x$ d. $\tan x - \cot x$

Lời giải:

a. Ta có: với $0^\circ < x < 90^\circ$ thì $\sin x < 1$, suy ra $\sin x - 1 < 0$

b. Ta có: với $0^\circ < x < 90^\circ$ thì $\cos x < 1$, suy ra $1 - \cos x > 0$

c. Ta có: *nếu $x = 45^\circ$ thì $\sin x = \cos x$, suy ra: $\sin x - \cos x = 0$

*nếu $x < 45^\circ$ thì $\cos x = \sin(90^\circ - x)$

Vì $x < 45^\circ$ nên $90^\circ - x > 45^\circ$, suy ra: $\sin x < \sin(90^\circ - x)$

Vậy $\sin x - \cos x < 0$

*nếu $x > 45^\circ$ thì $\cos x = \sin(90^\circ - x)$

Vì $x > 45^\circ$ nên $90^\circ - x < 45^\circ$, suy ra: $\sin x > \sin(90^\circ - x)$

Vậy $\sin x - \cos x > 0$.

d. Ta có: *nếu $x = 45^\circ$ thì $\tan x = \cot x$, suy ra: $\tan x - \cot x = 0$

*nếu $x < 45^\circ$ thì $\cot x = \tan(90^\circ - x)$

Vì $x < 45^\circ$ nên $90^\circ - x > 45^\circ$, suy ra: $\tan x < \tan(90^\circ - x)$

Vậy $\tan x - \cot x < 0$

*nếu $x > 45^\circ$ thì $\cot x = \tan(90^\circ - x)$

Vì $x > 45^\circ$ nên $90^\circ - x < 45^\circ$, suy ra: $\tan x > \tan(90^\circ - x)$

Vậy $\tan x - \cot x > 0$.

Bài 48 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Không dùng bảng lượng giác và máy tính bỏ túi, hãy so sánh:

- a. $\tan 28^\circ$ và $\sin 28^\circ$ b. $\cot 42^\circ$ và $\cos 42^\circ$
 c. $\cot 73^\circ$ và $\sin 17^\circ$ d. $\tan 32^\circ$ và $\cos 58^\circ$

Lời giải:

$$a. \text{Ta có: } \operatorname{tg}28^\circ = \frac{\sin 28^\circ}{\cos 28^\circ} = \sin 28^\circ \cdot \frac{1}{\cos 28^\circ} \quad (1)$$

$$\text{Vì } 0 < \cos 28^\circ < 1 \text{ nên } \frac{1}{\cos 28^\circ} > 1 \Rightarrow \sin 28^\circ \cdot \frac{1}{\cos 28^\circ} > \sin 28^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\operatorname{tg}28^\circ > \sin 28^\circ$

$$b. \text{Ta có: } \operatorname{cotg} 42^\circ = \frac{\cos 42^\circ}{\sin 42^\circ} = \cos 42^\circ \cdot \frac{1}{\sin 42^\circ} \quad (1)$$

$$\text{Vì } 0 < \sin 42^\circ < 1 \text{ nên } \frac{1}{\sin 42^\circ} > 1 \Rightarrow \cos 42^\circ \cdot \frac{1}{\sin 42^\circ} > \cos 42^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\operatorname{cotg}42^\circ > \cos 42^\circ$

$$c. \text{Ta có: } 17^\circ + 73^\circ = 90^\circ \quad (1)$$

$$\operatorname{cotg}73^\circ = \frac{\cos 73^\circ}{\sin 73^\circ} = \cos 73^\circ \cdot \frac{1}{\sin 73^\circ} \quad (2)$$

$$\text{Vì } 0 < \sin 73^\circ < 1 \text{ nên } \frac{1}{\sin 73^\circ} > 1 \Rightarrow \cos 73^\circ \cdot \frac{1}{\sin 73^\circ} > \cos 73^\circ \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\operatorname{cotg}73^\circ > \sin 17^\circ$

$$d. \text{Ta có: } 32^\circ + 58^\circ = 90^\circ \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}32^\circ = \frac{\sin 32^\circ}{\cos 32^\circ} = \sin 32^\circ \cdot \frac{1}{\cos 32^\circ} \quad (2)$$

$$\text{Vì } 0 < \cos 32^\circ < 1 \text{ nên } \frac{1}{\cos 32^\circ} > 1 \Rightarrow \sin 32^\circ \cdot \frac{1}{\cos 32^\circ} > \sin 32^\circ \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\operatorname{tg}32^\circ > \cos 58^\circ$

Bài 49 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tam giác ABC vuông tại A, có $AC = (1/2).BC$.

Tính $\sin \widehat{B}$, $\cos \widehat{B}$, $\operatorname{tg} \widehat{B}$, $\operatorname{cotg} \widehat{B}$

Lời giải:

Áp dụng định lý Pi-ta-go vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$= BC^2 - \frac{BC^2}{4} = \frac{3BC^2}{4} \Rightarrow AB = \frac{BC\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy: } \sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{\frac{1}{2}BC}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}BC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } \widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{cotg } \widehat{B} = \frac{1}{\text{tg } \widehat{B}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}$$

Bài 50 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tính các góc của tam giác ABC, biết AB = 3cm, AC = 4cm và BC = 5cm

Lời giải:

$$\text{Ta có: } AB = 3 \Rightarrow AB^2 = 3^2 = 9$$

$$AC = 4 \Rightarrow AC^2 = 4^2 = 16$$

$$BC = 5 \Rightarrow BC^2 = 5^2 = 25$$

$$\text{Ta có: } AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 = BC^2$$

Suy ra tam giác ABC vuông tại A.

Ta có:

$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \widehat{B} = 53^{\circ}8'$$

$$\widehat{C} = 90^{\circ} - \widehat{B} = 90^{\circ} - 53^{\circ}8' = 36^{\circ}52'$$

Bài 51 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Đề vẽ một tam giác cân có góc ở đáy 50° mà không có thước đo góc, một học sinh vẽ một tam giác cân có cạnh bên là 3cm, cạnh đáy 4cm. Tính góc ở đáy mà em học sinh đó đã vẽ. Sai số so với số đo phải vẽ là bao nhiêu?

Lời giải:

Giả sử tam giác ABC có $AB = AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$.

Kẻ $AH \perp BC$. Ta có :

$$BH = \frac{1}{2}BC = \frac{4}{2} = 2 \text{ (cm)}$$

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có:

$$\cos \widehat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \widehat{B} \approx 48^\circ 11'$$

Sai số là: $50^\circ - 48^\circ 11' = 1^\circ 49'$.

Bài tập bổ sung (trang 112-113)**Bài 1 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

Hãy so sánh

- a) $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$);
- b) $\cos \alpha$ và $\cot \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$);
- c) $\sin 35^\circ$ và $\tan 38^\circ$;
- d) $\cos 33^\circ$ và $\tan 61^\circ$.

Lời giải:

- a) Do $0 < \cos \alpha < 1$ và $\sin \alpha > 0$ nên $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha > \sin \alpha$.

b) Do $0 < \sin \alpha < 1$ và $\cos \alpha > 0$ nên $\cot \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha > \cos \alpha$.

c) Theo a) $\sin 35^\circ < \tan 35^\circ$, mà khi góc lớn lên thì tang cũng lớn lên nên $\tan 35^\circ < \tan 38^\circ$. Vậy $\sin 35^\circ < \tan 38^\circ$.

d) Theo b) $\cos 33^\circ < \cot 33^\circ$ mà khi lớn lên thì cotg nhỏ đi nên

$\cot 33^\circ < \cot 29^\circ = \tan 61^\circ$. Suy ra $\cos 33^\circ < \tan 61^\circ$.

Bài 2 trang 112 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Không tính giá trị cụ thể, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

a) $\sin 20^\circ, \cos 20^\circ, \sin 55^\circ, \cos 40^\circ, \tan 70^\circ$.

b) $\tan 70^\circ, \cot 60^\circ, \cot 65^\circ, \tan 50^\circ, \sin 25^\circ$.

Lời giải:

a) Để ý rằng với các góc nhọn, khi góc lớn lên thì sin của nó lớn lên và chú ý rằng $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ, \cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ và do $\sin \alpha < \tan \alpha$ từ

$\sin 20^\circ < \sin 50^\circ (= \cos 40^\circ) < \sin 55^\circ < \sin 70^\circ (= \cos 20^\circ) < \tan 70^\circ$.

Suy ra $\sin 20^\circ < \cos 40^\circ < \sin 55^\circ < \cos 20^\circ < \tan 70^\circ$.

b) Để ý rằng với các góc nhọn, khi góc lớn lên thì tang của góc đó lớn lên và chú ý rằng $\cot 60^\circ = \tan 30^\circ, \cot 65^\circ = \tan 25^\circ$ và do $\sin \alpha < \tan \alpha$ nên từ

$\sin 25^\circ < \tan 25^\circ (= \cot 65^\circ) < \tan 30^\circ (= \cot 60^\circ) < \tan 50^\circ < \tan 70^\circ$

suy ra $\sin 25^\circ < \cot 65^\circ < \cot 60^\circ < \tan 50^\circ < \tan 70^\circ$.

Bài 3 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Trong tam giác vuông có một cạnh góc vuông bằng b, góc đối diện với nó bằng β .

a) Hãy biểu thị cạnh góc vuông kia, góc đối diện với cạnh này và cạnh huyền qua b và β .

b) Hãy tìm các giá trị của chúng khi $b = 10\text{cm}, \beta = 50^\circ$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải:

Trong tam giác ABC vuông tại A, cạnh AC = b, $\angle(ABC) = \beta$ thì:

$$a) AB = c = \frac{b}{\operatorname{tg}\beta} = b \operatorname{cotg}\beta,$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ - \beta, BC = a = \frac{b}{\sin\beta}.$$

b) Khi $b = 10$ (cm), $\beta = 50^\circ$ thì

$$c = \frac{10}{\operatorname{tg}50^\circ} \approx 8,391 \text{ (cm)}, \widehat{ACB} = 40^\circ.$$

$$a = \frac{10}{\sin 50^\circ} \approx 13,054 \text{ (cm)}.$$

Bài 4 trang 113 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Trong tam giác vuông có một cạnh góc vuông bằng b , góc nhọn kề với nó bằng α .

a) Hãy biểu thị cạnh góc vuông kia, góc nhọn kề với cạnh này và cạnh huyền qua b và α .

b) Hãy tìm các giá trị của chúng khi $b = 12$ cm, $\alpha = 42^\circ$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải:

Trong tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AC = b$, $\angle(ACB) = \alpha$ thì:

$$a) AB = c = b \operatorname{tg}\alpha, \angle(ABC) = 90^\circ - \alpha, BC = a = b/\cos\alpha.$$

b) Khi $b = 12$ (cm), $\alpha = 42^\circ$ thì

$$c = 12 \operatorname{tg}42^\circ \approx 10,805 \text{ (cm)}, \angle(ABC) = 48^\circ, a = 12/(\cos 42^\circ) \approx 16,148 \text{ (cm)}.$$